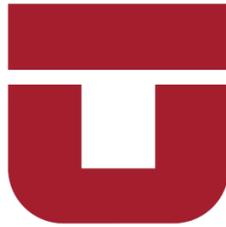


**UNIVERSIDAD DE TALCA**  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL MECATRÓNICA



Profesor Patrocinante:

**Dr. Roberto O. Ramírez A.**

Informe de Memoria de Título  
para optar al título de:

**Ingeniero Civil Mecatrónico**

Diseño, construcción y control de un robot de equilibrio  
inestable

## CONSTANCIA

La Dirección del Sistema de Bibliotecas a través de su encargado Biblioteca Campus Curicó certifica que el autor del siguiente trabajo de titulación ha firmado su autorización para la reproducción en forma total o parcial e ilimitada del mismo.



Two circular stamps and signatures are present. The left stamp is blue and reads "UNIVERSIDAD DE TALCA" at the top, "DIRECCIÓN" in the center, and "SISTEMA DE BIBLIOTECAS" at the bottom. A blue ink signature is written over the stamp. The right stamp is grey and reads "UNIVERSIDAD DE TALCA" at the top, "SISTEMA DE BIBLIOTECAS" in the center, and "CAMPUS CURICO" at the bottom. A blue ink signature is written over the stamp.

Curicó, 2023

UNIVERSIDAD DE TALCA  
Facultad de Ingeniería  
Escuela de ingeniería civil mecatrónica

Profesor Patrocinante:  
Dr. Roberto O. Ramírez A.

# Diseño, construcción y control de un robot de equilibrio inestable

Eduardo Esteban Vergara Rivas

Informe de Memoria de Título  
para optar al Título de

Ingeniero Civil Mecatrónico

Julio 2021

## Resumen

Los robots de servicio se crearon para realizar tareas no industriales que ayuden a las personas, hasta ahora solo destacan los robots aspiradora Roomba o Spencer, un robot sin brazos que orienta a personas en los aeropuertos de Holanda. Sin embargo, ninguno inserta el desplazamiento como su principal característica.

Esta tesis busca aportar al mundo de la robótica de servicio con una investigación de un robot ballbot simple pero funcional, que sea robusto en aplicaciones básicas de desplazamiento y equilibrio. Se propone dar a conocer los distintos tipos de robots construidos hasta la fecha con sus principales características y métodos con los que se construyeron, creando un ballbot omnidireccional controlado de forma no lineal con un controlador fuzzy. Se pretende controlar un sistema complejo de modelar y simular basado en un sistema simple, que se comporte de igual manera como lo es un péndulo invertido simple en 2 dimensiones.

Finalmente, los resultados obtenidos muestran que un control fuzzy es capaz de controlar un robot de modelo complejo basándose principalmente en su comportamiento. Sin embargo, existe una notoria limitación en su equilibrio principalmente por los componentes utilizados, siendo los actuadores los más críticos. Esto es algo que escapa de los alcances de la tesis y es independiente de las habilidades utilizadas para la implementación de un sistema de control, ya que mediante simulaciones el control implementado es capaz de realizar su objetivo comportándose de igual manera ante sistemas de baja y alta complejidad.

A mi familia y mis padres...

# Agradecimientos

Este documento fue realizado gracias al apoyo de mis compañeros y profesores que me alentaron en todo momento, especialmente:

- A mis padres, Ricardo y Paulina, quienes siempre confiaron en mí.
- A mis amigos y compañeros Cristian Carrera y Jorge Moyano que me apoyaron y me alentaron a seguir adelante con el proyecto.
- Al profesor Roberto Ramírez y al LASiR, quien acogió el tema de investigación y ayudó en todo el proceso con su laboratorio.
- A Kevin Figueroa y el FABlab por permitir la fabricación digital de gran parte del robot.

# Tabla de Contenidos

<b>LISTA DE TABLAS .....</b>	<b>VIII</b>
<b>LISTA DE FIGURAS .....</b>	<b>IX</b>
<b>NOMENCLATURA .....</b>	<b>X</b>
<b>ABREVIACIONES .....</b>	<b>XI</b>
<b>CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
1.1 INTRODUCCIÓN GENERAL .....	1
1.2 ROBOT TIPO BALLBOT .....	1
1.3 TRABAJOS PREVIOS .....	2
1.3.1 Locomoción .....	3
1.3.2 Modelo dinámico .....	4
1.3.3 Esquemas de control.....	6
1.3.4 Discusión .....	7
1.4 OBJETIVOS .....	8
1.4.1 Objetivo General .....	8
1.4.2 Objetivos Específicos.....	8
1.5 ALCANCES Y LIMITACIONES .....	8
1.6 METODOLOGÍA .....	9
<b>CAPÍTULO 2. MODELO .....</b>	<b>10</b>
2.1 INTRODUCCIÓN .....	10
2.2 PÉNDULO INVERTIDO .....	10
2.3 SIMULACIÓN PÉNDULO .....	11
2.4 MODELO BALLBOT .....	12
2.5 SIMULACIÓN BALLBOT .....	14
<b>CAPÍTULO 3. DISEÑO MECÁNICO.....</b>	<b>16</b>
3.1 INTRODUCCIÓN .....	16
3.2 MOTORES.....	16
3.3 RUEDAS .....	17
3.4 ESTRUCTURA .....	17
3.5 BALÓN .....	20
3.6 DISEÑO 3D.....	20
<b>CAPÍTULO 4. CONSTRUCCIÓN.....</b>	<b>22</b>
4.1 INTRODUCCIÓN .....	22
4.2 MECÁNICA.....	22
4.3 ELECTRÓNICA .....	24
4.4 ENSAMBLE.....	27
<b>CAPÍTULO 5. CONTROL .....</b>	<b>29</b>
5.1 INTRODUCCIÓN .....	29
5.2 DEFINICIÓN DE VARIABLES .....	30
5.3 DESCRIPCIÓN LINGÜÍSTICA .....	30
5.4 REGLAS.....	32
5.5 FUNCIONES DE PERTENENCIA.....	33
5.6 APLICACIÓN .....	34
<b>CAPÍTULO 6. RESULTADOS EXPERIMENTALES .....</b>	<b>37</b>
6.1 INTRODUCCIÓN .....	37
6.2 FILTRO.....	37

6.3	PRUEBAS.....	39
<b>CAPÍTULO 7. CONCLUSIONES .....</b>		<b>42</b>
7.1	SUMARIO .....	42
7.2	CONCLUSIONES.....	42
7.3	TRABAJO FUTURO .....	43
7.3.1	<i>Apartado mecánico.....</i>	<i>43</i>
7.3.2	<i>Apartado electrónico.....</i>	<i>43</i>
7.3.3	<i>Apartado de control.....</i>	<i>44</i>

# Lista de Tablas

TABLA 1.1 TIPOS DE CONTROL EN ROBOTS BALLBOTS CONSTRUIDOS.....	2
TABLA 1.2 PRINCIPALES CARACTERÍSTICAS BALLBOTS DESTACADOS. ....	8
TABLA 2.1 PARÁMETROS DEL SISTEMA PÉNDULO. ....	11
TABLA 2.2 PARÁMETROS DEL SISTEMA BALLBOT. ....	15
TABLA 3.1 COMPARATIVA ENTRE MOTORES POLOLU DISPONIBLES. ....	16
TABLA 3.2 PARÁMETROS FINALES DEL ROBOT.....	20
TABLA 4.1 DATOS DE CORRIENTE SUMINISTRADA POR LA TARJETA NUCLEO-STM32L432KC .....	25
TABLA 5.1 TABLA DE ACCIONES DEL CONTROLADOR FUZZY. ....	33

# Lista de Figuras

FIG. 1.1 COMPARACIÓN ENTRE ROBOTS MÓVILES ESTÁTICAMENTE ESTABLES Y UN BALLBOT, (EL RECTÁNGULO EN A), REPRESENTA APROXIMADAMENTE EL TAMAÑO DE UNA PUERTA). .....	2
FIG. 1.2 BALLBOTS DESTACADOS CONSTRUIDOS HASTA LA FECHA. ....	3
FIG. 1.3 SISTEMA DESACOPADO GENERAL DE UN BALLBOT. ....	5
FIG. 1.4 SISTEMA ACOPLADO GENERAL DE UN BALLBOT. ....	5
FIG. 1.5 ESQUEMAS DE CONTROL. A) CMU, B) AAU. ....	7
FIG. 2.1 ESQUEMA DEL SISTEMA. A) PÉNDULO B) BALLBOT. ....	10
FIG. 2.2 ESQUEMA LAZO ABIERTO DEL PÉNDULO. ....	11
FIG. 2.3 SIMULACIÓN DEL PÉNDULO CON CONDICIÓN INICIAL $-\pi/4$ . ....	12
FIG. 2.4 REPRESENTACIÓN 2D DE UN BALLBOT. ....	13
FIG. 2.5 COMPORTAMIENTO EN CONDICIONES INICIALES $-\pi/4$ . A) PÉNDULO B) PÉNDULO VS BALLBOT. ....	15
FIG. 3.1 RUEDA COMERCIAL PARA HOBBIES. ....	17
FIG. 3.2 SISTEMAS DE LOCOMOCIÓN. A) $120^\circ$ DE DESFASE, B) $90^\circ$ DE DESFASE. ....	18
FIG. 3.3 DESCOMPOSICIÓN DE FUERZAS EN CADA MOTOR. ....	18
FIG. 3.4 DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE BÁSICO. ....	19
FIG. 3.5 BALÓN DE BASQUETBOL N° 7. ....	20
FIG. 3.6 DISEÑO CAD DEL BALLBOT UT. ....	21
FIG. 4.1 SOPORTE DE MOTORES. A) DISEÑO CAD B) CONSTRUCCIÓN FÍSICA. ....	22
FIG. 4.2 RUEDAS OMNIDIRECCIONALES DEL BALLBOT UT. ....	23
FIG. 4.3 ENSAMBLE DE MOTOR, RUEDA Y SOPORTE DE MOTOR. A) DISEÑO CAD B) CONSTRUCCIÓN FÍSICA. ....	23
FIG. 4.4 PISO 0 ROBOT BALLBOT UT. A) DISEÑO CAD, B) CONSTRUCCIÓN FÍSICA. ....	24
FIG. 4.5 MICROCONTROLADOR DE 32 BITS NUCLEO-STM32L432KC. ....	24
FIG. 4.6 PLACA MONSTER DC MOTOR DRIVER VNH2SP30. ....	25
FIG. 4.7 PLACA DE DISTRIBUCIÓN DE VOLTAJES. ....	26
FIG. 4.8 PLACA IMU 9250 10 AXIS. ....	27
FIG. 4.9 ESQUEMA GENERAL DE CONEXIÓN. ....	27
FIG. 4.10 ENSAMBLE BALLBOT UT. ....	28
FIG. 5.1 ESQUEMA GENERAL DE UN CONTROLADOR FUZZY. ....	29
FIG. 5.2 ESQUEMA DE CONTROL FUZZY EN BALLBOT UT. ....	30
FIG. 5.3 ALGUNOS CASOS POSIBLES DE $E(T)$ Y $DE(T)$ EN UN BALLBOT. ....	32
FIG. 5.4 FUNCIONES DE PERTENENCIA. ....	33
FIG. 5.5 SALIDA DEL CONTROLADOR FUZZY. ....	34
FIG. 5.6 REPRESENTACIÓN MÉTODO COG. ....	34
FIG. 5.7 COMPARATIVA ENTRE SIMULACIÓN Y ACCIÓN DE CONTROL DE SISTEMAS PÉNDULO Y BALLBOT EN UN SOLO PLANO. ....	35
FIG. 5.8 PRUEBAS ANTE REFERENCIAS VARIADAS. A) VARIACIÓN DE $0.05$ [RAD] B) RUIDO EN TORNO A $0$ [RAD] C) FUSIÓN	

ENTRE A Y B D) VARIACIÓN DE 0.1 [RAD] EN RAMPA E) VARIACIÓN SINUSOIDAL CON RUIDO.....	36
FIG. 6.1 FILTRO DE MADGWICK CON DISTINTOS VALORES DE BETA SIN PERTURBACIÓN. ....	37
FIG. 6.2 COMPORTAMIENTO DEL FILTRO CON PERTURBACIÓN EN PITCH.....	38
FIG. 6.3 COMPORTAMIENTO DEL FILTRO CON PERTURBACIÓN EN ROLL.....	38
FIG. 6.4 SECUENCIA DE DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL. ....	39
FIG. 6.5 FILTRO DE SEÑALES INERCIALES Y ACCIÓN DE CONTROL EN MOVIMIENTO HORIZONTAL. A) PLANO SAGITAL B) <i>PLANO CORONAL</i> , .....	39
FIG. 6.6 FILTRO DE SEÑALES INERCIALES Y ACCIÓN DE CONTROL ANTE OBSTÁCULO DE TIPO PELDAÑO. A) PLANO SAGITAL <i>B) PLANO CORONAL</i> , .....	40
FIG. 6.7 SECUENCIA DE SUBIDA A OBSTÁCULO. ....	40
FIG. 6.8 INCLINACIÓN VS ACCIÓN DE CONTROL.....	41

# Acrónimos

CMU	: Carnegie Melon University
TGU	: Tohoku Gakuin University
ETH	: Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
PRISMA	: Projects of Industrial and Service Robotics, Mechatronics and Automation
INAL	: Ali Nail Inal
TUM	: Technische Universität München
CEES	: Cees Verdier
KHU	: Kyung Hee University
AAU	: Aalborg University
UNAM	: Universidad Nacional Autónoma de México
IMU	: Inertial Measurement Unit
SPI	: Serial Peripheral Interface
GPIO	: General Input Output
DC	: Direct Current
DOF	: Degrees Of Freedom
AWG	: American Wire Gauge
PD	: Proportional Derivative
PID	: Proportional Integral Derivative
LQR	: Linear-Quadratic Regulator
LQG	: Linear-Quadratic Gaussian
ROS	: Robot Operating System
PWM	: Pulse Width Modulation

# Capítulo 1. Introducción

---

## 1.1 Introducción General

La robótica es una rama de la ingeniería que busca realizar tareas complejas y/o repetitivas para el ser humano mediante un sistema automatizado. Estos sistemas pueden ser tanto industriales como comerciales y reciben el nombre de “robots”, su aplicación ha crecido exponencialmente durante los últimos años, abarcando campos diversos, desde la juguetería hasta la medicina con prótesis humanas.

Uno de estos campos es la robótica de servicio [1], que busca asistir a los seres humanos en entornos de complejidad baja o moderada, con el objetivo de simplificar el trabajo en ambientes como casas, oficinas, hospitales, etc. Estos robots deben movilizarse dentro de entornos variados, ya que cada ambiente posee características distintas de suelo, tamaño, climáticas entre otras. Así también existen distintos tipos de locomoción que se adecuan a cada ambiente antes mencionado, en la robótica móvil, existen locomociones clásicas [2] como diferencial, hackerman, bípeda, entre otras, que permiten un desplazamiento del robot de acuerdo a su objetivo.

Sin embargo, en casos de interacción directa con el ser humano en lugares estrechos, las locomociones clásicas no son las óptimas, ya que estas necesitan una gran superficie de contacto con el suelo para ser estables. En base a este problema, surgen nuevos tipos de locomoción y de robots como los llamados Ballbots.

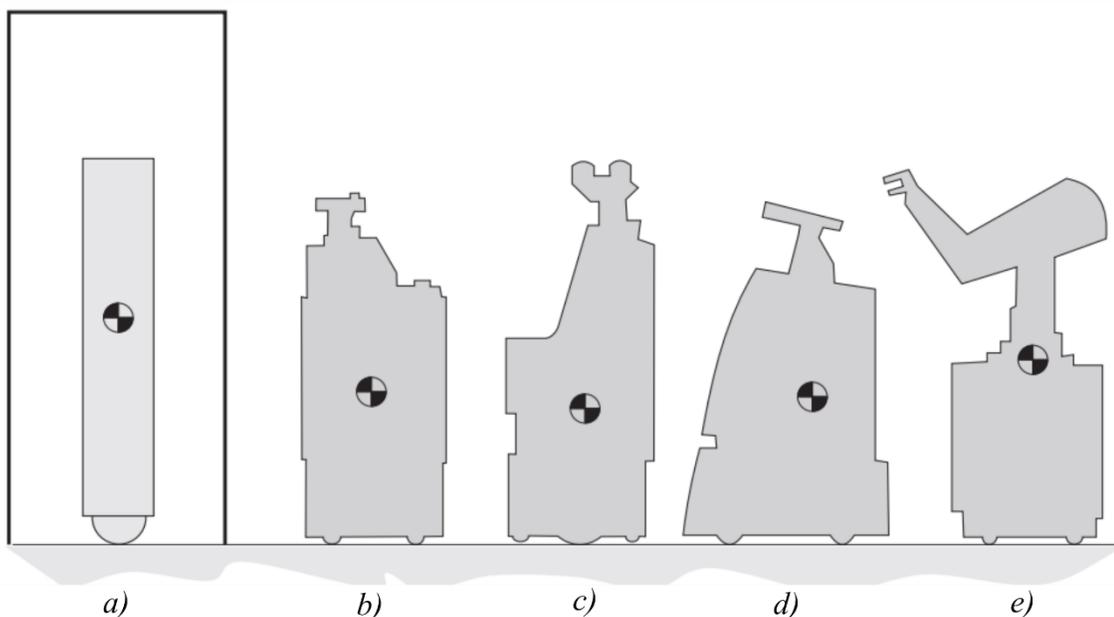
## 1.2 Robot tipo ballbot

Un robot es denominado ballbot cuando poseen la particularidad de estar situados sobre un balón, teniendo un solo punto de contacto con el suelo. Esto los vuelve capaces de tener un desplazamiento en todas direcciones de un plano horizontal, convirtiéndose en un robot muy ágil en comparación con otros robots de locomoción común como hackerman.

Dada la estructura de este tipo de robots, poseen un equilibrio activo, y por lo tanto son dinámicamente estables, lo que quiere decir que, sin una acción correctiva no puede mantener su posición vertical. Esta condición los convierte en robot más complejos de construir, sin embargo, también les da una mayor maniobrabilidad en lugares estrechos, ya que generalmente tienen un ancho reducido, dando ventaja para sus funciones de servicio.

### 1.3 Trabajos Previos

En 2006 el doctor Ralph Hollis junto a dos ingenieros desarrollaron un robot de equilibrio inestable llamado Ballbot que se mantenía en posición vertical sobre una bola de boliche [3]. Su motivación fue crear un robot capaz de mantener un centro de gravedad alto, tener una altura similar a la humana y poseer una movilidad que destaque entre los robots de servicio.



**Fig. 1.1 Comparación entre robots móviles estáticamente estables y un ballbot, (El rectángulo en a), representa aproximadamente el tamaño de una puerta).**

a) ballbot CMU [4], b) Xavier, c) Nursebot, d) Minerva, e) Romeo o Julieta. Figura extraída de [3].

Los resultados de esta investigación llamarón la atención de investigadores de todo el mundo, comenzando a crear ballbot similares en aspecto, pero con métodos distintos de locomoción y control.

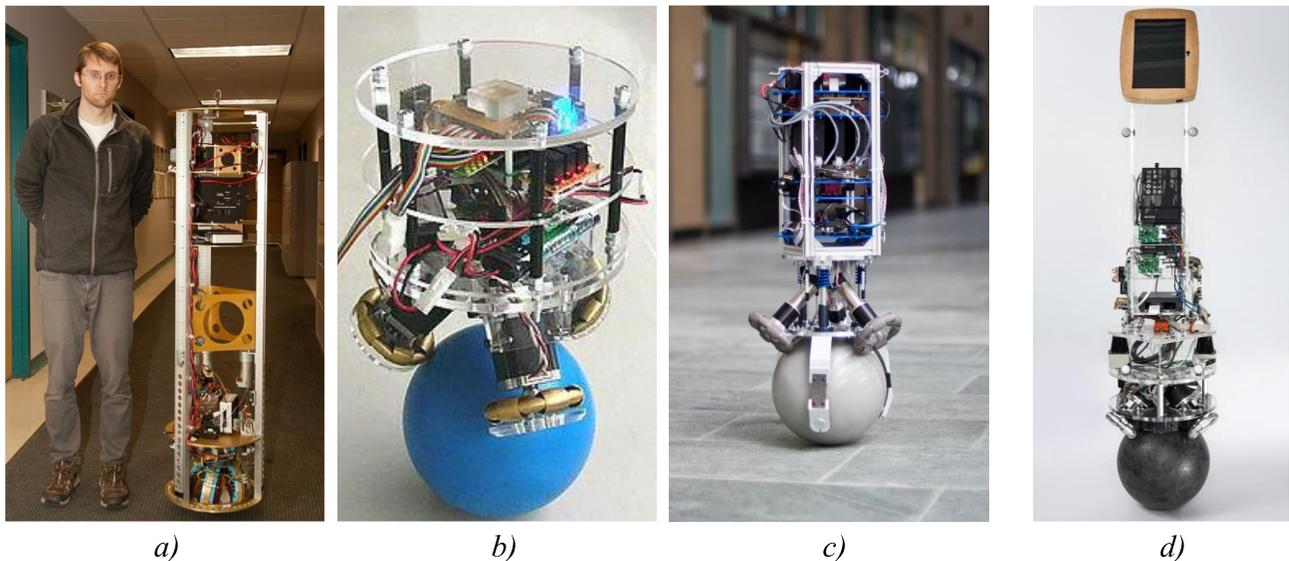
**Tabla 1.1 Tipos de control en robots Ballbots construidos.**

Abreviación	Año	Referencia	Tipo de control
CMU	2006-2014	[3] [4] [5] [6] [7]	LQR/PI ; Sliding
TGU	2008-2010	[8]	PI
ETH	2010-2014	[9][10]	LQR
PRISMA	2016	[11]	PD
INAL	2012	[12]	PD
TUM	2011	[13]	Realimentación de estados
UMC	2017	[14]	LQR ; PID
ALTEN	2014	[15]	LQR
CEES	2015	[16]	Sliding
KHU	2018	[17]	PI/feedforward
AAU	2019	[18]	LQR
UNAM	2014	[19]	PID

De entre todos los trabajos recopilados hasta la fecha, son cuatro los que destacan por su innovación y desempeño, CMU, TGU, ETH y AAU (Tabla 1.1).

El primer ballbot hecho en CMU, el cual mide 160 cm de alto aproximadamente, posee una locomoción llamada Inverse Mouse Drive comandada por motores DC. El segundo, corresponde a un trabajo realizado en Japón en las dependencias de Tohoku Gakuin University en 2008, este ballbot fue llamado BallIP, mide 50 cm de alto y posee 3 ruedas omnidireccionales accionadas por motores de paso.

Los siguientes ballbot destacados son más recientes, construido en Eidgenössische Technische Hochschule Zürich ETH en Suiza llamado Rezero, mide aproximadamente 100 cm de altura y destaca por su elaboración para uso comercial interactuando con personas, además utiliza amortiguadores en su estructura y motores BLDC. El ultimo robot es llamado Kugle, construido en abril de 2019 en Aalborg University AAU Dinamarca, con 140 cm de alto y motores DC Maxon con caja reductora, además, ruedas omnidireccionales de un solo anillo.



**Fig. 1.2 Ballbots destacados construidos hasta la fecha.**

*a) Ballbot CMU, b) Ballbot TGU, c) Ballbot ETH Re Zero, d) Ballbot AAU Kugle.*

### 1.3.1 Locomoción

De los 4 robots seleccionados, se diferencian en actuadores y formas de locomoción, sin embargo, todos utilizan balones de un diámetro similar a uno de basquetbol (24 cm de diámetro). El ballbot de CMU [3] utilizaba IMD, esta locomoción consiste en rodillos posicionados perpendicularmente a los costados de la bola que permiten su rotación.

La mayor desventaja del IMD es el roce que producen los rodillos con la bola, además, al

utilizar solo 2 rodillos a los costados, no es posible rotar en el eje vertical del robot. CMU luego de unos años propuso un nuevo sistema para su robot, esta locomoción es llamada Spherical Induction Motor [20] [4]. SIM, utiliza una serie de bobinas que por medio de inducción hacen rotar imanes permanentes dentro de una bola de acero recubierta de cobre. SIM eliminó el problema que presentaba IMD, ya que esta no tiene roce de rodillos [4] [21].

Los Ballbots de TGU, ETH y AAU, utilizan una locomoción de tipo omnidireccional con 3 ruedas desfasadas en 120 grados[9][15], para esto es necesario unas ruedas especiales que permiten desplazamiento en su eje de rotación y perpendicular a este. Las ruedas omnidireccionales varían en cuanto a calidad, precio y tamaño. Ruedas para prototipos básicos [22] suelen tener 2 anillos compuestos de rodillos pequeños, su diámetro no excede los 50 mm y están fabricadas en plástico. Ruedas profesionales [23] solo se componen de un anillo, están hechas de aluminio y generalmente exceden los 100 mm de diámetro, además de tener un precio unas 10 a 20 veces mayor.

En cuanto a motores existe una diferencia mayor. TGU utiliza motores de paso con una transmisión directa a los motores, en cambio, ETH en Rezero utiliza motores BLDC de 200 W de potencia y 4 polos [24]. Kugle en AAU utiliza motores BLDC de marca Maxon al igual que ETH, sin embargo, estos son modelo plano de 100 W [25].

Ambos tipos de motores Maxon, utilizan caja reductora de la misma marca para aumentar el torque y disminuir la velocidad que poseen. Los motores de 200 W alcanzan un torque de 5 Nm, mientras que los de 100 W alcanzan un torque de 3 Nm. Sin embargo, los drivers que utiliza Kugle limita el torque de los motores a 2 Nm para evitar sobrecarga.

Cabe destacar que la marca Maxon diseña motores de nivel mundial con una respuesta excepcional, además de una eficiencia muy superior a la mayoría de los motores del mercado [26].

### **1.3.2 Modelo dinámico**

El modelo es una representación matemática del sistema que permite crear simulaciones de su comportamiento dinámico. En base a esto, es posible crear un algoritmo de control que cumpla el objetivo de estabilizar el robot.

En la literatura, de las 4 investigaciones mencionadas, existen similitudes importantes en cuanto a su modelo. Asumen un cuerpo rígido de forma cilíndrica o rectangular que no se deforma, al igual que con sus ruedas y bola. Se descomponen en 2 tipos, el modelo desacoplado y el modelo acoplado.

### A. Modelo desacoplado

El modelo desacoplado asume simetría en torno al eje Z, esto quiere decir que el problema se descompone en tres sistemas en planos distintos, los cuales son coronal (XZ), sagital (YZ), y transversal (XY) como se ve en la Fig. 1.3. Este modelo se trabaja de manera separada, disminuyendo la complejidad de sus ecuaciones, además, el plano coronal y sagital en términos de ecuaciones son idénticos.

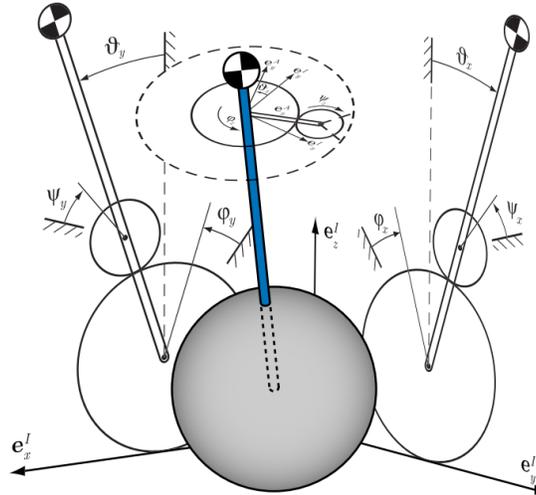


Fig. 1.3 Sistema desacoplado general de un ballbot.

### B. Modelo acoplado

Este es un modelo acoplado en tres dimensiones, que como su nombre lo indica, posee dinámica acoplada [12], es decir, que el modelo se ve como un solo objeto (Fig. 1.4), y no en tres como en la dinámica desacoplada.

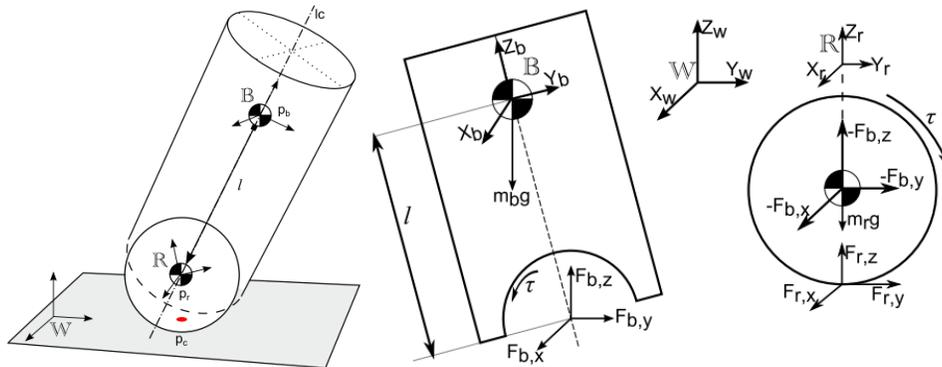


Fig. 1.4 Sistema acoplado general de un ballbot.

Es conocido [9] que un modelo desacoplado se vuelve más simple que uno acoplado, ya que se asume un comportamiento igual en los planos sagital y coronal. Esto permite que las ecuaciones se repitan en ambos planos, además, el plano transversal se puede trabajar como un problema aparte. Con esto, las ecuaciones [12] quedan simples de visualizar (1.1) (Esta ecuación se desarrollará más adelante en el capítulo 2).

( 1.1)

El modelo acoplado se convierte en un problema realmente complejo, que debe ser resuelto por medio de análisis computacional[9][13]. Las ventajas del modelo descrito en (1.1) según ETH son la reacción en velocidades altas, giros bruscos y detenciones con respuesta rápida.

La forma más común de resolver el problema acoplado es mediante ángulos de Euler, ya que en la literatura robótica es la más amigable, sin embargo, esto trae en consecuencia problemas de indeterminación debido a singularidades. En la revisión de ETH, nos damos cuenta que resuelven el problema con matrices de rotación de dimensión 3, lo cual elimina las singularidades, pero vuelve el problema algo más complejo. Otra forma de resolver el problema es con cuaterniones que ha aumentado su popularidad debido a su uso en ingeniería aeroespacial.

### 1.3.3 Esquemas de control

En los ballbot, se ha utilizado mayormente control lineal, donde predomina LQR y PID [3] [8] [9] [18]. En ETH se utilizó LQR en dos modelos, acoplado y desacoplado, mientras que TGU utilizó dos controladores PD en cascada, por otro lado, la última versión del ballbot de CMU utiliza LQR junto con un controlador PI y, por último, AAU utiliza un control MPC. Como se puede apreciar predomina el control LQR en los robots ballbot, sin embargo, como este control se linealiza en torno a un punto de operación, en muchos casos, si los parámetros del robot exceden dicho rango la linealización deja de ser representativa.



**Tabla 1.2 Principales características Ballbots destacados.**

	CMU[3]	TGU[8]	ETH[9]	AAU[18]
Configuración de rueda	IMD / SIM	Omnidireccional	Omnidireccional	Omnidireccional
Diámetro de rueda	12.7 mm	100 mm	120 mm	100 mm
Tipo de motor	DC	De paso	200 W BLDC	100 W BLDC
Torque Máximo	> 20 N	1.3 Nm	5 Nm	2 Nm limitados
Altura	160 cm	150 cm	100 cm	138 cm
Masa aproximada	47 kg	15.5 kg	11 kg	18 kg
Diámetro de robot	40 cm	-	28.3 cm	30 cm
Tipo de modelo	Desacoplado	Desacoplado	Desacoplado/Acoplado	Acoplado
Tipo de control	LQR/PI	PI	LQR	LQR
Inclinación máxima	< 1°	< 3°	17°	5°

La premisa del comportamiento dinámico de un ballbot similar a la de un péndulo se comprobará en los siguientes capítulos junto con la implementación de un control no utilizado anteriormente como el control fuzzy, además de verificar la efectividad de dicho control sin un modelo exacto o asumiendo su comportamiento, es decir, controlar un ballbot de acuerdo a comportamiento de un péndulo.

## 1.4 Objetivos

### 1.4.1 Objetivo General

Construir un robot de equilibrio inestable tipo ballbot.

### 1.4.2 Objetivos Específicos

- Diseñar y controlar una plataforma de locomoción omnidireccional
- Implementar un algoritmo de adquisición y procesamiento de datos proveniente de una IMU.
- Diseñar un controlador no lineal mediante lógica difusa.

## 1.5 Alcances y Limitaciones

- Las simulaciones se realizaron entorno a un sistema desacoplado de ballbot.
- Las placas de circuitos se crearon mediante router CNC.
- Componentes electrónicos se ajustan a lo disponible en el mercado.
- Las capacidades del robot como velocidad y tamaño se limitan de acuerdo a la calidad de sus componentes.
- Se creó un robot para aprendizaje para distintos controladores.

## 1.6 Metodología

- Revisión bibliográfica de documentos relacionados con Ballbots, lógica difusa e implementación de control difuso.
- Simulación de un sistema péndulo invertido simple en 2 dimensiones.
- Aplicar control difuso al sistema péndulo.
- Desarrollo y simulación del modelo matemático de un ballbot desacoplado.
- Aplicar control difuso al sistema ballbot.
- Construir estructura del robot ballbot.
- Diseño electrónico del robot ballbot.
- Aplicación real de control difuso.
- Análisis de resultados y conclusiones.

## Capítulo 2. Modelo

---

### 2.1 Introducción

En este capítulo se realiza el modelo matemático tanto del péndulo invertido simple como del ballbot desacoplado, sus respectivas simulaciones y análisis de sus comportamientos. Para ello se utilizó un software de análisis numérico que dadas las ecuaciones entrega su comportamiento dinámico.

### 2.2 Péndulo invertido

Un péndulo invertido simple consiste en una vara acoplada a una estructura, la cual por acción de la gravedad cae hasta su punto de equilibrio estable.

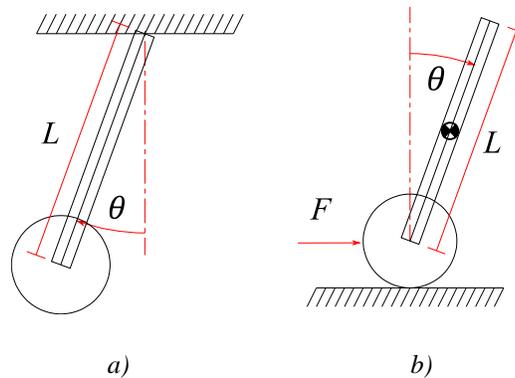


Fig. 2.1 Esquema del sistema. a) Péndulo b) Ballbot.

Este modelo se representa matemáticamente según la ecuación (2.1).

$$\frac{mgL}{J \sin(\theta)} - \frac{b}{J\dot{\theta}} = \ddot{\theta} \quad (2.1)$$

Donde,

- $m$  = Masa del péndulo
- $g$  = Fuerza de gravedad
- $\theta$  = Angulo de inclinación
- $b$  = Coeficiente de fricción viscosa
- $J$  = Inercia
- $L$  = Largo de la barra

En el caso de un robot tipo ballbot el equilibrio a mantener es el punto de equilibrio inestable,

el cual, se encuentra rotado en  $\pi$  radianes. Por lo tanto, para crear un modelo representativo en cuanto a un péndulo, se rota el problema.

Ahora, se agregó una fuerza  $F$  situada en la base del péndulo. Esta permite el desplazamiento horizontal para compensar la caída de la barra por acción de la gravedad o perturbaciones externas.

$$\frac{m \cdot g \cdot L}{J \cdot \sin(\theta)} - \frac{b}{J \cdot \dot{\theta}} + \frac{1}{J \cdot F} = \ddot{\theta} \quad (2.2)$$

La fuerza  $F$  corresponde a la entrada del sistema, la variable que controlamos para mantener el equilibrio inestable.

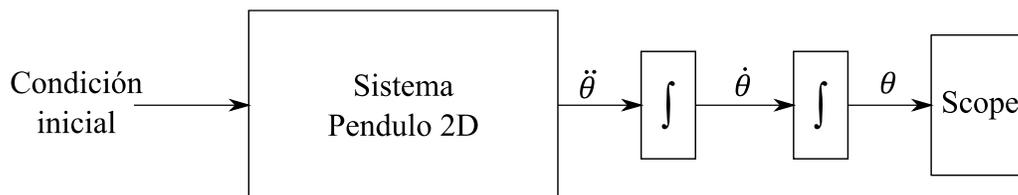
## 2.3 Simulación péndulo

Como ocurre en la mayoría de los sistemas dinámicos, las ecuaciones 2.1 y 2.2 son notoriamente no-lineales. Estas ecuaciones describen el comportamiento dinámico del péndulo según las variables del sistema y los parámetros de este.

De acuerdo al capítulo 1, las constantes propias del ballbot serán aproximadamente las siguientes.

**Tabla 2.1 parámetros del sistema péndulo.**

Parámetro	Descripción	Valor
M	Masa de la barra	2,5 [Kg]
G	Aceleración de gravedad	9,74 [ $m/s^2$ ]
$\theta$	Angulo con horizontal	$-\pi/4$ [Rad]
L	Longitud barra	0,5 [m]
b	Cte. Viscosidad	0,00018 [Pa · S]



**Fig. 2.2 Esquema lazo abierto del péndulo.**

Con los datos de la tabla 2.1 y la ecuación 2.2 se simuló un sistema en lazo abierto, sin retroalimentación, por lo tanto, el sistema no posee control.

Seguendo el modelo de la Fig. 2.2 se graficó su comportamiento dinámico obteniendo el siguiente resultado.

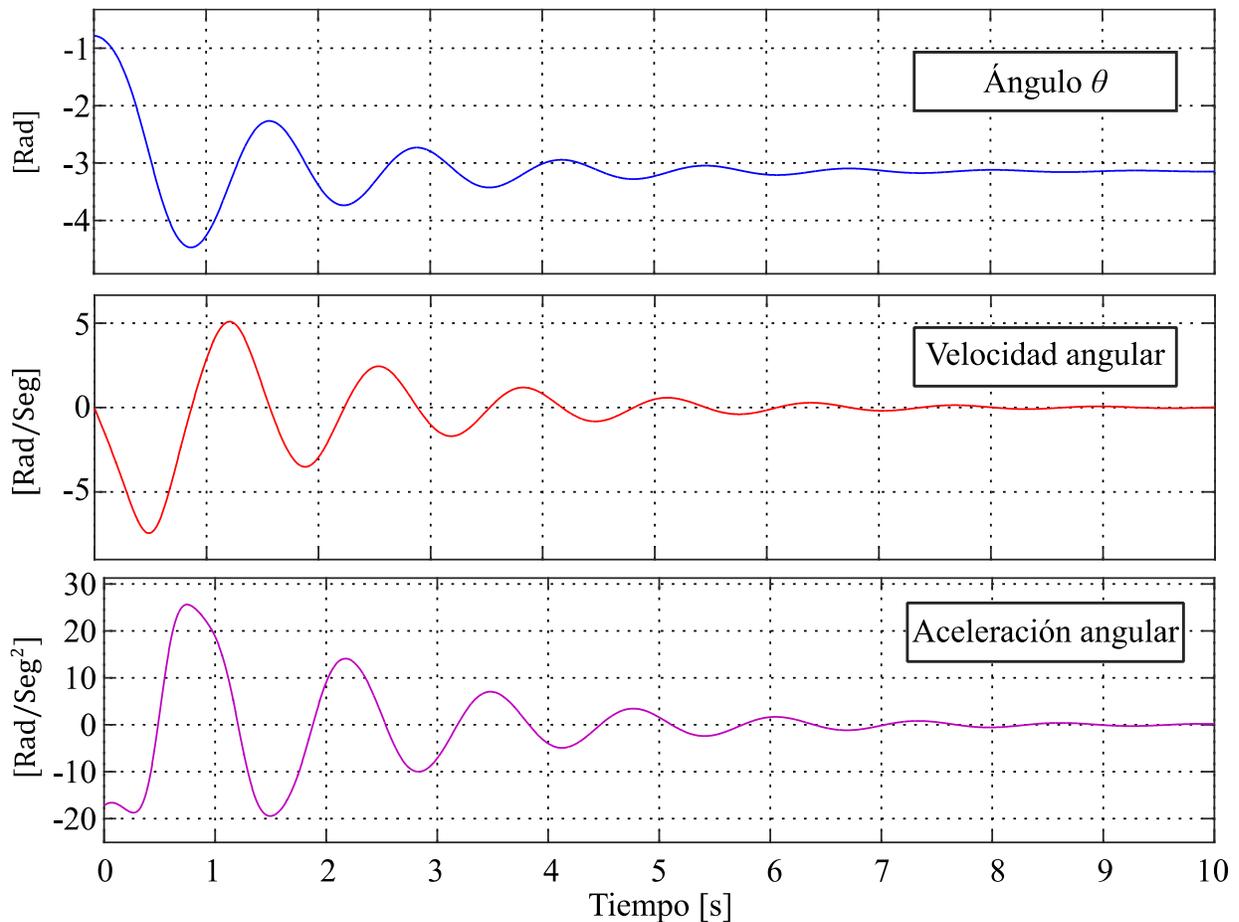


Fig. 2.3 Simulación del péndulo con condición inicial  $-\pi/4$ .

El péndulo comienza a oscilar en torno a su posición de reposo o equilibrio estable  $\pi$ , quedando estable en este valor a los 7 segundos aproximadamente.

En cuanto a la velocidad y aceleración, ambas terminan en un punto de reposo 0 [rad], esto indica que a lo largo de 7 segundos el péndulo deja de moverse y queda en equilibrio estable.

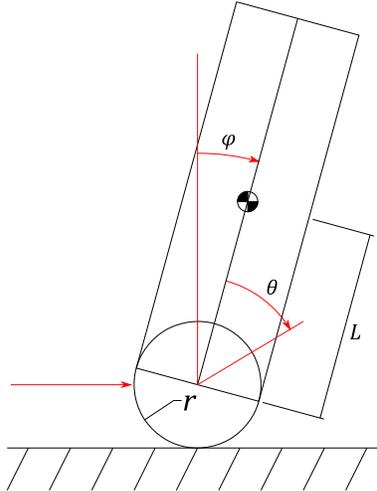
## 2.4 Modelo Ballbot

La ecuación 1.1 denota el comportamiento de un ballbot, que notoriamente es más complejo que un péndulo simple en 2D, sin embargo, se espera que su comportamiento, de acuerdo a las hipótesis de las 4 investigaciones del capítulo 1, sea similar.

El modelo desacoplado del ballbot se desarrollará tomando la descomposición en los planos

coronal y sagital, asumiendo las siguientes condiciones.

- El suelo es perfectamente plano y horizontal.
- La bola es rígida y esférica.
- El cuerpo del robot no se deforma.
- No existe deslizamiento entre el cuerpo, la bola y el suelo.



**Fig. 2.4 Representación 2D de un ballbot.**

Además, se establecen algunos parámetros como el ángulo entre la vertical y el cuerpo del ballbot  $\varphi$ , el ángulo entre el cuerpo del ballbot y la bola  $\theta$ , y  $L$  como la distancia entre el centro de la bola y el centro de masa del cuerpo. Con esta información, se procede a utilizar la ecuación de Euler-Lagrange (2.3).

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} \right) = \begin{bmatrix} \tau \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Resolviendo el sistema, se obtiene (2.4)

$$(2.4)$$

La matriz  $M$  corresponde a la inercia del sistema,  $C$  contiene la aceleración de coriolis,  $G$  corresponde a la energía potencial del sistema y  $D$  contiene las pérdidas por fricción de coulomb y fricción de amortiguación viscosa. Quedando cada una como:

$$M(q) = \begin{bmatrix} \alpha & \alpha + \beta \cos(\varphi)\gamma \\ \alpha + \beta \cos(\varphi) & \alpha + \gamma + 2\beta \cos(\varphi) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & -\beta \operatorname{sen}(\varphi)\dot{\varphi} \\ 0 & -\beta \operatorname{sen}(\varphi)\dot{\varphi} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\beta g \operatorname{sen}(\varphi)}{r} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$D(\dot{q}) = \begin{bmatrix} D_c \operatorname{sen}(\dot{\theta}) + D_v \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$\text{Donde } \alpha = I_b + (m_b + m_c)r^2 \quad ; \quad \beta = m_c r l \quad ; \quad \gamma = I_c + m_c l^2 \quad (2.9)$$

Utilizando variables de estado para el sistema se define  $x$  como:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ \varphi \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Y su derivada  $\dot{x}$  como:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \ddot{\theta} \\ x_4 \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Luego, se despeja la variable de interés de la ecuación (4), la cual es la aceleración del cuerpo, quedando finalmente:

$$\ddot{q} = M^{-1}(q)[E - C(q, \dot{q})\dot{q} - G(q) - D(\dot{q})] \quad (2.12)$$

$$\text{Donde } \ddot{q} = \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix}$$

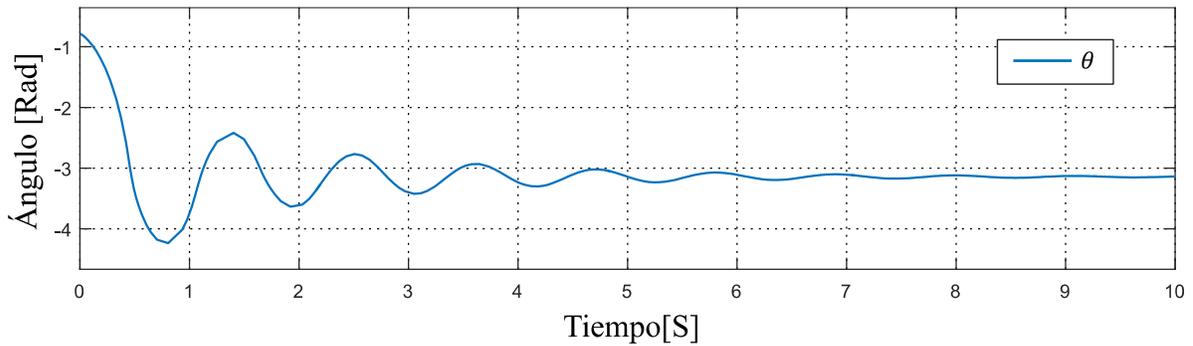
## 2.5 Simulación Ballbot

Para validar el comportamiento del ballbot se simuló mediante las ecuaciones 2.12, estas son ecuaciones no lineales, con un torque de entrada 0 y condiciones iniciales idénticas a las del péndulo simulado en la subsección 2.2, además, los parámetros del sistema definidos como:

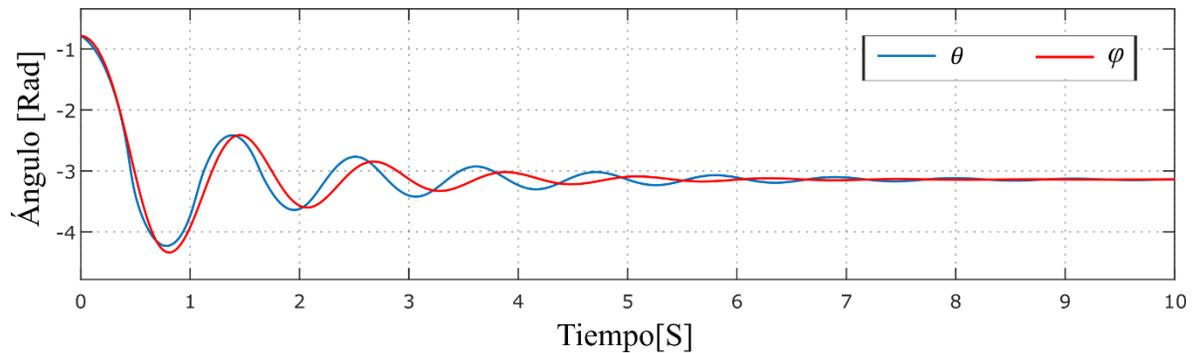
Tabla 2.2 Parámetros del sistema ballbot.

Parámetro	Descripción	Valor
$m_b$	Masa de la bola	0.5 Kg
$m_c$	Masa del cuerpo	2.5 Kg
$D_c$	Fricción de Coulomb	2 Nm
$D_v$	Fricción de amortiguación viscosa	0.47 Nm/rad/s
$l$	Largo del cuerpo desde bola	0.5 m
$g$	Aceleración de gravedad	9.74 m/s <sup>2</sup>
$\varphi$	Ángulo inicial entre vertical y cuerpo	$-\pi/4$ rad
$\theta$	Ángulo inicial entre cuerpo y bola	0 rad

Se obtuvo el siguiente gráfico:



a)



b)

**Fig. 2.5 Comportamiento en condiciones iniciales  $-\pi/4$ .** a) Péndulo b) Péndulo vs ballbot.

El cual representa la dinámica del péndulo sin ninguna acción de control, esta tiene un comportamiento oscilatorio en torno a  $\pi$  radianes, ya que este es un punto de equilibrio del sistema. Notoriamente, al revisar el capítulo 2.2 existen similitudes entre el ángulo  $\theta$  del péndulo y el ángulo  $\varphi$  del ballbot.

Esto concuerda con la suposición de que el comportamiento entre un péndulo y un ballbot son similares.

## Capítulo 3. Diseño mecánico

### 3.1 Introducción

Con la información recabada en el capítulo anterior, se encontró que existen algunos componentes esenciales en el diseño y construcción de un ballbot, estos corresponden tanto a sensores como actuadores que en conjunto logran un funcionamiento óptimo.

Una mala elección de componentes puede desencadenar un “cuello de botella”, esto se refiere a un sistema que se ve severamente afectado en su rendimiento por un solo componente. Para evitar uno de estos desagradables cuellos de botella en nuestro sistema, se intentó sobredimensionar lo más crítico y determinante, en nuestro caso, los motores.

Cabe mencionar que en este proyecto no se cuenta con ningún tipo de financiamiento aparte del aporte de la escuela de ingeniería civil mecatrónica, por lo que es necesario adaptarse al presupuesto y a las normas de compra de la universidad.

### 3.2 Motores

Los motores son actuadores que tienen la función de mover el robot tanto para equilibrio como para desplazamiento, siendo un componente crítico, y una de las mayores limitaciones que existe en el ballbot UT.

Dentro de los proveedores posibles se comparó una serie de posibilidades de motores, ya sean DC, de paso y servos de 360 grados. Con esta información se realizó una tabla comparativa para la elección de motores que muestra sus principales características y limitaciones que se observan de acuerdo a las condiciones dadas para la construcción del ballbot.

**Tabla 3.1 Comparativa entre motores POLOLU disponibles.**

Tipo de motor	Relación de transmisión	Velocidad sin carga [RPM]	Torque de parada [Kg-cm]	Corriente de parada [A]	Peso [g]	Costo [USD]	Comentario
DC	50:1	200	12.2	5	210	39.95	* bajo torque
DC	70:1	150	14.5	5	210	39.95	* bajo torque
DC	100:1	100	15.8	5	210	39.95	* bajo torque
DC	131:1	80	18	5	210	39.95	✓
Motor de paso	-	-	14	1	1000	49.95	* peso elevado
Motor de paso	-	-	14	2	1000	49.95	* peso elevado
Motor de paso	-	-	19	2.8	1000	49.95	* peso elevado
Servo 360	-	54	3.8	-	41	14.95	* bajo torque, baja RPM
Servo 360	-	71	5.1	-	40	13.95	* bajo torque, baja RPM
Servo 360	-	95	7	-	39	12.95	* bajo torque, baja RPM

Los motores elegidos son los pololu 37D con caja reductora de 131:1 y un torque de 18 [Kg-cm], este se ajusta a las condiciones de dinero, peso y torque.

### 3.3 Ruedas

Como se mencionó en la sección 1.3.1 “Locomoción”, las ruedas omnidireccionales tienen un rango de precios muy variados si se trata de aplicación para hobby o profesional, esto debido a los materiales utilizados en su construcción. El objetivo es crear un modelo con un costo reducido, por lo tanto, las ruedas omnidireccionales se diseñaron desde cero mediante un software CAD y siguiendo un modelo estándar (Fig. 3.1) utilizando una impresora 3D para su posterior creación.



**Fig. 3.1 Rueda comercial para hobbies.**

Se crearon a medida según lo calculado en las secciones 3.3 “Motores” y 3.5 “Estructura”. Sin embargo, este tipo de ruedas comerciales no se caracterizan por tener suficiente agarre con el suelo, por esto se decidió revestirlas con goma blanda en vez de un plástico rígido.

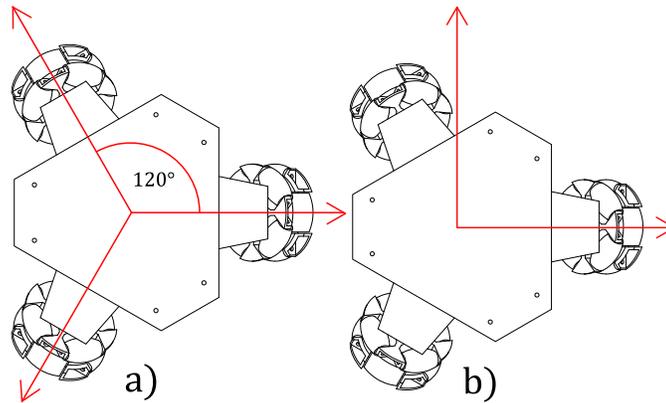
### 3.4 Estructura

La estructura del robot debe ser firme y resistente, ya que al ser un equilibrio inestable es muy probable que sufra caídas constantes en sus primeras pruebas. Sin embargo, no es posible construir esta estructura de metal más resistente, debido a su peso.

Por otro lado, la fuerza que ejerce el robot teniendo en cuenta que posee 3 motores, y estos no intervendrán al mismo tiempo en el movimiento del robot (a excepción de giros en eje Z), se realizó un diagrama de cuerpo libre, determinando las fuerzas que actuarán en el movimiento del ballbot UT, estimando un valor máximo que pueden mover los motores seleccionados.

La distribución de los motores estará desfasada en 120 grados, por lo tanto, es necesario

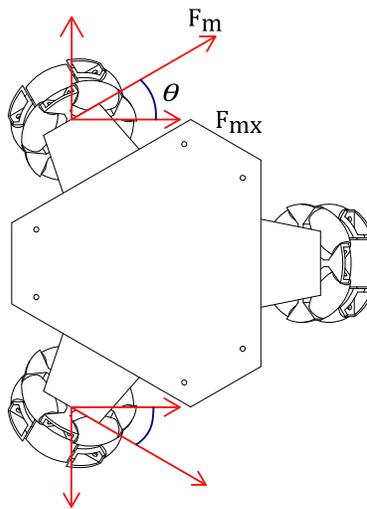
traspasar este desfase a un sistema ortogonal de 90 grados como se muestra en la figura 3.2.



**Fig. 3.2 Sistemas de locomoción.** a) 120° de desfase, b) 90° de desfase.

Ahora tomando el movimiento de los motores y su fuerza  $F_m$  de la ecuación de torque (1), es posible determinar la descomposición en fuerzas  $F_{mx}$  y  $F_{my}$ , como muestra la figura 3.3 según la ecuación (3.2) y (3.3).

$$F_m = \frac{T}{R_r} \quad (3.1)$$



**Fig. 3.3 Descomposición de fuerzas en cada motor.**

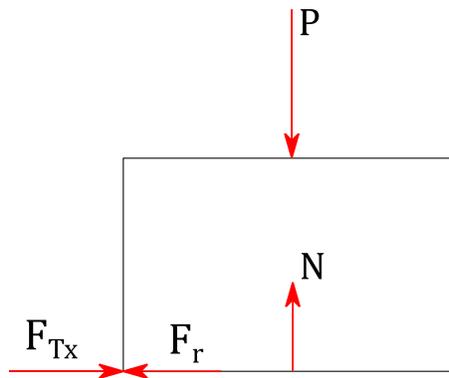
$$F_{mx} = F_m \cos(120 - 90) \quad (3.2)$$

$$F_{my} = F_m \text{sen}(120 - 90) \quad (3.3)$$

Si tomamos un desplazamiento en el sentido positivo del eje x, podemos determinar la fuerza total en x por la ecuación (3.4)

$$F_{T_x} = 2F_{mx} \cos(30) \quad (3.4)$$

Asumiendo el diagrama de cuerpo libre de la figura 3.4 es posible calcular la fuerza de roce, peso y normal.



**Fig. 3.4 Diagrama de cuerpo libre básico.**

Las ecuaciones obtenidas son las siguientes

$$F_x \rightarrow F_{T_x} = F_r = N \cdot \text{coef. roce} \quad (3.5)$$

$$F_y \rightarrow Mg = N = P \quad (3.6)$$

Por lo tanto

$$M = \frac{T_{T_x}}{\text{coef. roce} \cdot g} \quad (3.7)$$

Y utilizando los valores de la tabla 3.2

**Tabla 3.2 Parámetros finales del robot.**

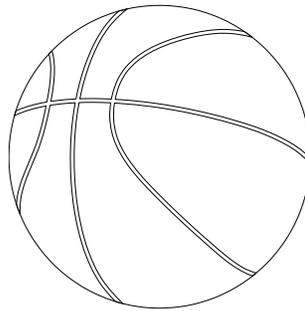
Parámetro	Valor
$T$	$18 \left[ \frac{Kg}{cm} \right]$
Coef. roce	0.9
$R_r$	0.035 [m]
$g$	$9.74 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$

Se obtiene el peso máximo del robot, este no debe sobrepasar los 9,9 [Kg]. Para no superar este peso se utilizarán materiales como aluminio y acrílico.

### 3.5 Balón

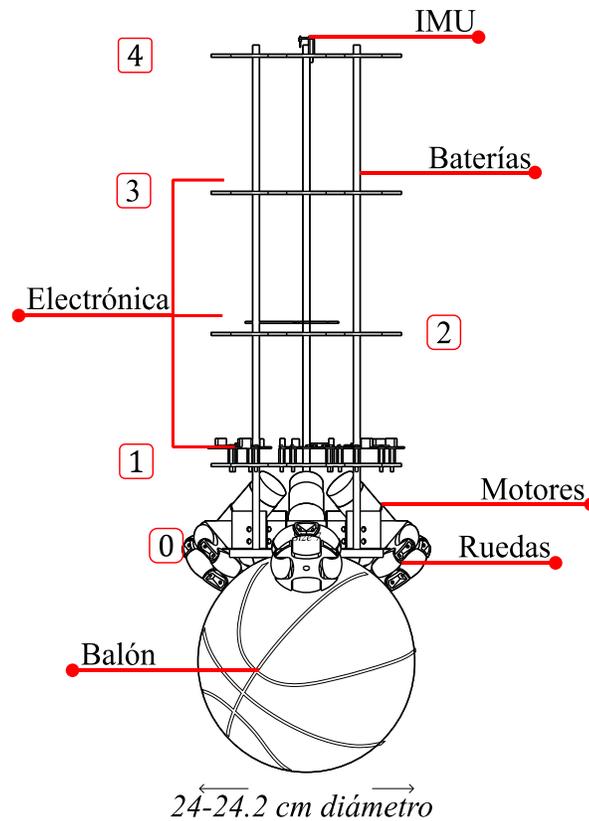
El balón sobre el que se mantendrá estable el robot será un balón de basquetbol numero 7 ya que posee un tamaño y peso estándar, además por ser fácilmente reemplazable. Este tipo de balón es más rígido que los utilizados en otros deportes, lo que evita perder su forma esférica.

Los balones numero 7 normados tienen un tamaño de entre 73 y 75 cm de circunferencia y 23 a 24 cm de diámetro, además tienen un peso de entre 560 g y 650 g.

**Fig. 3.5 Balón de Basquetbol N° 7**

### 3.6 Diseño 3D

Para el diseño se utilizó un software CAD, siguiendo la forma tradicional utilizada en Rezero, Kugle, etc. Esta es una forma alargada con pisos en su interior donde se depositan los componentes electrónicos, mecánicos, de energía, etc.



**Fig. 3.6 Diseño CAD del ballbot UT.**

El prototipo cuenta con 4 pisos separados por 3 hilos tipo tornillo de un solo filo, estos se unen por medio de tuercas para un desacople fácil y rápido. Además, se diseñó todo lo esencial y que pueda presentar falla acoplado mediante tornillos.

Cada piso tendrá una función en específico, a modo de detectar posibles fallas, de la forma:

Piso 0: Ruedas y Motores

Piso 1: Controladores de motores

Piso 2: Controlador Ballbot

Piso 3: Baterías y Cargador de Baterías

Piso 4: IMU

## Capítulo 4. Construcción

---

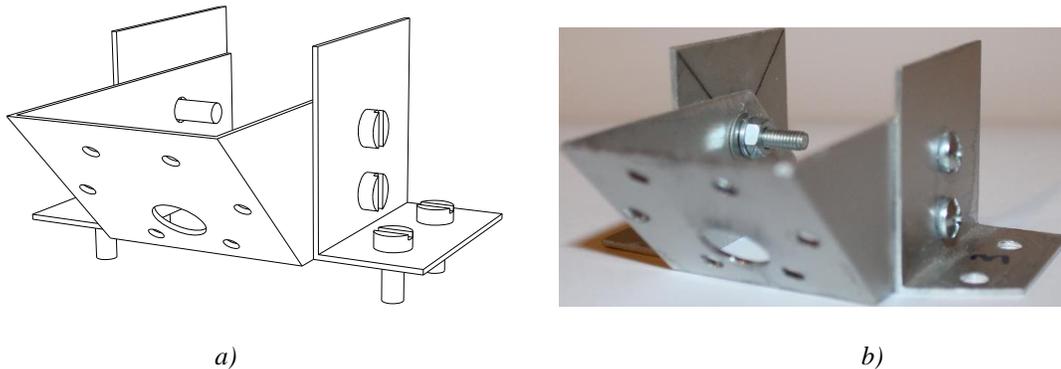
### 4.1 Introducción

En este capítulo se muestran el diseño y su posterior construcción de las piezas más importantes del ballbot UT. La construcción se puede separar en dos grandes áreas, mecánica y electrónica, ya que además de construir el robot físico, también fue necesario construir placas de circuitos.

### 4.2 Mecánica

Para tener una precisión acorde a lo estipulado se creó la mayor parte de la estructura en máquinas de fabricación digital, como router CNC, corte laser, impresión 3D, etc.

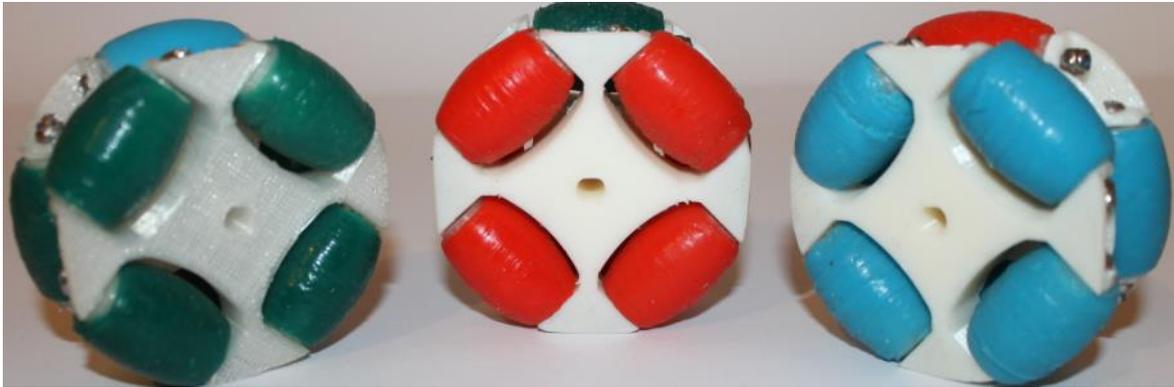
Primeramente, se construyeron los soportes que mantendrán el motor acoplado a la estructura (Fig. 4.1), en aluminio de 1.2mm de espesor cortados con herramientas manuales ya que no es posible utilizar las máquinas de corte CNC o laser en materiales ferrosos o aleaciones. Estos tienen un ángulo de inclinación de  $45^\circ$  respecto de la horizontal, para tener un contacto con ambos rodillos sobre el balón



**Fig. 4.1 Soporte de motores.** a) diseño CAD b) construcción física.

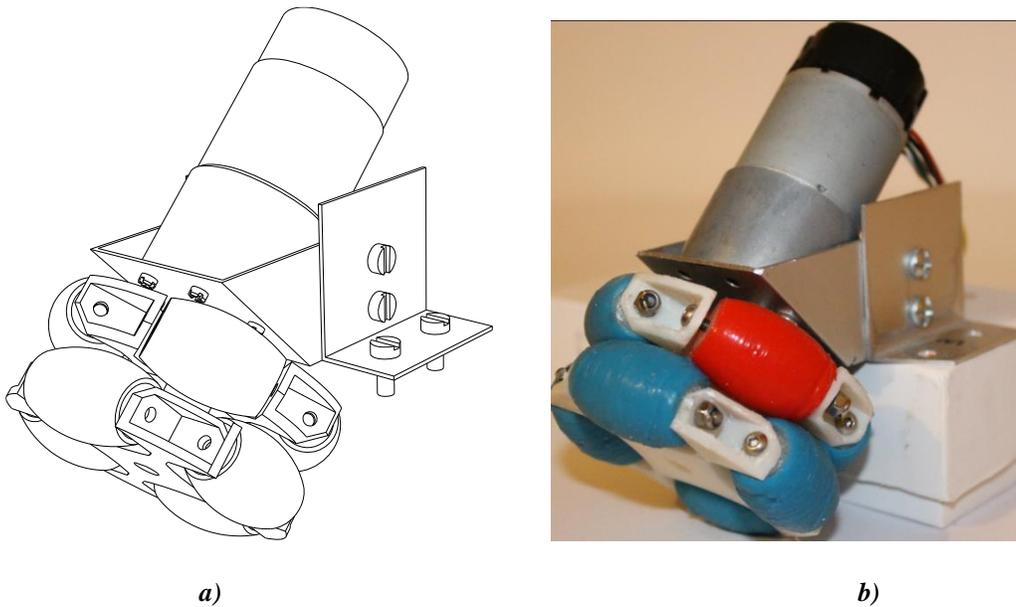
Las ruedas de este robot se diseñaron y posteriormente imprimieron mediante una impresora 3D. Los rodillos que acompañan la rueda omnidireccional se revistieron con goma y colorearon para distinguir de mejor forma cada lado del ballbot (Fig. 4.2).

Los rodillos tienen un agujero en el centro de 3 mm donde se inserta un eje metálico, en este caso un perno M3 de 32 mm de largo y sujetado mediante tuercas con seguro de nylon.



**Fig. 4.2 Ruedas omnidireccionales del ballbot UT.**

De esta forma el ensamble entre el soporte motor y rueda quedó de la siguiente forma (Fig. 4.3)



**Fig. 4.3 Ensamble de motor, rueda y soporte de motor. a) diseño CAD b) Construcción física.**

Esto se replicó 3 veces y mediante una base hecha en acrílico de 8 mm de espesor se dispuso cada motor con su respectivo soporte en un desfase de 120 grados entre ellos, así se generó una plataforma para el movimiento omnidireccional del robot.

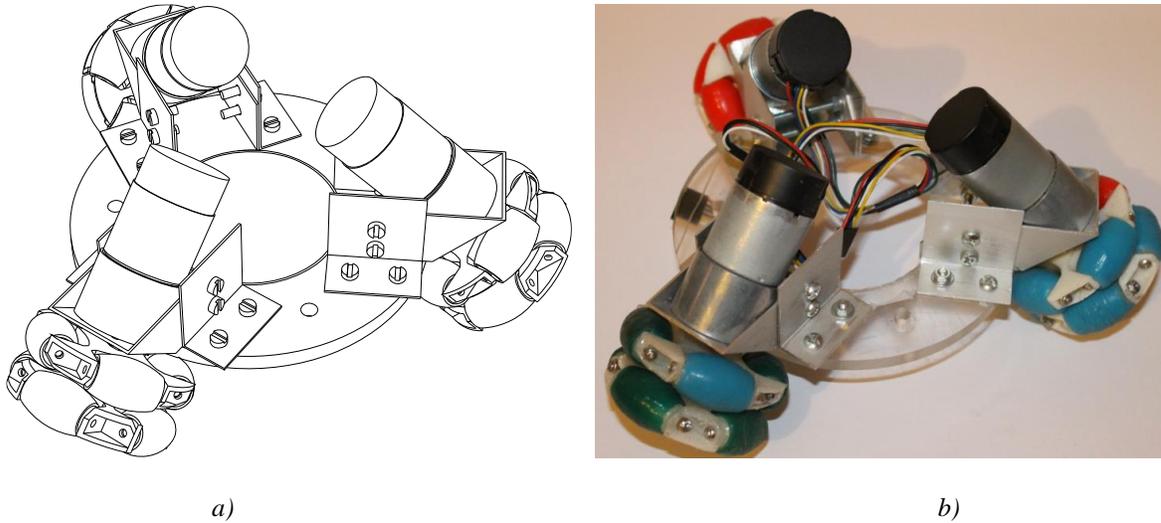


Fig. 4.4 piso 0 robot ballbot UT. a) diseño CAD, b) construcción física.

### 4.3 Electrónica

La electrónica del robot consta de controlador, controlador de motores, placas distribuidoras de energía y sensores. Para el controlador se utilizó una placa STM32L432KC Nucleo, esta utiliza un microcontrolador ARM cortex M4 de 32 bit el cual gestiona el control del robot

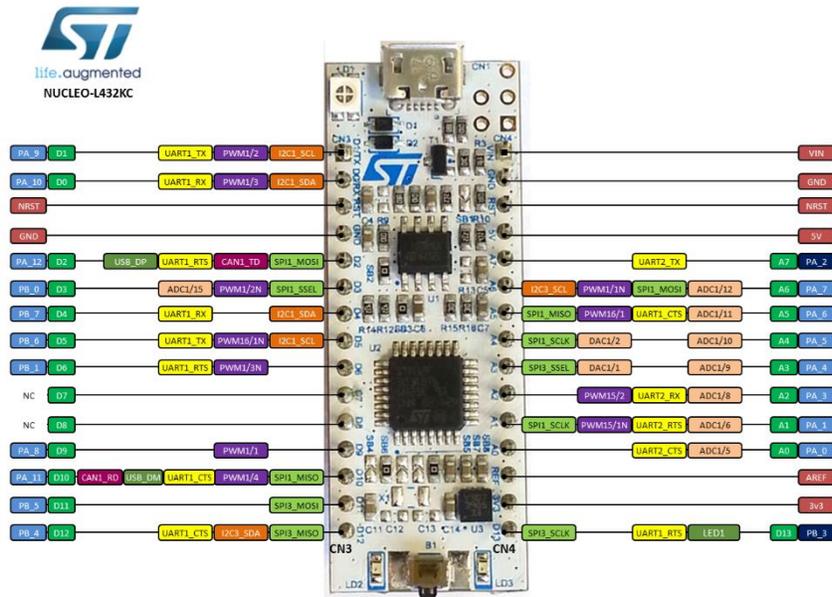
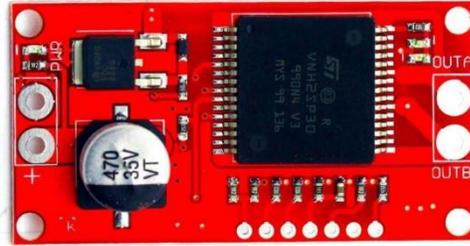


Fig. 4.5 Microcontrolador de 32 bits NUCLEO-STM32L432KC.

Esta tiene el “form factor” de un arduino nano v3, sin embargo, utiliza voltajes de 3.3V en todas sus GPIO, (sus características específicas quedan establecidas en el anexo X).

Para controlar los motores se escogió un driver capaz de soportar la corriente de 7 Amper que pasa a través de ellos, se llaman Monster DC motor driver y utilizan un circuito integrado VN2SP30 de 2 canales conectado en paralelo para aumentar la corriente que suministran.



**Fig. 4.6 Placa Monster DC motor driver VN2SP30.**

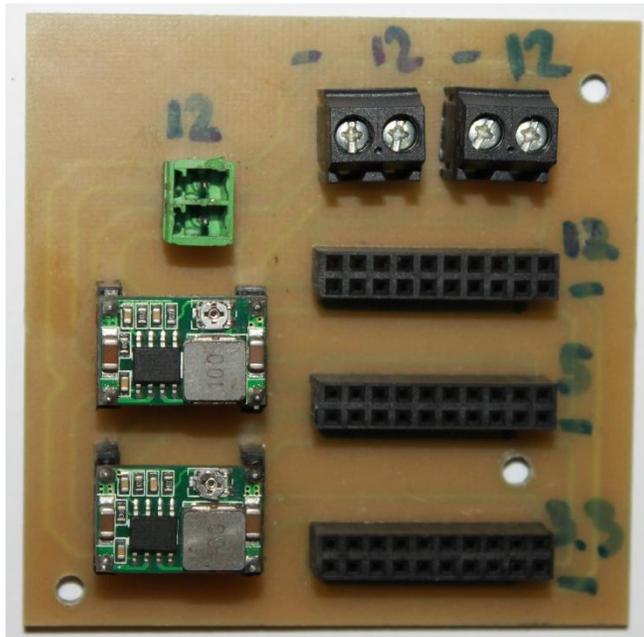
Sin embargo, existe un inconveniente en la comunicación de estos componentes principalmente por el voltaje admitido en las señales de entrada al driver y salidas del controlador. La placa Nucleo suministra voltajes de 3.3V mientras que el driver necesita voltajes de 5V, además de consumir una corriente de +-10 mA en sus pines de entrada. La placa Nucleo solo puede suministrar 100 mA en su totalidad de GPIO's como se muestra en la Tabla 4.1 extraída de su datasheet.

**Tabla 4.1 Datos de corriente suministrada por la tarjeta NUCLEO-STM32L432KC**

Símbolo	Descripción	Máximo	Unidad
$\sum iV_{DD}$	Corriente total en la suma de todas las líneas de alimentación $V_{DD}$	140	
$\sum iV_{SS}$	Corriente total fuera de la suma de todas las líneas de tierra $V_{SS}$	140	
$iV_{DD}(pin)$	Corriente máxima en cada pin de alimentación $V_{DD}$	100	
$iV_{SS}(pin)$	Corriente máxima de cada pin de tierra $V_{SS}$	100	
$ii_o(pin)$	Corriente de salida hundida por cualquier I/O y pin de control excepto FT_f	20	[mA]
	Corriente de salida hundida por cualquier pin FT_f	20	
	Corriente de salida procedente de cualquier I/O y pin de control	20	
$\sum ii_o(pin)$	Corriente de salida total hundida por la suma de todas las I/O y pines de control	100	
	Corriente de salida total obtenida por la suma de todas las I/O y pines de control	100	
$i_{inj}(pin)$	Corriente inyectada en los pines FT_XXX, TT_XX, RST y B, excepto PA4, PA5	-5/+0	
	Corriente inyectada en PA4, PA5	-5/	
$\sum  i_{inj}(pin) $	Corriente total inyectada (suma de todas las I/O y pines de control)	25	

Al utilizar 4 entradas por motor, suma un total de 120 mA aproximadamente sin contar el resto de la electrónica, por lo tanto, se diseñó una placa que sea capaz de aumentar el voltaje de 3.3V a 5V y entregar una corriente mayor a 120 mA.

En cuanto al sensor de posición se utilizó una IMU MPU9250. Esta es una IMU básica de 9 grados de libertad o DOF, además, tiene protocolo de comunicación i2c y SPI, en este caso se utilizó la comunicación i2c que a pesar de ser más lenta no afecta los datos, ya que la IMU tiene una tasa de refresco mucho menor.



**Fig. 4.7 Placa de distribución de voltajes.**

Para conectar y suministrar de energía todas las placas necesarias para el ballbot, se diseñó la placa de la Fig. 4.7, con convertidores buck que reciben una fuente de alimentación de 12V y lo convierten a 5V y 3.3V



Fig. 4.8 placa IMU 9250 10 axis.

Finalmente, el esquema de la electrónica del robot quedó según la Fig. 4.9, donde se muestra la comunicación i2c entre el sensor y el controlador, luego, este último crea 12 señales (4 por cada motor), que pasan por un amplificador y posterior driver para finalmente controlar los 3 motores que posee el robot ballbot UT.

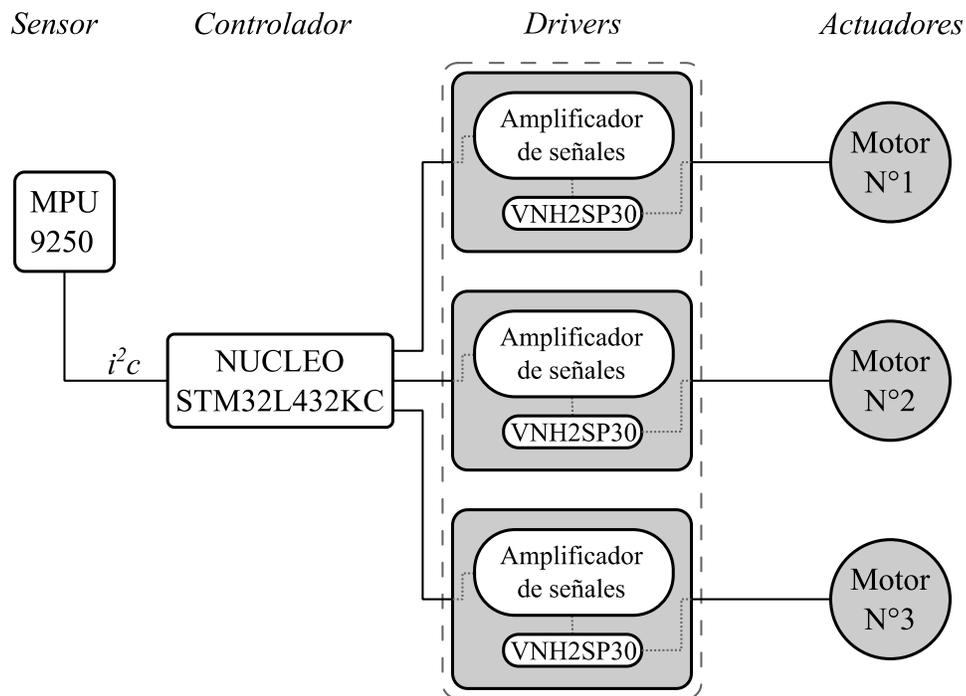


Fig. 4.9 esquema general de conexión.

## 4.4 Ensamble

Para concluir la etapa de construcción se ensambló el modelo completamente, esto quiere decir tanto la mecánica como la electrónica posicionadas en su respectivo lugar y conectadas mediante cables de control de un tamaño AWG 24 y de potencia AWG 18 el cual admite la corriente consumida por cada motor.



**Fig. 4.10 Ensamble Ballbot UT.**

## Capítulo 5. Control

### 5.1 Introducción

Anteriormente, se habló de robots tipo ballbot que se han construido hasta el momento. Dentro de ellos existen diversos algoritmos de control que van desde algoritmos lineales como LQR, LQG, PID entre otros, hasta no lineales como MPC.

Para Ballbot UT se utilizó un control no lineal llamado Fuzzy, este utiliza lógica “difusa” ya que intenta alejarse del mundo binario y adentrarse en un mundo donde no existe si y no, en cambio, utiliza grados de pertenencia. Esta es una alternativa practica que permite implementar un control no lineal en base a información heurística, que puede provenir de un experto o de simulaciones matemáticas.

En un diseño de control fuzzy, es necesario crear una serie de reglas de cómo controlar el sistema que definirán el desempeño del controlador, es por esto que estas reglas se deben ajustar lo mejor posible a la información obtenida.

Sin embargo, surge una duda, ¿por qué hacer este tipo de control si ya existen otros con un buen desempeño? Básicamente es por la dificultad que existe en modelar y simular sistemas complejos del mundo real. Incluso si un sistema dinámico se logra modelar con una increíble precisión, muchas veces no es posible implementarlo en el desarrollo de un controlador debido a su complejidad. Es por esto que los controladores comúnmente se diseñan con modelos simplificados del sistema y con una gran cantidad de restricciones y supuestos.

En pocas palabras un control fuzzy permite de manera formal representar, manipular e implementar el conocimiento de una persona experta sobre un sistema en un controlador. Su representación en diagrama de bloques se ve como la Fig. 5.1.

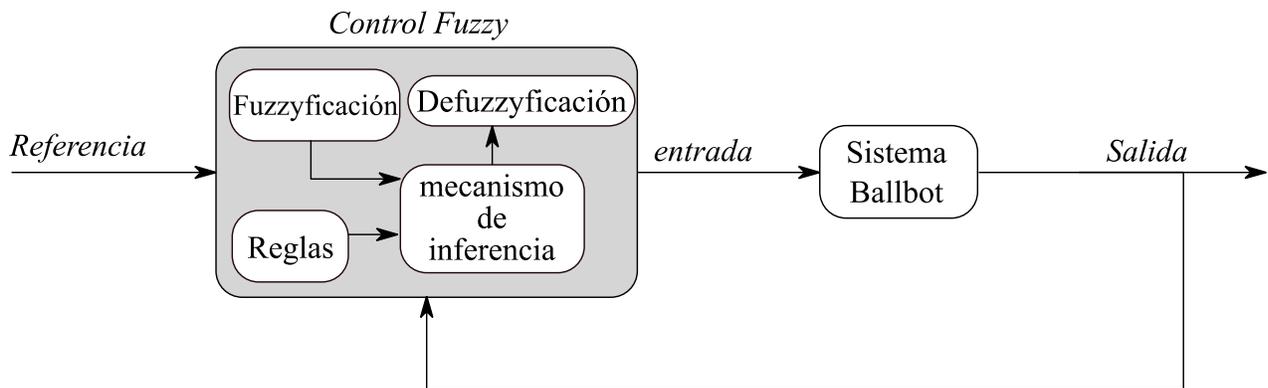


Fig. 5.1 Esquema general de un controlador fuzzy.

El controlador fuzzy posee 4 componentes básicas. Primero están las “reglas”, las cuales contienen el conocimiento en una serie de reglas que controlaran el sistema. El “mecanismo” evalúa la importancia de las reglas que se entregaran luego al sistema. La “fuzzyficación” es la encargada de tomar la información del mundo real y transformarla a un mundo difuso para que pueda ser interpretada y comparada por las reglas. Por último, la “defuzzyficación” es lo opuesto a la fuzzyficación, esta toma la información del mundo difuso y la transforma al mundo real para controlar el sistema o proceso.

## 5.2 Definición de variables

Dentro del ballbot UT, se definieron algunas variables de entrada y salida para realizar el control fuzzy. En este caso se tiene como referencia  $r(t)$  un valor de 0 para que el robot se estabilice en su punto de equilibrio inestable, ya que este valor representa el ángulo de inclinación desde la vertical hasta el eje z del robot. Luego la salida del controlador  $u(t)$  es la fuerza aplicada a las ruedas y por último el ángulo del robot  $y(t)$  es la retroalimentación al controlador.

A su vez, para crear las reglas del controlador se definieron 2 entradas al sistema, estas son el error  $e(t)$  y la variación del error  $de(t)$ . la primera se obtiene de la diferencia entre  $r(t)$  e  $y(t)$ , y la segunda es obtiene de la derivada del error  $e(t)$

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (5.1)$$

$$de(t) = \frac{d}{dt} r(t) - \frac{d}{dt} y(t) \quad (5.2)$$

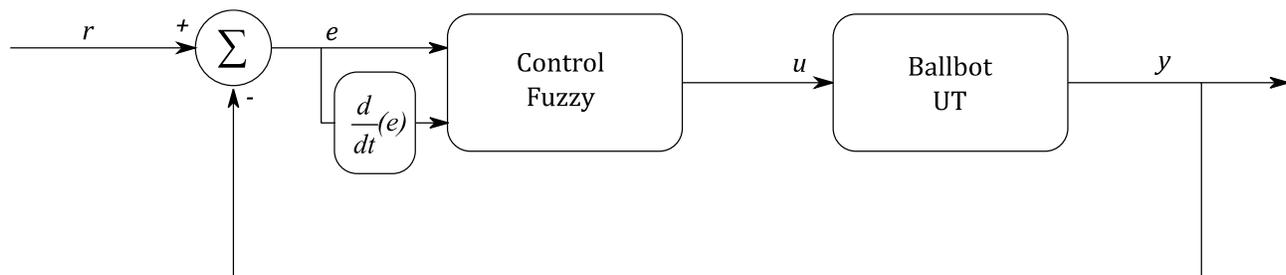


Fig. 5.2 Esquema de control fuzzy en ballbot UT.

## 5.3 Descripción lingüística

Con la información anterior se definieron algunas variables lingüísticas, estas con variables que indican el comportamiento del sistema y posteriormente se convertirán en las reglas del mismo, pero de una forma lingüística.

En este caso se transformó:

$e(t)$  a "error"

$de(t)$  a "derivada del error"

$u(t)$  a "fuerza"

Como ya sabemos,  $e(t)$  puede tener valores numéricos, sin embargo, al traspasarla a su forma lingüística ahora posee valores lingüísticos que pueden cambiar dinámicamente. Esto se aplica tanto a "error" como a "derivada del error" y "fuerza"

Para ellos, se definen

"Ngrande"

"Npequeño"

"Zero"

"Ppequeño"

"Pgrande"

Donde "Ngrande" es la abreviación de "Negativo grande" y así mismo "Pgrande" es la abreviación de "Positivo grande", y así sucesivamente con las demás variables.

De esta forma, se puede crear mediante variables lingüísticas el comportamiento del controlador con algunas declaraciones.

Por ejemplo:

- La declaración "error" es "Pgrande", puede representar la situación donde el robot está con un ángulo de error  $e(t)$  muy grande hacia la izquierda.
- La declaración "error" es "Npequeño", puede representar la situación donde el robot está con un ángulo de error  $e(t)$  pequeño hacia la derecha, pero no tan pequeño como para ser "zero" o muy grande como para ser "Ngrande".
- Así mismo es posible interpretar más de una variable lingüística, por ejemplo, si:
- La declaración "error" es "Pgrande" y "derivada del error" es "Ppequeño", puede representar la situación donde el robot está con un ángulo de error  $e(t)$  muy grande hacia la izquierda y  $de(t)$  es menor a cero, se está alejando de la posición de referencia.
- La declaración "error" es "Npequeño" y "derivada del error" es "Ppequeño", puede representar la situación donde el robot está con un ángulo de error  $e(t)$  pequeño hacia la derecha y  $de(e)$  menor a cero, por lo que el robot se está acercando a la posición de referencia.

## 5.4 Reglas

Con el comportamiento definido anteriormente se crearon una base de reglas mediante variables lingüísticas de la forma:

- If “error” es “Ngrande” y “derivada del error” es “Ngrande” entonces “fuerza” es “Pgrande”
- If “error” es “Zero” y “derivada del error” es “Ppequeño” entonces “fuerza” es “Npequeño”

Así con todas las posibles combinaciones que se dan en el robot

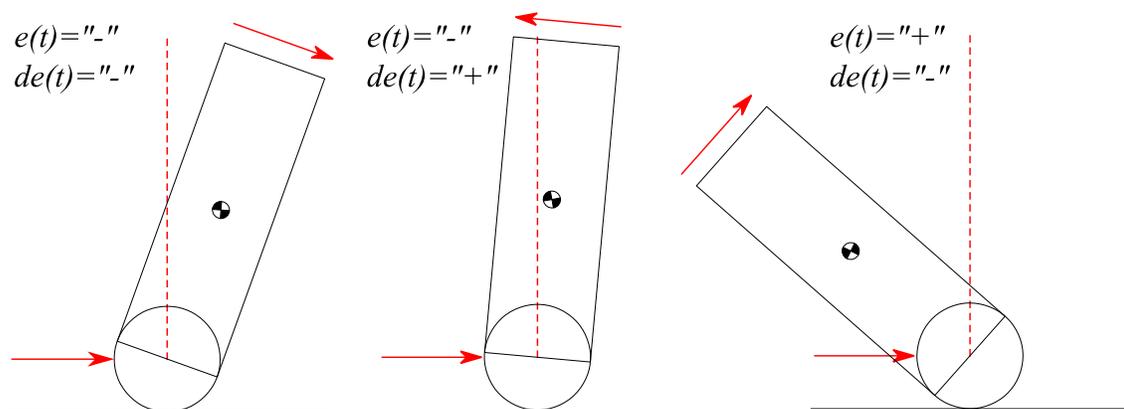


Fig. 5.3 Algunos casos posibles de  $e(t)$  y  $de(t)$  en un ballbot.

Con la Fig. 5.3 se nota que  $e(t)$  indica la posición del robot a partir de la vertical, siendo la izquierda como un valor positivo y derecha como un valor negativo, esto se da debido a que la referencia es cero. En el caso de  $de(t)$ , indica la dirección de movimiento, un valor negativo significa dirección a favor de las manecillas del reloj CW, y positivo indica en contra del reloj CCW.

Para facilitar un poco la obtención de estas reglas se le asignó un valor representativo.

- "-2" para "Ngrande"
- "-1" para "Npequeño"
- "0" para "Zero"
- "1" para "Ppequeño"
- "2" para "Pgrande"

Así, se creó una tabla con esta representación numérica con el fin de obtener la acción de la “fuerza” para cada condición.

Tabla 5.1 Tabla de acciones del controlador fuzzy.

"Fuerza" $u(t)$	"Derivada del error" $de(t)$					
	-2	-1	0	1	2	
"error" $e(t)$	-2	2	2	2	1	0
	-1	2	2	1	0	-1
	0	2	1	0	-1	-2
	1	1	0	-1	-2	-2
	2	0	-1	-2	-2	-2

## 5.5 Funciones de pertenencia

Con la información de la tabla 5.1, se definió las funciones que determinan el grado de pertenencia a cada variable lingüística. Para ello, se utilizaron las funciones más comunes en lógica difusa, funciones triangulares y trapezoidales para los extremos, definiéndolas tanto para el "error" como para la "derivada del error" como muestra la Fig. 5.4

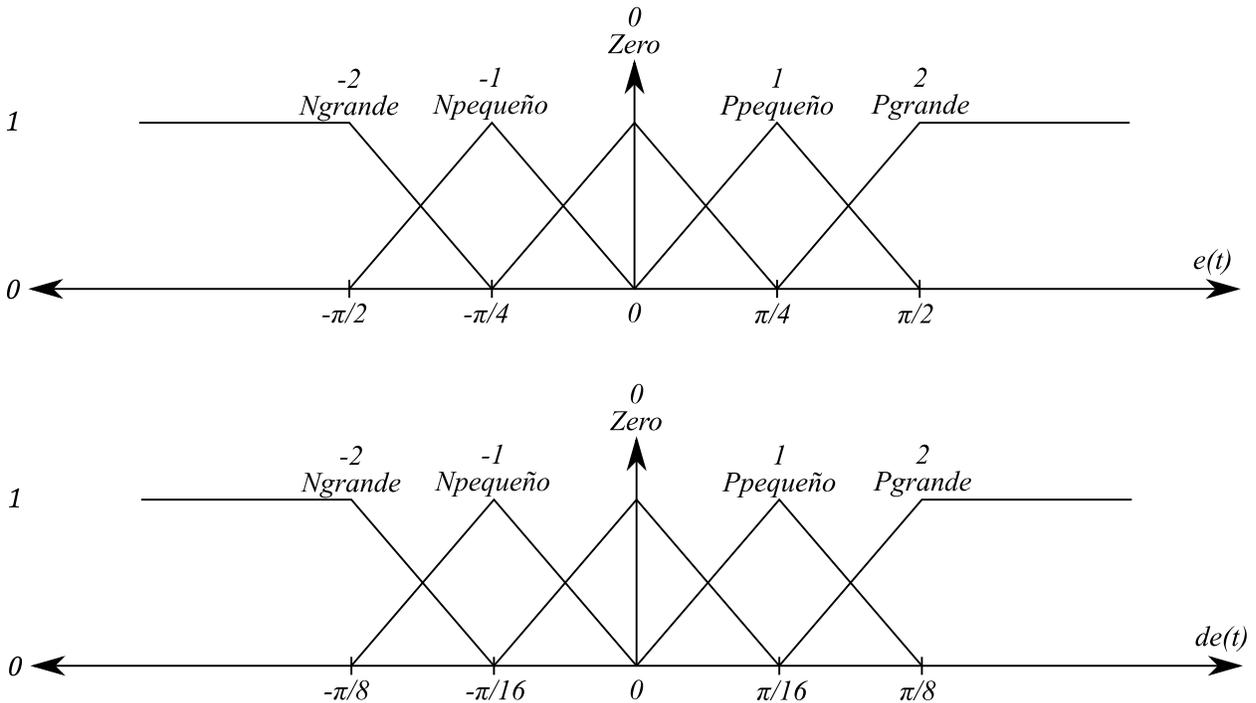


Fig. 5.4 Funciones de pertenencia.

Se interpretó el valor de entrada obtenido con su grado de pertenencia en las funciones lingüísticas, para finalmente traspasarla a una salida acorde a la entrada del sistema a controlar. En el

ballbot UT se escogió el método COG o “center of gravity”, que representa el valor de la fuerza según las variables lingüísticas de la Fig. 5.5

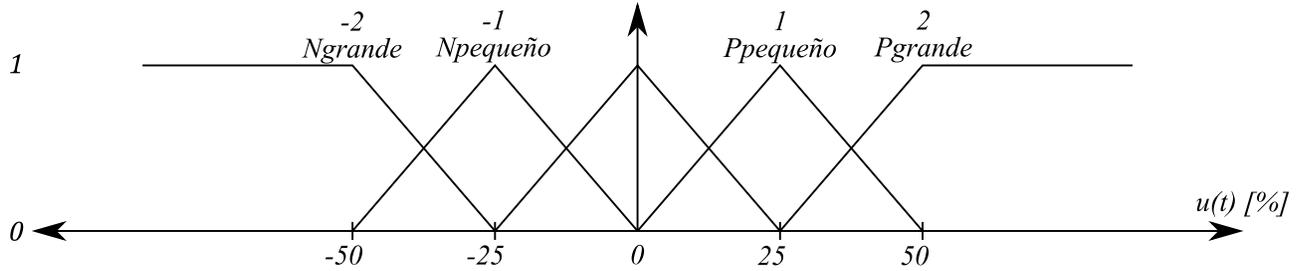


Fig. 5.5 Salida del controlador Fuzzy.

Para determinar cuál regla es la que predomina en la salida por conveniencia se escogió el menor valor de la combinación de reglas. Esta combinación permite la defuzzyficación de la salida mediante el método COG utilizando la siguiente formula

$$Salida = \frac{\sum_i b_i \int u_i}{\sum_i \int u_i} \quad (5.3)$$

Donde

$b$  = valor central de la función de pertenencia

$\mu$  = área bajo la función de pertenencia

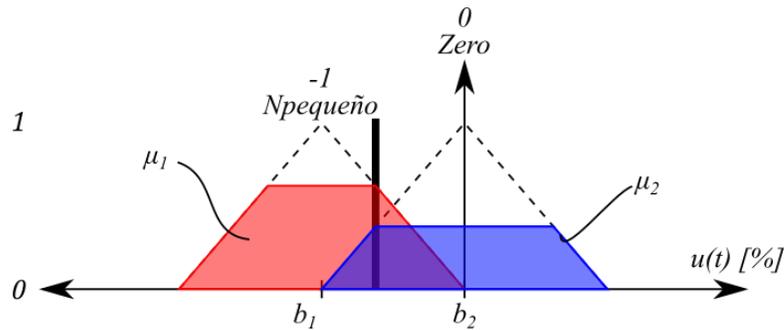


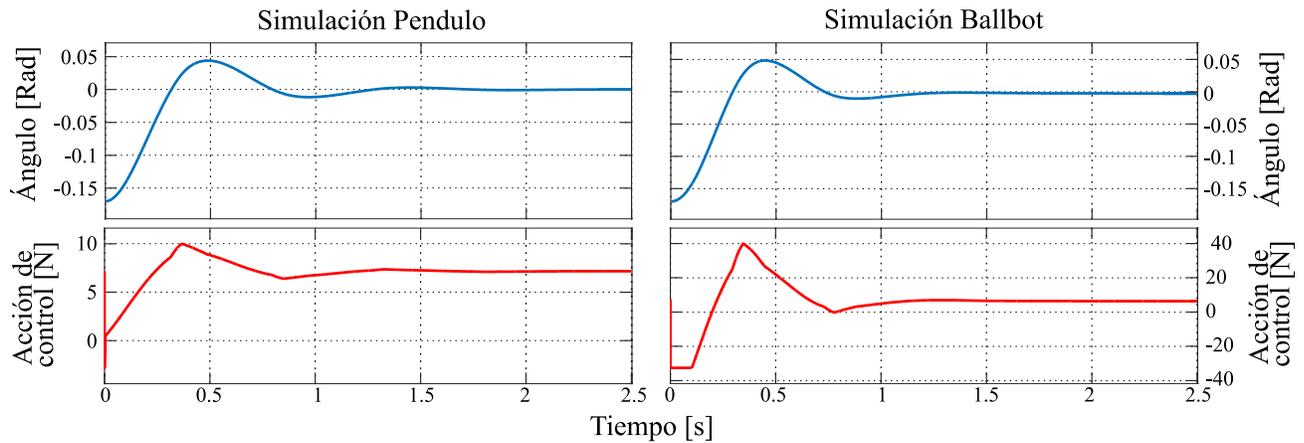
Fig. 5.6 Representación método COG.

## 5.6 Aplicación

Este algoritmo de control fuzzy se aplicó a las simulaciones de péndulo invertido en primer lugar para verificar su funcionamiento, obteniendo el grafico de la Fig. 5.7

Se utilizó una condición inicial para el ángulo del péndulo de 0.17 Rad (10 grados), desde donde comienza a actuar el controlador fuzzy, estabilizando el sistema en aproximadamente 2 segundos, además se puede ver la acción del controlador que se ajusta de forma dinámica según las

reglas que se definieron anteriormente en la sección 5.5.

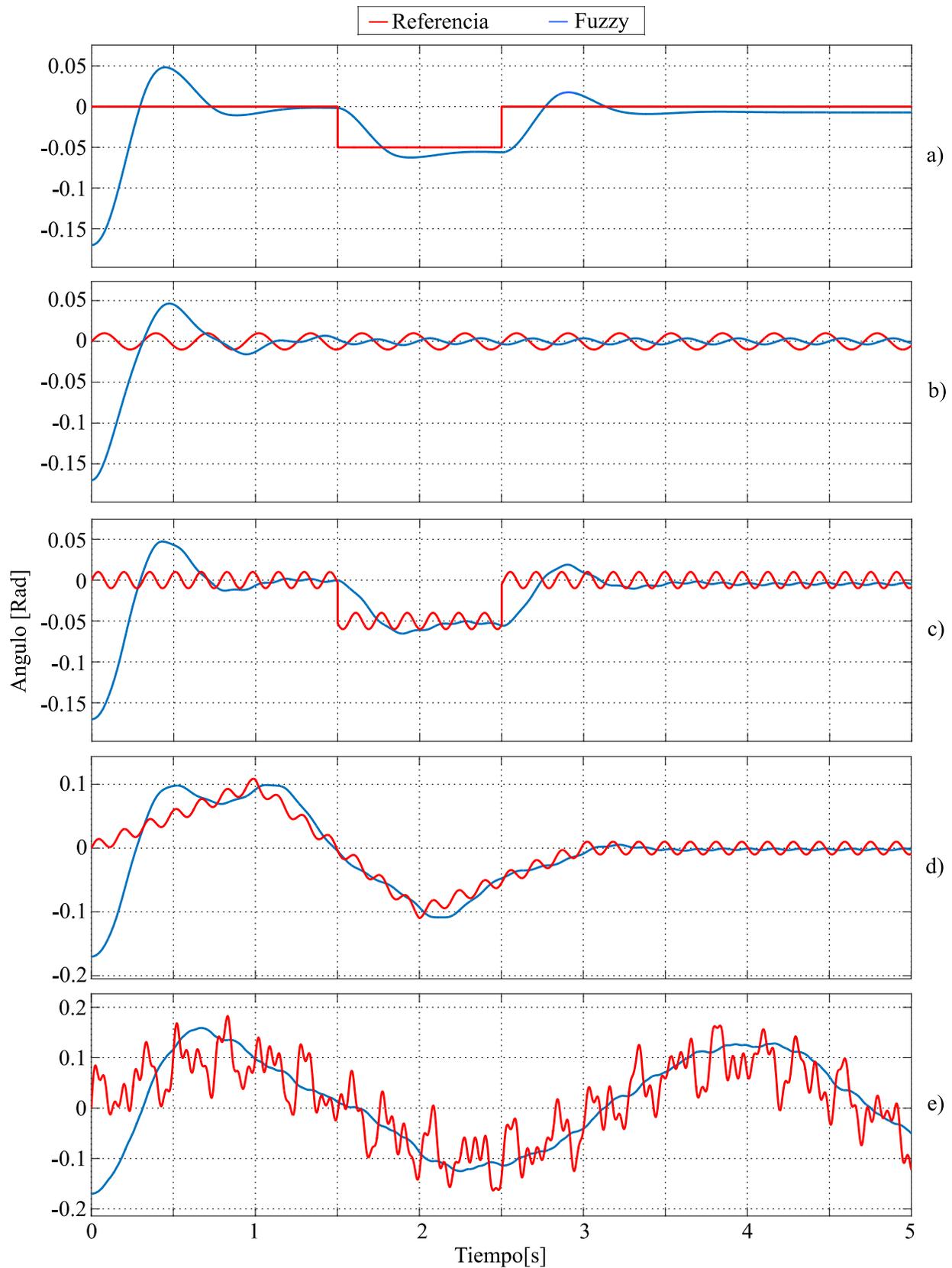


**Fig. 5.7** Comparativa entre simulación y acción de control de sistemas péndulo y ballbot en un solo plano.

Claramente existe una similitud en el comportamiento de ambos sistemas ante la acción del controlador fuzzy. El sistema de ballbot UT partió desde una condición inicial idéntica al péndulo simulado y se estabilizó en un tiempo similar a este, además sus acciones de control poseen grandes similitudes salvo por el rango de fuerza que ejercen.

De esta forma se concluyó que un control fuzzy es perfectamente aplicable a un robot ballbot y que su comportamiento es similar al de un péndulo invertido tal como se dedujo en el capítulo 2. Es así como se realizaron algunas pruebas más para verificar la optimización del controlador según las reglas declaradas y la fuerza aplicada.

Los cambios en la referencia del controlador buscan simular el control remoto que se puede ejercer sobre el ballbot UT, es decir que para desplazarlo a voluntad es necesario variar este valor de referencia y el control fuzzy se encargará de llegar al valor deseado. Para ello se realizó una serie de pruebas con cambios instantáneos y también con cambios suaves y con ruido en forma de señal sinusoidal.



**Fig. 5.8 pruebas ante referencias variadas.** a) variación de 0.05 [Rad] b) ruido en torno a 0 [Rad] c) fusión entre a y b d) variación de 0.1 [Rad] en rampa e) variación sinusoidal con ruido.

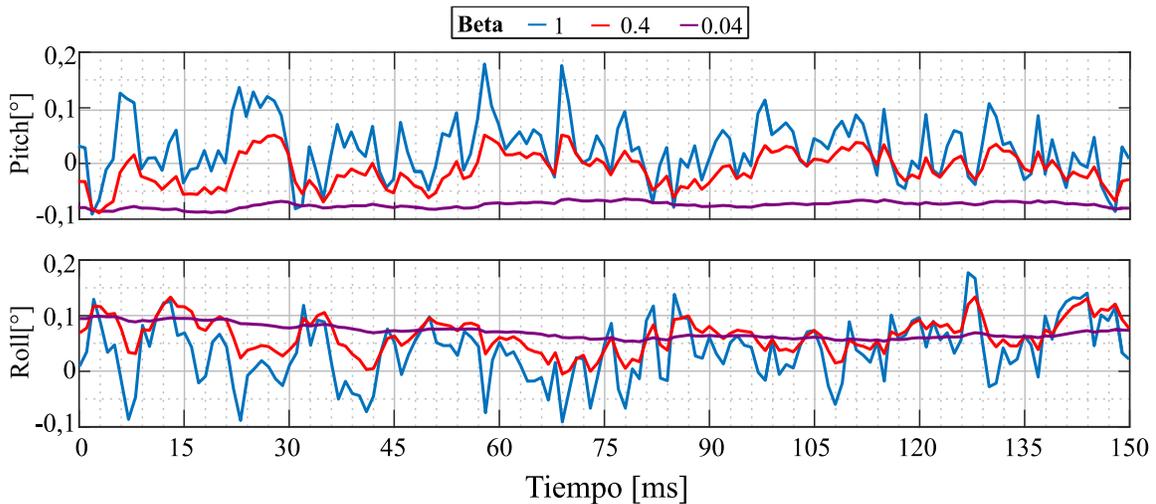
## Capítulo 6. Resultados experimentales

### 6.1 Introducción

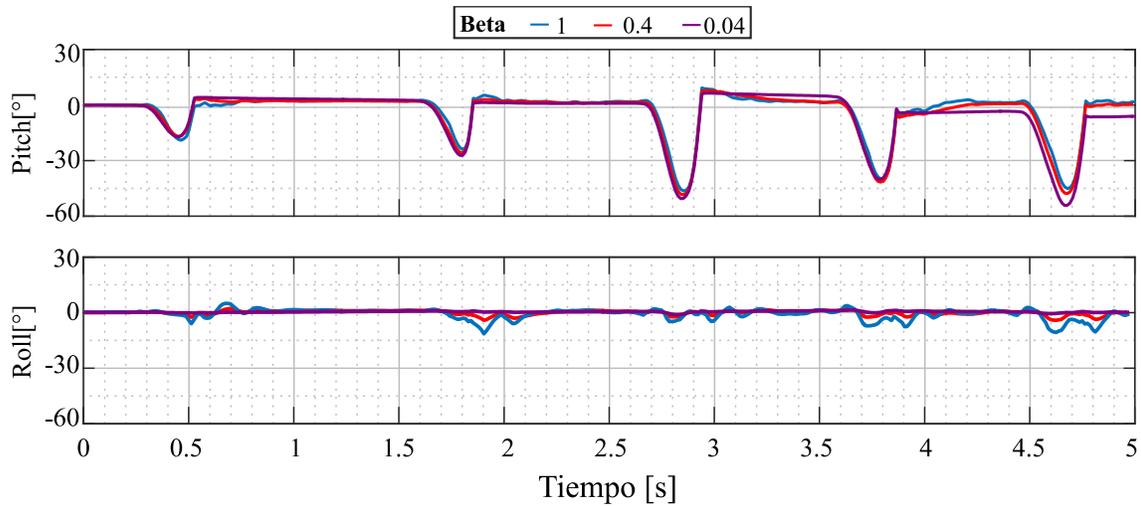
Este capítulo mostrará los resultados de algunas pruebas realizadas al ballbot UT ya construido y programado con un control fuzzy. Estas pruebas serán de dos tipos como se planteó en los objetivos de esta investigación, primero se probará el robot ante perturbaciones pequeñas como golpes con la mano o choques contra una pared. La segunda prueba será con desniveles del suelo como una rampa o bache.

### 6.2 Filtro

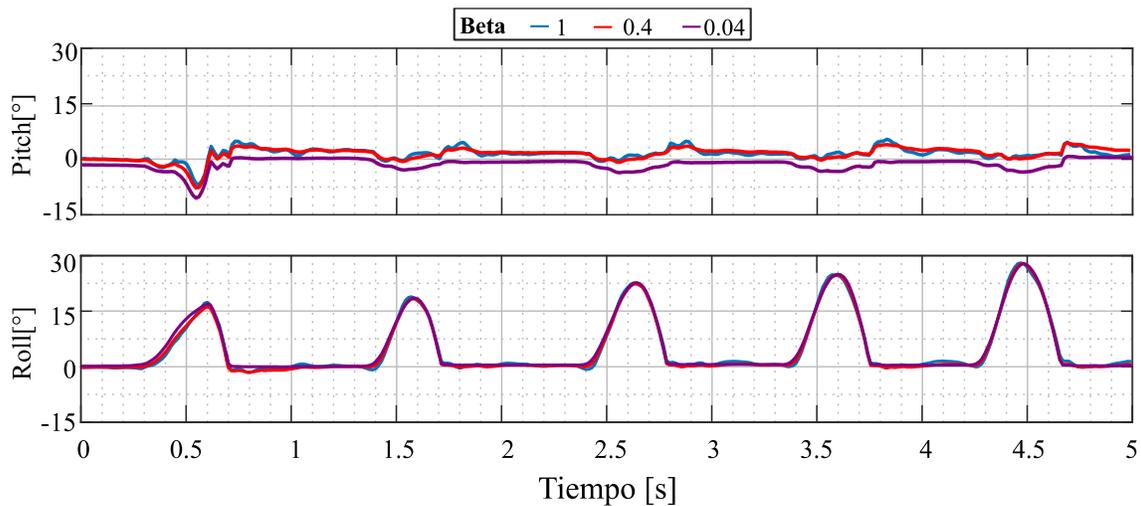
Para que ambas pruebas den resultados fidedignos es implacable que la obtención del ángulo sea la correcta, es por esto que se implementó un filtro de Madgwick[27] en la IMU MPU9250. El resultado que este filtro se puede apreciar en la Fig. 6.1, donde se compara los datos con distintas ganancias beta propias de este tanto en reposo como en movimiento.



**Fig. 6.1 Filtro de Madgwick con distintos valores de Beta sin perturbación.**



**Fig. 6.2 Comportamiento del filtro con perturbación en Pitch.**



**Fig. 6.3 Comportamiento del filtro con perturbación en Roll.**

Según los resultados de las Fig. 6.1 a 6.3, un valor beta menor significa menor ruido en la señal de ángulo además de que esta no presenta un desfase significativo. Sin embargo, en la Fig. 6.3 se puede ver como hubo un offset de al menos un grado al utilizar un valor beta de 0.04 con respecto a las otras curvas.

Finalmente, de acuerdo a la información recopilada se decidió utilizar un valor beta de 0.4 para el resto de mediciones ya que este presenta un mayor ruido, pero menos offset que la curva correspondiente a un valor beta de 0.04.

### 6.3 Pruebas

La primera prueba que se realizó al robot ballbot UT fue desplazarlo en un espacio pequeño de lado a lado sostenido de una cuerda en su punto más alto para proteger que este en caso de caída sufra un desperfecto que impida realizar las pruebas restantes.

En la Fig. 6.4 se muestra una secuencia del robot estable en una posición de 0 grados con respecto a la vertical y con un desplazamiento horizontal, además, se tomó los datos que entrega la IMU para verificar que es lo que sucede internamente con el sensor y con la acción de control.

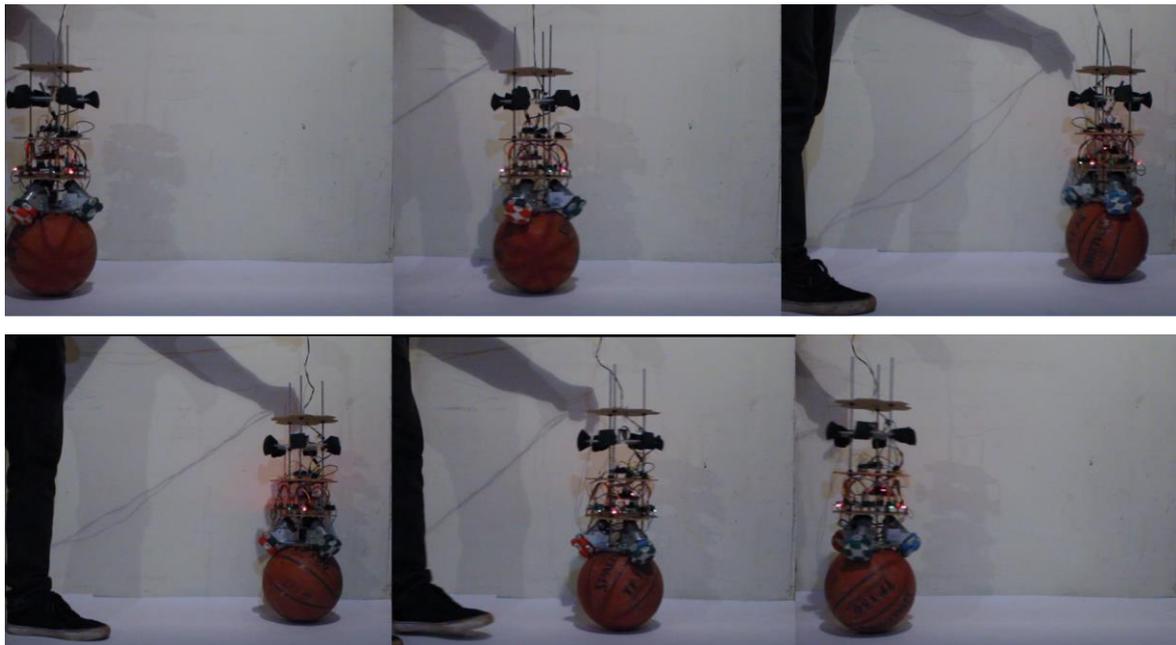


Fig. 6.4 Secuencia de desplazamiento horizontal.

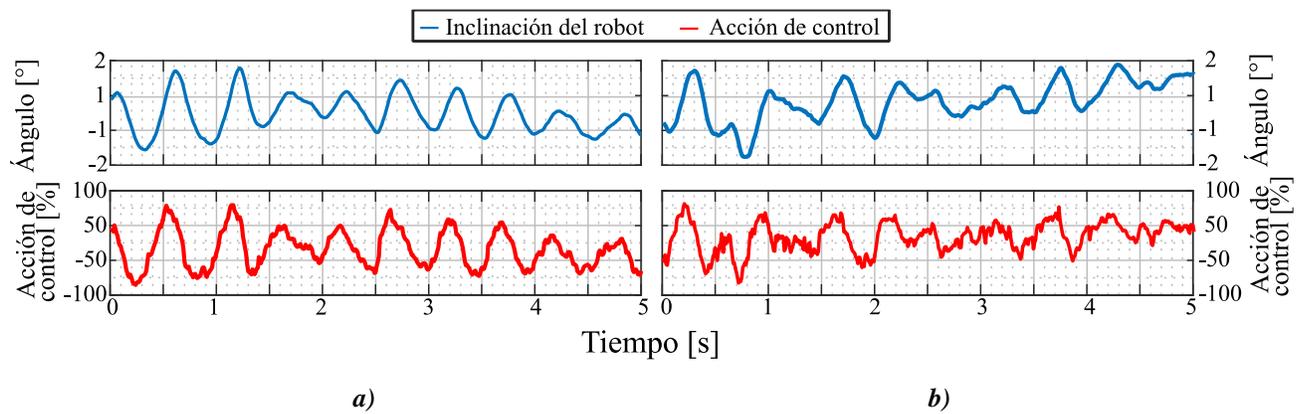
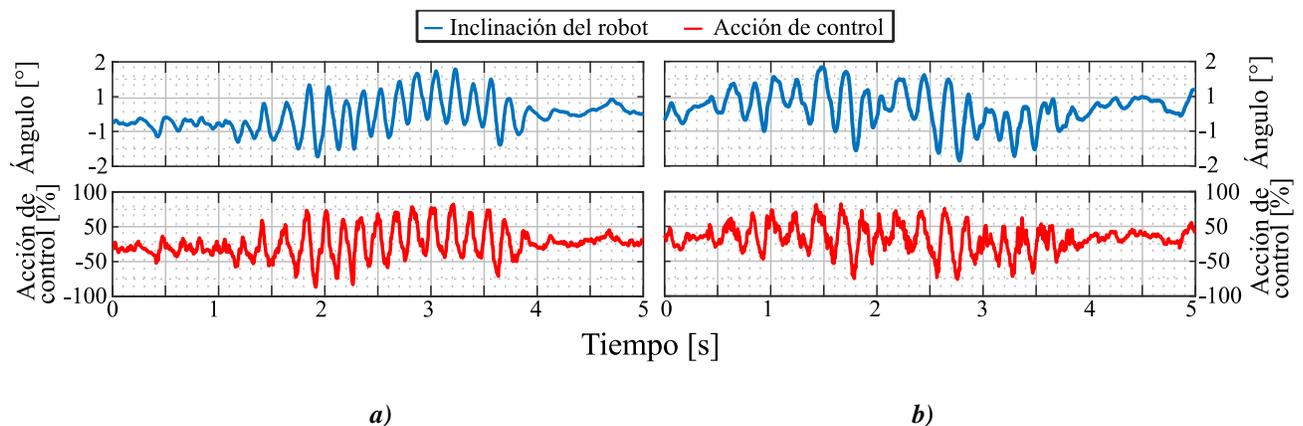


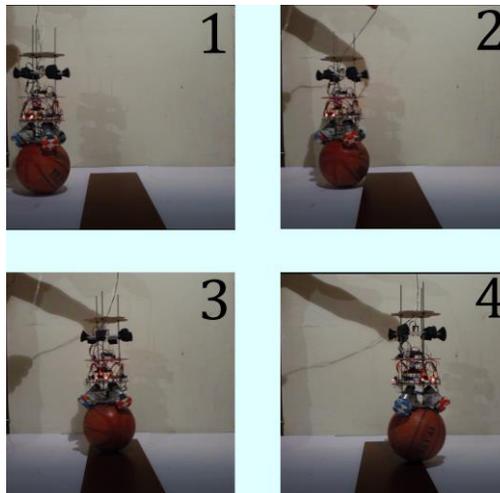
Fig. 6.5 Filtro de señales inerciales y acción de control en movimiento horizontal. a) Plano sagital b) plano coronal.

Se aprecia como la acción de control va en igual dirección y sentido a la inclinación del robot, esto era de esperarse ya que en las simulaciones tanto del péndulo como del robot sucedía de igual manera.

Luego, al robot se le aplicó una perturbación pequeña como un golpe con la mano en la parte superior de este, la cual se puede ver en los datos del robot de la Fig. 6.6, provocando una inclinación del robot que el control fuzzy fue capaz de compensar y mantener en equilibrio. A pesar de mantener el equilibrio, esto no ocurrió de la mejor forma ya que el robot comenzó a oscilar de lado a lado de forma brusca.



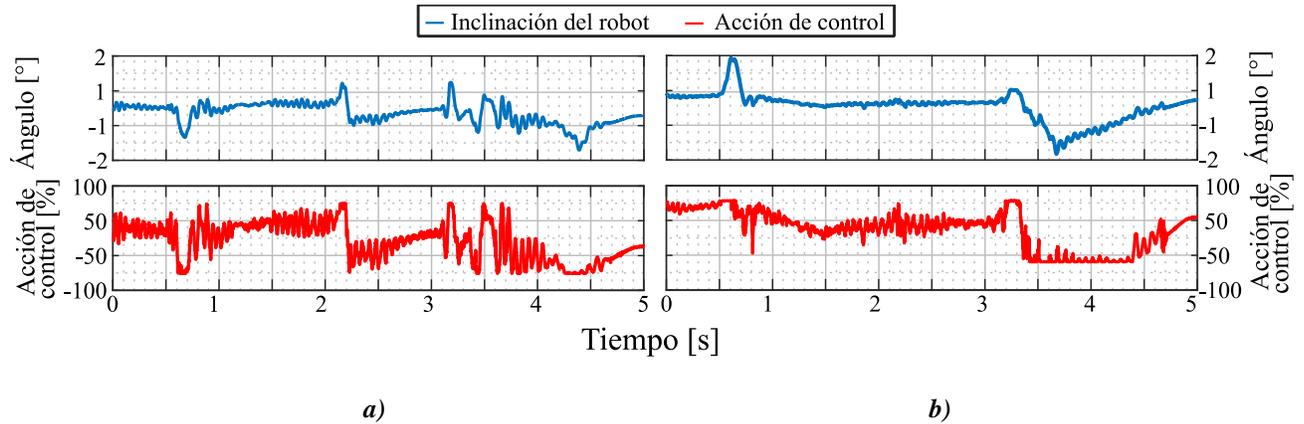
**Fig. 6.6** Filtro de señales inerciales y acción de control ante obstáculo de tipo peldaño. *a)* Plano sagital *b)* plano coronal.



**Fig. 6.7** Secuencia de subida a obstáculo.

Por otro lado, un objetivo de esta investigación es la estabilidad ante desniveles del suelo, por lo que en la siguiente prueba se utilizó una madera de 15 milímetros de espesor tumbada en el piso como se ve en la Fig. 6.7.

Internamente tanto el sensor como el control fuzzy producían las curvas de la Fig. 6.8.



**Fig. 6.8 Inclinación vs acción de control.** a) Plano sagital b) plano coronal.

El robot fue capaz de sobreponerse al obstáculo, aunque con algunas dificultades, esto debido a que los motores no cuentan con un torque lo suficientemente grande para subir el desnivel con suavidad, sino que se debe hacer con algo de impulso. Esto crea oscilaciones bastante grandes luego de subir y de la misma forma al bajar la pendiente.

## Capítulo 7. Conclusiones

---

### 7.1 Sumario

En la presente memoria de título se expuso el diseño, construcción y control de un robot de equilibrio inestable. Esto se realizó con una metodología de investigación, primeramente, con los robots de características similares construidos hasta la fecha y principalmente destacando sus sistemas de control. Se realizó un análisis de los recursos disponibles para desarrollar diseños mecánicos y electrónicos que luego fueron construidos, testeados e implementados en la versión final del ballbot UT, además, de los esquemas de control y obtención de datos.

Finalmente se expusieron los datos y resultados obtenidos a lo largo de toda la investigación mediante simulaciones y resultados experimentales.

### 7.2 Conclusiones

Según los resultados de los capítulos anteriores se puede evaluar el desempeño del ballbot UT en simulaciones y en su implementación, que resultaron ser bastante similares.

Existen varios puntos a considerar en dentro de esta investigación, uno de ellos es el apartado del control, que fue uno de los objetivos importantes y que sin dudas se cumplió, ya que el control fuzzy fue capaz de mantener un sistema de equilibrio inestable sin caer ante perturbaciones pequeñas como golpes y desniveles del suelo. Esto se puede ver en el capítulo 6, apartado “pruebas” donde ballbot UT se mantuvo en posición de equilibrio inestable subiendo y bajando un escalón de 15 mm de altura, además de recibir pequeños golpes que causaban una inclinación de dos grados con respecto a la vertical.

Los gráficos de dicho capítulo muestran oscilaciones entorno a los  $2^\circ$  de inclinación que poco a poco se van atenuando y estabilizando en la zona de equilibrio inestable ( $0^\circ$  con respecto a la horizontal), dentro de 5 segundos como se aprecia en las Fig. 6.6 y Fig. 6.8.

En cuanto al filtro utilizado se puede notar una mejora significativa según las Fig. 6.1, Fig. 6.2 y Fig. 6.3, donde el filtro de Madgwick es capaz de desacoplar la información de pitch y roll provenientes de la IMU. Sin embargo, esto causa un mayor estrés en el microcontrolador, por lo que el desempeño de Ballbot UT se podría ver mejorado mediante una IMU de mayor calidad que incluya filtros pre procesados y los envíe mediante protocolo i2c. Además, en algunas pruebas se encontró la falencia de utilizar componentes electrónicos no especializados, ya que ante movimientos repentinos

y bruscos los conectores de placas de circuitos PCB comenzaron a desconectarse, produciendo errores en lecturas y posterior error en la acción de control. Si bien este problema no es constante ni con una frecuencia importante, sucedió en la primera prueba al subir el escalón y pudo producir una falla importante de haber impactado por error contra el suelo o un muro.

En base a lo detallado en el párrafo anterior, la estructura cumplió su función ya que se comportó rígida, fácil de ensamblar y adecuar a la altura requerida según los pisos que se asignaron al Ballbot UT. Además, sus fijaciones mediante pernos dieron la facilidad de modificar y corregir las posiciones de los distintos componentes como, por ejemplo, el desfase de  $120^\circ$  entre ruedas, la altura del motor y la distancia entre pisos.

## **7.3 Trabajo futuro**

A pesar del correcto desempeño que presentó Ballbot UT, existen aspectos a mejorar en cuanto a mecanismo, electrónica y control, ya sea agregando hardware o aportando nuevas ideas al proyecto. Es por eso que en este apartado se expondrán algunas ideas que han ido surgiendo mediante se desarrolló esta memoria.

### **7.3.1 Apartado mecánico**

En el apartado mecánico se puede destacar la estructura rígida que se presentó y que tuvo un correcto desempeño, sin embargo, los motores utilizados no poseen la fuerza ideal para aumentar la dificultad de los obstáculos como escalones. Es por esto que una mejora sería cambiar los motores DC por motores BLDC de mayor torque como los que utilizan ETH, AAU, CMU, además, cambiar las ruedas impresas en 3D por ruedas omnidireccionales profesionales. Esto principalmente por las vibraciones que producen los componentes utilizados, la caja reductora del motor POLOLU 131:1 posee un retroceso o backlash que no se puede controlar y no admite un movimiento suave y con fuerza.

### **7.3.2 Apartado electrónico**

El apartado electrónico principalmente se puede mejorar en base a dinero, es decir con componentes de mejor calidad y que incluyan algunas funciones internas, como lo mencionado anteriormente en torno a la IMU y sus filtros. Con esto se puede liberar capacidad de procesamiento del microcontrolador, sin embargo, no presenta una ventaja considerable, ya que sigue siendo un microcontrolador de 32 bit, es por esto que se tiene en consideración agregar un mini computador

como una Raspberry pi 4 de 4 GB de memoria RAM. Esto hace hincapié en agregar interfaz gráfica al sistema, permitir la conexión a internet y mostrar datos en tiempo real, además de controlar a distancia el robot.

Dentro de la Raspberry es posible incorporar ROS, para agregar un sistema de navegación propio, que permita sensores tipo Lidar de tal forma de crear un mapa y un sistema de navegación que se oriente en base a Lidar, IMU y encoders.

### **7.3.3 Apartado de control**

El control del robot logró el objetivo de este proyecto, sin embargo, no dejó cabida a mejoras sustanciales. El microcontrolador de 32 bits por un tema de capacidad de I/O no admite mayores componentes electrónicos, por lo que agregar un mini computador como una Raspberry pi mejorarían el sistema y permitirían agregar nuevas funcionalidades como las antes mencionadas. Agregar un sistema operativo como ROS permite tener un sistema amigable y estándar, para que otros alumnos puedan utilizar y mejorar el mismo software sin problemas.

Un tema a destacar es que el microcontrolador utilizado se programa en lenguaje C, por lo que entender y empaquetar el código en una biblioteca para Arduino, Python u otros lenguajes de programación no resulta una tarea compleja con los conocimientos entregador por la universidad. Esto da la ventaja de que el código pueda ir mejorando y escalando cada vez en una mejor versión según lo utilicen otros estudiantes.

## Bibliografía

- [1] A. R. L. Francisco, “La Computación en México por especialidades académicas,” *J. Chem. Inf. Model.*, vol. 53, no. 9, 2013.
- [2] W. Choi, D. Zhu, and J. C. Latombe, *Contingency-tolerant robot motion planning and control*, vol. 1989-Sept. 1989.
- [3] M. Shomin, “Navigation and Physical Interaction with Balancing Robots,” 2016.
- [4] A. Bhatia, M. Kumagai, and R. Hollis, “Six-stator spherical induction motor for balancing mobile robots,” *Proc. - IEEE Int. Conf. Robot. Autom.*, vol. 2015-June, no. June, pp. 226–231, 2015.
- [5] T. B. Lauwers, G. A. Kantor, and R. L. Hollis, “A dynamically stable single-wheeled mobile robot with inverse mouse-ball drive,” *Proc. - IEEE Int. Conf. Robot. Autom.*, vol. 2006, no. 3, pp. 2884–2889, 2006.
- [6] U. Nagarajan, G. Kantor, and R. L. Hollis, “Trajectory planning and control of an underactuated dynamically stable single spherical wheeled mobile robot,” *Proc. - IEEE Int. Conf. Robot. Autom.*, pp. 3743–3748, 2009.
- [7] U. Nagarajan, G. Kantor, and R. Hollis, “The ballbot: An omnidirectional balancing mobile robot,” *Int. J. Rob. Res.*, vol. 33, no. 6, pp. 917–930, 2014.
- [8] M. Kumagai and T. Ochiai, “Development of a robot balancing on a ball,” *2008 Int. Conf. Control. Autom. Syst. ICCAS 2008*, pp. 433–438, 2008.
- [9] P. Fankhauser and C. Gwerder, “Modeling and Control of a Ballbot,” 2010.
- [10] J. Leckebusch *et al.*, “Estimation of IMU and MARG orientation using a gradient descent algorithm,” *Proc. - IEEE Int. Conf. Robot. Autom.*, vol. 6, no. 6, pp. 1–7, 2013.
- [11] C. W. Liao, C. C. Tsai, Y. Y. Li, and C. K. Chan, “Dynamic modeling and sliding-mode control of a Ball Robot with inverse mouse-ball drive,” *Proc. SICE Annu. Conf.*, pp. 2951–2955, 2008.
- [12] A. N. Inal, “{3D} dynamic modeling of spherical wheeled self-balancing mobile robot,” no. August, 2012.
- [13] E. Pellegrini, K. J. Diepold, R. Dessort, and H. Panzer, “3D-Modeling of a Robot Balancing on a Ball,” *Tech. Reports Autom. Control*, vol. TRAC-6, no. August 2, 2011, pp. 1–28, 2011.
- [14] О. Р. Ш. И.В.Иванов, О.В.Ковалишина, “Опыт аудита обеспечения качества и безопасности медицинской деятельности в медицинской организации по разделу «Эпидемиологическая безопасность»No Title,” *Вестник Росздравнадзора*, vol. 4, no. May,

- pp. 9–15, 2017.
- [15] K. van der Blonk, “Modeling and Control of a Ball-Balancing Robot,” 2014.
- [16] C. Verdier, “Geometric control of an under- actuated balancing robot Cees Verdier Master of Science Thesis.”
- [17] D. B. Pham, H. Kim, J. Kim, and S. G. Lee, “Balancing and Transferring Control of a Ball Segway Using a Double-Loop Approach [Applications of Control],” *IEEE Control Syst.*, vol. 38, no. 2, pp. 15–37, 2018.
- [18] T. K. Jespersen, “Modelling and Control of a Ball-balancing Robot Thomas Kølbæk Jespersen,” no. April, 2019.
- [19] “Gutiérrez Gaspar José Humberto y,” 2014.
- [20] A. Member, J. F. Eastham, and M. Sc, “DEVELOPMENT AND DESIGN OF SPHERICAL INDUCTION MOTORS By Professor F. C. WILLIAMS, O.B.E., D.Sc, D.Phil., F.R.S., Member, E. R. LAITHWAITE, M.Sc, Ph.D., Associate Member, and J. F. EASTHAM, M.Sc.,” no. 3036, 1959.
- [21] K. Davey, G. Vachtsevanos, and R. Powers, “The analysis of fields and torques in spherical induction motors,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 23, no. 1, pp. 273–282, 1987.
- [22] “Rueda Omni de plástico de 58Mm para Kit de Robot y Servo Motor 14135-in Coches para montarse from Juguetes y pasatiempos on Aliexpress.com | Alibaba Group.” [Online]. Available:  
[https://es.aliexpress.com/item/4000165092274.html?spm=a2g0o.productlist.0.0.371b3fcaOWaaNl&algo\\_pvid=0dc34e4f-0739-44c1-884d-470a1792324a&algo\\_expid=0dc34e4f-0739-44c1-884d-470a1792324a-4&btsid=89747d7d-52d3-4dd8-84bc-7f4f2a48f78a&ws\\_ab\\_test=searchweb0\\_0,.](https://es.aliexpress.com/item/4000165092274.html?spm=a2g0o.productlist.0.0.371b3fcaOWaaNl&algo_pvid=0dc34e4f-0739-44c1-884d-470a1792324a&algo_expid=0dc34e4f-0739-44c1-884d-470a1792324a-4&btsid=89747d7d-52d3-4dd8-84bc-7f4f2a48f78a&ws_ab_test=searchweb0_0,.) [Accessed: 25-Sep-2019].
- [23] “Ruedas omnidireccional de 100mm Rueda de aluminio monolítica de 90 grados 14179-in Accesorios para herramientas eléctricas from Herramientas on Aliexpress.com | Alibaba Group.” [Online]. Available:  
[https://es.aliexpress.com/item/32924759204.html?spm=a2g0o.productlist.0.0.9c321565RFroGK&algo\\_pvid=c0024aea-751c-4089-bce8-4db9e69f6d50&algo\\_expid=c0024aea-751c-4089-bce8-4db9e69f6d50-13&btsid=e70c3596-8d8a-4b5c-bd64-9df9620f1963&ws\\_ab\\_test=searchweb0\\_0,s.](https://es.aliexpress.com/item/32924759204.html?spm=a2g0o.productlist.0.0.9c321565RFroGK&algo_pvid=c0024aea-751c-4089-bce8-4db9e69f6d50&algo_expid=c0024aea-751c-4089-bce8-4db9e69f6d50-13&btsid=e70c3596-8d8a-4b5c-bd64-9df9620f1963&ws_ab_test=searchweb0_0,s.) [Accessed: 25-Sep-2019].
- [24] “EC-4pole by maxon the high-power DC motors.” [Online]. Available:  
<https://www.maxongroup.com/maxon/view/content/ec-4pole-motors.> [Accessed: 25-Sep-

- 2019].
- [25] “EC 60 flat Ø60 mm, brushless, 100 Watt, with cover.” [Online]. Available: <https://www.maxongroup.com/maxon/view/product/motor/ecmotor/ecflat/ecflat60/408057>. [Accessed: 25-Sep-2019].
- [26] “maxon DC motor and maxon EC motor Key information maxon motor,” no. November, pp. 42–50, 2014.
- [27] S. O. H. Madgwick, A. J. L. Harrison, and R. Vaidyanathan, “Estimation of IMU and MARG orientation using a gradient descent algorithm,” in *2011 IEEE International Conference on Rehabilitation Robotics*, 2011, pp. 1–7.

