



FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL MECÁNICA

Validación experimental de los modelos más comúnmente empleados en el diseño de equipos de sedimentación, a partir del factor de reducción de velocidad de sedimentación terminal, propuestos por la ecuación de continuidad, Brauer & Kriegel y Richardson & Zaki, para sistemas monomodales de micropartículas suspendidas en agua desionizada.

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL MECÁNICO

PROF. GUÍA: Dr.-Ing. Gonzalo Salinas Salas

Nicolás Daniel López Cabrera

CURICÓ - CHILE

2020

CONSTANCIA

La Dirección del Sistema de Bibliotecas a través de su encargado Biblioteca Campus Curicó certifica que el autor del siguiente trabajo de titulación ha firmado su autorización para la reproducción en forma total o parcial e ilimitada del mismo.



Two circular official stamps and handwritten signatures in blue ink. The left stamp is from the 'DIRECCIÓN SISTEMA DE BIBLIOTECAS UNIVERSIDAD DE TALCA' and the right stamp is from the 'SISTEMA DE BIBLIOTECAS CAMPUS CURICO'.

Curicó, 2022

Agradecimientos

Me gustaría agradecer a todas aquellas personas que de alguna manera participaron en mi formación profesional y en la del presente trabajo.

Primero quiero agradecer a mi familia, en especial a mis padres y hermana, por su apoyo constante e incondicional en todo momento, lo que me ha permitido afrontar y superar cada obstáculo a lo largo de todo el proceso universitario.

De igual forma me gustaría agradecer al profesor Dr.-Ing. Gonzalo Salinas Salas por su paciencia y sobre todo por su gran vocación para enseñar, gracias a sus conocimientos y orientación fue posible realizar esta memoria.

Y por último agradecer a mi pareja por su apoyo incondicional y acompañarme en esta etapa de mi vida. También agradecer a mis amigos, por el apoyo, risas y todos los bellos momentos vividos en la universidad.

Gracias a cada uno de ustedes he logrado concluir con éxito y satisfacción esta memoria.

Nicolás Daniel López Cabrera

*Dedicado a mis padres
Graciela Cabrera P. y Daniel López m.
Todo lo que soy se los debo a ustedes*

Resumen

Entre los métodos de medición de micropartículas, está el basado en el uso de la centrifuga analítica, la cual somete a un sistema de micropartículas a las fuerzas de un campo centrifugo y logra medir el tamaño de cada una de las micropartículas, mediante un sensor óptico. En donde el tamaño y la velocidad de sedimentación están relacionadas y por lo que determinarlas es de gran importancia.

Los sistemas de micropartículas no tienen un tamaño único, sino que existen diferentes tamaños, pero hay un tamaño que se repite con mayor frecuencia, llamado tamaño representativo del sistema de partículas. Existirán sistemas que posean un solo tamaño representativo, los cuales se llaman monomodal, otros con 2 tamaños representativos, estos se llaman bimodales y otros con tres o más tamaños representativos, que se llaman polimodales.

En un sistema monomodal se puede determinar sin dificultad la velocidad de sedimentación relativa de la partícula, ya que, hay equipos que de medición de tamaño de partículas para eso y también existe una ecuación general que se llama la velocidad de Stokes que permite calcular la velocidad de sedimentación terminal. Pero la velocidad de Stokes no entrega un resultado preciso, ya que, no considera ciertos efectos que retrasan la velocidad de sedimentación como: la concentración de partículas, las fuerzas mecánicas, las características del fluido, el tamaño de las partículas, entre otros. Para modelar de mejor manera la velocidad de Stokes, existen unos factores de corrección de velocidad de sedimentación terminal, que corrigen dicha velocidad considerando algunos fenómenos mencionados anteriormente y de esta manera se logra aproximar la velocidad de Stokes a lo que ocurre en la realidad cuando sedimenta un grupo de partículas.

El objetivo principal de esta memoria es determinar la validez de los factores de corrección de velocidad de sedimentación de terminal de la ecuación de Richardson & Zaki, de la ecuación de Brauer & Kriegel y la ecuación de continuidad para sistemas monomodales de micro partículas del orden de 1,5 (μm).

Tras el desarrollo del estudio, se concluye que los factores anteriormente mencionados son válidos para este sistema de micropartículas, con error asociado a Richardson & Zaki de 2,64%, Brauer & Kriegel de 1,68% y la ecuación de continuidad de 4,53%.

Índice

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN	1
1.1 ANTECEDENTES Y MOTIVACIÓN	2
1.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	3
1.3 SOLUCIÓN PROPUESTA.....	4
1.4 OBJETIVOS.....	4
1.4.1 Objetivo general	4
1.4.2 Objetivos específicos.....	5
1.5 RESULTADOS ESPERADOS	5
1.6 METODOLOGÍA	5
1.6.1 Primera fase.....	5
1.6.2 Segunda fase.....	6
1.6.3 Tercera fase	6
1.6.4 Cuarta fase.....	6
CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO	8
2.1 MÉTODOS DE SEDIMENTACIÓN DE PARTÍCULAS	9
2.2 SISTEMAS ÓPTICOS MEDICIÓN DE VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN ..	10
2.2.1 Ley de Lambert-Beer:	11
2.2.2 Área específica de extinción	11
2.2.3 Tamaño de partículas en función de variables ópticas.....	12
2.2.4 Centrífuga de foto sedimentación	12
2.3 REPRESENTACIÓN DISTRIBUCIÓN DEL TAMAÑO DE PARTÍCULAS	13
2.3.1 Diámetro representativo	15
2.4 SEDIMENTACIÓN DE PARTÍCULAS	17
2.4.1 Velocidad de sedimentación terminal	19
2.4.2 Campo de fuerza centrifugo	20

2.4.3	Fuerza centrífuga.....	21
2.4.4	Fuerza de flotación.....	22
2.4.5	Fuerza de arrastre.....	22
2.4.6	Influencia trayectoria radial.....	23
2.4.7	Fuerza de Coriolis.....	24
2.4.8	Área transversal de la partícula.....	24
2.4.9	Número de Reynolds.....	24
2.4.10	Número de Arquímedes.....	25
2.4.11	Coefficiente de arrastre.....	25
2.4.12	Factor de incremento de aceleración gravitacional.....	26
2.4.13	Factor de dinámico de forma.....	27
2.4.14	Factor de esfericidad.....	28
2.4.15	Velocidad terminal de sedimentación de la partícula en función al número de Reynolds y Arquímedes.....	28
2.4.16	Velocidad de Stokes cuando la partícula está sometida a campos centrífugos.....	29
2.5	FACTORES DE CORRECCIÓN DE VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN.....	29
2.5.1	Factor de reducción de velocidad de sedimentación ecuación de continuidad para sistemas monomodales de partículas.....	30
2.5.2	Factor de reducción de velocidad de sedimentación de Richardson & Zaki para sistemas monomodales de partículas.....	30
2.5.3	Factor de reducción de velocidad de sedimentación de Brauer & Kriegel para sistemas monomodales de partículas.....	31
2.6	VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN CORREGIDA.....	32
2.7	ENFOQUE EMPÍRICO PARA DESCRIBIR LA DEPENDENCIA DE LA CONCENTRACIÓN.....	32

2.8 TIPOS DE ERRORES EXPERIMENTALES	33
2.8.1 Error relativo porcentual	34
2.9 METODO DE MÍNIMOS CUADRADOS.....	34
CAPÍTULO 3: DESARROLLO A LA SOLUCIÓN DE LA PROBLEMÁTICA	36
3.1 DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA DE PARTÍCULAS	38
3.2 DESCRIPCIÓN DE EQUIPO SHIMADZU SA-CP3	39
3.3 METODOLOGÍA DEL ENSAYO PARA LA DISTRIBUCIÓN DEL TAMAÑO DE LAS PARTÍCULAS.....	40
3.3.1 Balanza de laboratorio.....	40
3.3.2 Preparación de suspensiones:.....	41
3.3.3 Ultra-turrax.....	41
3.3.4 Ultrahomogeneizador vibra-cell VCX500	41
3.3.5 Agitador magnético	41
3.3.6 Shimadzu SA-CP3.....	41
3.4 METODOLOGÍA DE CÁLCULO PARA PROCESAR LOS DATOS	42
3.5 CARACTERIZACIÓN DEL SISTEMA DE MICROPARTÍCULAS GELTECH 1,543	
3.6 CÁLCULO DE VELOCIDADES DE SEDIMENTACIÓN	51
3.6.1 Cálculo de velocidad de sedimentación teórica	51
3.6.2 Cálculo de velocidad de sedimentación Geltech 1,5 (experimental)	52
3.7 CÁLCULO DE FACTORES DE CORRECCIÓN DE VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN TEÓRICA.....	52
3.8 CORRECCIÓN DE VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN TEÓRICA	55
3.9 ERROR ENTRE LA VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN EXPERIMENTAL Y VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN TEÓRICA CORREGIDA.....	56
3.10TENDENCIA DEL FACTOR DE CORRECCIÓN RESPECTO LA CONCENTRACIÓN VOLUMÉTRICA	59

3.10.1	Factor de corrección de Richardson & Zaki.....	59
3.10.2	Factor de corrección de la ecuación Brauer & Kriegel	60
3.10.3	Factor de corrección de la ecuación de continuidad	61
3.10.4	Tendencia del sistema de micropartículas Geltech 1,5 (experimental).....	62
3.11	ENFOQUE EMPÍRICO PARA DETERMINAR EL VALOR DEL EXPONENTE “N” DE LA FUNCIÓN DE CORRECCIÓN EXPERIMENTAL.....	65
	CAPÍTULO 4: ANÁLISIS DE RESULTADOS	68
4.1	SISTEMA MONOMODAL GELTECH 1,5.....	64
4.2	VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN	65
4.3	DESCRIPCIÓN DEL COMPORTAMIENTO HIDRODINÁMICO	66
4.4	VALIDEZ DE LOS FACTORES DE CORRECCIÓN DE VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN TERMINAL	67
4.5	ANÁLISIS DEL FACTOR DE CORRECCIÓN PROPUESTOS RESPECTO DE LA CONCENTRACIÓN VOLUMÉTRICA	67
4.6	ANÁLISIS DE LA FUNCIÓN DE CORRECCIÓN EXPERIMENTAL.....	68
4.7	ANÁLISIS EXPONENTE FUNCIÓN DE CORRECCIÓN EXPERIMENTAL.....	70
	CONCLUSIONES	71
	BIBLIOGRAFÍA	74
	APÉNDICE	75
A.	DATOS DE LOS ENSAYOS DE MEDICIÓN	76
A1.	<i>Ensayo sistema de partículas Geltech 1,5</i>	<i>76</i>
B.	DESVIACIÓN ESTADÍSTICA	80
C.	FACTOR DE CORRECCIÓN RESPECTO LA CONCENTRACIÓN VOLUMÉTRICA.....	82
D.	DATOS SATISFACTORIOS PARA FACTOR DE CORRECCIÓN SISTEMA GELTECH 1,5.....	86

E. FUNCIÓN DE CORRECCIÓN EXPERIMENTAL	88
F. DATOS TÉCNICOS DE EQUIPOS DE LABORATORIO UTILIZADOS	93
F1. Homogeneizador dispensador Ultra-turrax.....	93
F2. Homogeneizador ultrasónico vibra-cell VCX 500	94
F3. Agitador magnético RH digital.....	94
G. CÁLCULOS.....	96
G.1 Datos	96
G.2 Cálculo velocidad de sedimentación Geltech 1,5 (experimental).....	96
G.3 Cálculo de la velocidad de sedimentación teórica	97
G.4 Cálculo de factores de corrección	98
G.5 Corrección de la velocidad de sedimentación teórica corregida por los distintos factores de corrección	102
G.6 Error relativo de predicción	107

Índice de tablas

Tabla 2.1 Clasificación de analizadores centrífugos. Fuente: Powder Sampling and size sedimentation.....	10
Tabla 2.2 Tabla para la obtención de constantes A y B en función de los números de Reynolds y Arquímedes. Fuente: Sedimentationsverhalten von Submikrometerpartikeln in wässrigen suspensionen, salinas, 2007.....	26
Tabla 2.3. Formula empírica factor de forma. Fuente: Handbuch der Mechanischen Verfahrenstechnik, Schubert, 2003.....	27
Tabla 2.4. Valores que adopta el exponente según el número de Reynolds. (Salinas Salas, Apuntes de tecnología energética y descontaminación, 2009).....	31
Tabla 3.1 Diámetros representativos según equipos de medición estándar de sistemas de partículas. Fuente: (Salinas Salas , Sedimentationsverhalten von Submikrometerpartikeln in wässrigen suspensionen,2007.....	38
Tabla 3.2 Datos iniciales del ensayo centrifugo de micropartículas Geltech 1,5 Fuente: elaboración propia a partir de datos tomados por la centrifuga analítica Shimadzu SA-CP3,MVT-TU Dresden.....	43
Tabla 3.3 Datos satisfactorios para establecer el comportamiento del sistema de partículas Geltech 1,5. Fuente: Elaboración propia a partir de datos del MTV-TU Dresden.....	43
Tabla 3.4 Formato ensayos realizados. Fuente: Elaboración propia a partir de los datos tomados por la centrifuga Shimadzu SA-CP3, MVT-TU Dresden.....	44
Tabla 3.5 Desviación estándar de los datos Geltech 1,5 a 750 rpm. Fuente: Elaboración propia a partir de los datos tomados por la centrifuga Shimadzu SA-CP3, MVT-TU Dresden.....	48
Tabla 3.6 Diámetro representativo del sistema de partículas Geltech 1,5 a 750 rpm. Fuente: Elaboración propia a partir de los datos tomados por la centrifuga Shimadzu SA-CP3 SA-CP3, MVT-TU Dresden.....	49
Tabla 3.7 Velocidad de sedimentación experimental para distintos niveles de concentración volumétrica. Fuente: Elaboración propia a partir de datos entregados.....	52
Tabla 3.8 Factores de corrección de velocidad de sedimentación de la ecuación de Brauer & Kriegel, a distintos niveles de concentración volumétrica. Fuente: Elaboración propia a partir	

de los datos tomados por la centrifuga Shimadzu SA-CP3, MVT-TU Dresden.....	53
Tabla 3.9 Factores de corrección de velocidad de sedimentación de la ecuación de Richardson & Zaki, a distintos niveles de concentración volumétrica. Fuente: Elaboración propia a partir de los datos tomados por la centrifuga Shimadzu SA-CP3, MVT-TU Dresden.....	54
Tabla 3.10 Factores de corrección de velocidad de sedimentación de la ecuación de Brauer & Kriegel, a distintos niveles de concentración volumétrica. Fuente: Elaboración propia a partir de los datos tomados por la centrifuga Shimadzu SA-CP3, MVT-TU Dresden.....	54
Tabla 3.11 Velocidad teórica corregida por el factor de corrección de Bruer & Kriegel. Fuente: Elaboración propia.....	55
Tabla 3.12 Velocidad teórica corregida por el factor de corrección de Bruer & Kriegel. Fuente: Elaboración propia.....	55
Tabla 3.13 Velocidad teórica corregida por el factor de corrección de Bruer & Kriegel. Fuente: Elaboración propia.....	56
Tabla 3.14 Error asociado a cada punto de medición experimental, el cual está definido por la concentración. Fuente: Elaboración propia.....	57
Tabla 3.15 Error asociado a cada punto de medición experimental, el cual está definido por la concentración. Fuente: Elaboración propia.....	57
Tabla 3.16 Error asociado a cada punto de medición experimental, el cual está definido por la concentración. Fuente: Elaboración propia.....	58
Tabla 3.17 Error promedio asociado a cada factor de corrección de velocidad de sedimentación teórica,, el cual está definido por la concentración. Fuente: Elaboración propia.....	58
Tabla 4.1 Comparación de velocidad experimental y velocidad de sedimentación teórica. Fuente elaboración Propia.....	65
Tabla 4.2 Diámetro medido experimentalmente y diámetro medido por espectrómetro laser. Fuente: elaboración propia.....	66

Índice de ilustraciones

Ilustración 2.1. Centrifuga de foto sedimentación. Fuente: Classification and sedimentation methods.....	13
Ilustración 2.2 Diagrama cuerpo libre partícula sometida a fuerzas del campo gravitatorio. (Elaboración propia).....	18
Ilustración 2.3 Diagrama cuerpo libre cuando las partículas están sometidas a los efectos de un campo centrífugo. (Elaboración propia).....	20
Ilustración 2.4 Perfil de concentración y curso temporal de la sedimentación de partículas monomodales en el sistema de campo centrífugo. Fuente: Sedimentationsverhalten von Submikrometerpartikeln in wässrigen suspensionen, Salinas, 2007.	23
Ilustración 3.1 Principales componentes de la centrifuga analítica Shimadzu SA-CP3 SA-CP3. Fuente: Salinas-Salas , Sedimentationsverhalten von Submikrometerpartikeln in wässrigen suspensionen, 2007.....	39

Indicie de gráficos

Gráfico 2.1 tendencia del Factor de corrección de la velocidad de sedimentación respecto a la concentración volumétrica. Fuente: Elaboración propia	33
Gráfico 3.1 Distribución acumulativa ensayo N°2 Geltech 1,5 a 750 rpm. Fuente: Elaboración propia a partir de los datos tomados por la centrifuga Shimadzu SA-CP3, MVT-TU Dresden.....	46
Gráfico 3.2 Distribución incremental del ensayo N°2 Geltech 1,5 a 750 rpm. Fuente: Elaboración propia a partir de los datos tomados por la centrifuga Shimadzu SA-CP3, MVT-TU Dresden.....	46
Gráfico 3.3 Diagrama de porcentaje de extinción relativa ensayo N°2, Geltech 1,5 a 750 rpm. Fuente: Elaboración propia a partir de los datos tomados por la centrifuga Shimadzu SA-CP3, MVT-TU Dresden.....	47
Gráfico 3.4 Diagrama acumulativo ensayo N°1, 2 y 3, Geltech 1,5 a 750 rpm. Fuente: Elaboración propia a partir de los datos tomados por la centrifuga Shimadzu SA-CP3, MVT-TU Dresden.....	47
Gráfico 3.5 Diagrama incremental ensayo N°1, 2 y 3, Geltech 1,5 a 750 rpm. Fuente: Elaboración propia a partir de los datos tomados por la centrifuga Shimadzu SA-CP3, MVT-TU Dresden.....	48
Gráfico 3.6 Diagrama porcentaje extinción relativo ensayo N°1, 2 y 3, Geltech 1,5 a 750 rpm. Fuente: Elaboración propia a partir de los datos tomados por la centrifuga Shimadzu SA-CP3, MVT-TU Dresden.....	49
Gráfico 3.7 tendencia del factor de corrección de Richardson & Zaki respecto de la concentración volumétrica de micropartículas, para un valor del exponente $n=4,65$. Fuente: Elaboración propia.....	60
Gráfico 3.8 Tendencia del factor de corrección de Brauer & Kriegel respecto de la concentración volumétrica de macropartículas. Fuente: Elaboración propia.....	61
Gráfico 3.9 Tendencia del factor de corrección de la ecuación de continuidad respecto de la concentración volumétrica de micropartículas. Fuente: Elaboración propia	62

Gráfico 3.10 Tendencia del sistema de micropartículas Geltech 1,5, respecto de la concentración volumétrica. Fuente: Elaboración propia a partir de los datos tomados por la centrifuga analítica Shimadzu SA-CP3.....	63
Gráfico 3.11 Comparación entre los valores del sistema Geltech 1.5, la función de corrección de Richardson & Zaki, Brauer & Kriegel y la ecuación de continuidad. Fuente: Elaboración propia.....	64
Gráfico 3.12 Comportamiento del exponente “n” a partir de los datos Geltech 1,5 (experimentales). Fuente: Elaboración propia a partir de datos que fueran satisfactorios. .	65
Gráfico 3.13 Comparación entre el factor de corrección Geltech 1,5 y el nuevo factor de corrección experimental. Fuente: Elaboración propia.....	67
Gráfico 4.1 Comparación de los factores de corrección, con el sistema de micropartículas Geltech 1,5 (experimental). Fuente: Elaboración propia.....	69

Nomenclatura

Símbolo	Significado	unidad
A	: Constante de la ecuación de arrastre	-
A_{OK}	: Área de una esfera con volumen idéntico	m^2
A_{OP}	: Área efectiva de una partícula	m^2
A_p	: Área específica de extinción	m^2
Ar	: Número de Arquímedes	-
A_T	: Área transversal de la partícula	m^2
B	: Constante de la ecuación de arrastre	-
c	: Concentración volumétrica de partículas	-
c_w	: Coeficiente de arrastre de la partícula	-
E	: Extinción	-
F_a	: Fuerza de arrastre que actúa sobre la partícula	N
F_c	: Fuerza centrífuga	N
F_{co}	: Fuerza de Coriolis	
F_f	: Fuerza de flotación que actúa sobre la partícula	N
F_z	: Fuerza de aceleración	N
$f(c)$: Factor de corrección de velocidad	-
g	: Aceleración de gravedad	m/s^2
I	: Intensidad de la luz que atraviesa la cubeta con la suspensión sedimentando	W/m^2
I_0	: Intensidad de luz que atraviesa la cubeta con la suspensión inicial	W/m^2
$k(x)$: Coeficiente de extinción	-
k_ψ	: Factor dinámico de forma	-
L	: Ancho de la cubeta que contiene la suspensión	m

m_i	: Masa del sistema de partículas bajo el tamaño de i	Kg
m_p	: Masa de la partícula analizada	Kg
n	: Exponente a partir del número de Reynolds	-
$q_{r,i}$: Concentración incremental	1/m
Re	: Número de Reynolds	-
t	: Tiempo	s
T	: Transmisión	-
v_{AB}	: Velocidad de sedimentación de una partícula a partir del número de Reynolds y Arquímedes	m/s
v_s	: Velocidad relativa de la partícula respecto del fluido	m/s
v_{st}	: Velocidad de sedimentación de una partícula esférica de igual volumen	m/s
v_{st}	: Velocidad de Stokes	m/s
v_r	: Velocidad de sedimentación de la partícula asimétrica	m/s
$v_{sedimentación}$: Velocidad de sedimentación efectiva o experimental	m/s
v_{stc}	: Velocidad de sedimentación corregida	m/s
v_{stt}	: Velocidad de sedimentación teórica	m/s
V_p	: Volumen de la partícula	m^3
x	: Tamaño medio de la partícula	m
$x_{84,3}$: Masa o volumen de partículas del percentil 84	Kg o m^3
$x_{16,3}$: Masa o volumen de partículas del percentil 16	Kg o m^3
$x_{50,3}$: Masa o volumen de partículas del percentil 50	Kg o m^3
y	: Posición de la partícula	m
z	: Factor de incremento de aceleración gravitacional	-
v_{cal}	: Valor calculado o medido	-

v_{ref}	: Valor de referencia o real	-
$\Delta Q_{3,i}$: Fracción de partículas bajo el tamaño de i	-
Δx_i	: Diferencia entre los límites de tamaño definidos	m
$\vec{\omega}$: Aceleración angular	Rad/s
μ_f	: Viscosidad dinámica	Pa·s
ε	: Error relativo porcentual	%
Ψ	: Factor de esfericidad de las partículas	-
ρ_p	: Densidad de la partícula	Kg/m ³
ρ_f	: Densidad del fluido	Kg/m ³
$\sum m_i$: Masa total del sistema de partículas	Kg
σ_{ln}	: Desviación logarítmica de la distribución del sistema de partículas	-

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN

1.1 ANTECEDENTES Y MOTIVACIÓN

Determinar la distribución del tamaño de partículas es un problema muy importante en procesos industriales, como por ejemplo en el diseño de equipos industriales de descontaminación, en procesos de alimentos, en donde es muy relevante caracterizar a las partículas. También se suele utilizar en la elaboración de productos a base de materiales dispersos como cerámicas y pinturas. Los tamaños de partículas que se presentan en un sistema, no poseen un diámetro único, sino que debido a su composición o fabricación no presentan una forma y un tamaño definido, por lo que existe una distribución de tamaños de partículas que conforman el sistema, en donde estas varían entre un tamaño mínimo y otro máximo. Es por esto que se considera un diámetro representativo del sistema de partículas o incluso que se presente más de un diámetro representativo como es el caso de sistemas de partículas bimodales, trimodales, etc.

El Departamento de Tecnologías de la Universidad de Talca cuenta con una cierta cantidad de datos obtenidos de un sistema de partículas de dióxido de silicio, cabe mencionar que los datos fueron medidos por el Dr.-Ing Gonzalo Salinas Salas, entre estos se encuentran los datos de un sistema monomodal de partículas, los cuales fueron medidos por el equipo de sedimentación centrífuga Shimadzu SA-CP3.

En un sistema monomodal de partículas existe un tamaño similar por no decir idéntico entre las partículas presentes en el. Esto hará que de manera experimental el sistema presente una única velocidad de sedimentación para el diámetro representativo de partículas. Existen ecuaciones que pueden modelar la velocidad de sedimentación de manera teórica y aproximarla de buena forma a lo que ocurre en la realidad.

1.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

En un sistema monomodal se puede determinar sin dificultad la velocidad de sedimentación relativa de la partícula, ya que, hay equipos de medición de tamaño de partículas para eso y también existe una ecuación general que se llama la velocidad de Stokes que permite calcular la velocidad de sedimentación terminal.

El comportamiento hidrodinámico que tienen las partículas al sedimentar dependerá de la concentración de las partículas, la forma que están tengan, el tamaño de estas, del fluido en el cual están suspendidas, las fuerzas mecánicas que estén involucrada (campo gravitatorio o centrifugo), entre otros. Pero la ecuación general para calcular la velocidad de sedimentación de las partículas de manera teórica no considera todos los factores mencionados anteriormente y por ende pierde un poco de precisión a la hora de entregar un resultado.

Existen unas ecuaciones que se llaman factores de corrección de velocidad de sedimentación terminal que son capaces de corregir la velocidad de sedimentación mencionada anteriormente y estos factores consideran elementos tales como: la concentración de partículas, las características del fluido y las partículas, que en la ecuación general de la velocidad de Stokes no se presentan. Entonces de esta manera se puede corregir la velocidad de sedimentación teórica y aproximarla aún más a la realidad

El Dr.-Ing. Gonzalo Salinas Salas cuenta con mediciones de sistemas de partículas tomadas bajo condiciones controladas, las que fueron obtenidas durante su estadía en el Arbeitgruppe für Mechanische Verfahrenstechnik an der Technische Universität Dresden. Para poder desarrollar el estudio, se utilizaran los datos de velocidad de sedimentación terminal en sistemas de micropartículas monomodales suspendidas en agua desionizada.

El problema es determinar la validez de los distintos factores de corrección de velocidad terminal, utilizados comúnmente, cuando se aplican a sistemas de micropartículas en este caso micropartículas de 1,5 (μm) de diámetro nominal. Empleando las siguientes formas para determinar el factor de corrección de velocidad de la: ecuación de continuidad, ecuación de Brauer & Kriegel y ecuación de Richardson & Zaki aplicadas a sistemas monomodales empleadas como calibres industriales de óxido de silicio (SiO_2), producidas por Geltech Inc., designadas como Geltech 1,5 Las que fueron suspendidas en agua.

1.3 SOLUCIÓN PROPUESTA

Para esta memoria se analizarán los datos proporcionados que se mencionaron anteriormente. A los cuales se realizarán los procedimientos necesarios para obtener los diagramas de distribución acumulativo e incremental de tamaño de partículas, a fin de obtener el diámetro representativo del sistema.

Paralelamente, se analizará el comportamiento hidrodinámico del sistema de partículas y se calculará la velocidad de sedimentación terminal de las partículas que lo componen para una velocidad de giro de 750 rpm, equivalente a un campo de aceleración $z \cdot g = 493,44 \text{ (m/s}^2\text{)}$.

A partir de estos valores se procederá a comparar la velocidad de sedimentación experimental con la velocidad predicha por los tres factores de reducción mencionados anteriormente. Cabe indicar que estos factores de corrección se aplican a la velocidad de sedimentación de Stokes o terminal, la cual se evalúa a partir del diámetro representativo del sistema.

Los resultados de esta comparación permitirán validar los factores de corrección de velocidad de sedimentación terminal propuestos por: la ecuación de continuidad, la ecuación Brauer & Kriegel y la ecuación Richardson & Zaki.

1.4 OBJETIVOS

1.4.1 Objetivo general

Validar experimentalmente los factores de corrección de velocidad de sedimentación terminal propuestos por la: ecuación de continuidad, ecuación de Brauer & Kriegel y la ecuación Richardson & Zaki, para sistemas monomodales de micropartículas de dióxido de silicio calibradas, de diámetros nominales de 1,5 (μm), suspendidas en agua.

1.4.2 Objetivos específicos

- Conocer el estado del arte en sistemas de medición de velocidad de sedimentación de micropartículas.
- A partir de los datos experimentales, obtenidos mediante el empleo de una centrifuga analítica Shimadzu SA-CP3, determinar la velocidad de sedimentación de sistemas de micropartículas monomodales.
- Realizar una metodología de trabajo para poder analizar los resultados obtenidos experimentalmente en sedimentaciones de sistemas de micropartículas monomodales de diámetro nominal 1,5 (μm), en un campo de aceleración $z \cdot g = 493,44 \text{ (m/s}^2\text{)}$.
- Comprobar la validez de los factores de corrección de velocidad terminal propuestos por la: ecuación de continuidad, ecuación de Brauer & Kriegel y la ecuación Richardson & Zaki, para un sistema de micropartículas.

1.5 RESULTADOS ESPERADOS

Una vez realizado el estudio se desea tener una comparación entre los factores de reducción de velocidad propuestos por la: ecuación de continuidad, ecuación de Brauer & Kriegel y la ecuación Richardson & Zaki, para sistemas monomodales de micropartículas, de manera de validar su aplicabilidad a sistemas de micropartículas de un orden de tamaño de 1,5 (μm).

1.6 METODOLOGÍA

La metodología de trabajo está dirigida a la satisfacción de los distintos objetivos específicos los cuales conducen al desarrollo del objetivo general.

1.6.1 Primera fase

Determinar estado del arte en lo referente a sistemas de medición de velocidad de sedimentación de partículas.

Se realizara una revisión bibliográfica, centrada fundamentalmente en conocer el principio de funcionamiento de los sistemas ópticos de medición de velocidad de sedimentación y del

Capítulo 1: Introducción

comportamiento hidrodinámico y su modelación de sedimentación de sistemas de micropartículas suspendidas en agua, sometidas a los efectos de un campo centrífugo de fuerzas.

1.6.2 Segunda fase

A partir de los datos experimentales, obtenidos mediante el empleo de una centrifuga analítica Shimadzu SA-CP3, determinar la velocidad de sedimentación de sistemas de micropartículas monomodales.

Para realizar esto se construirá el algoritmo de cálculo de velocidad de sedimentación terminal para cada caso analizado, el que se caracteriza por la concentración volumétrica de macripartículas presentes en la suspensión.

1.6.3 Tercera fase

Realizar una metodología de trabajo para poder analizar los resultados obtenidos experimentalmente en sedimentaciones de sistemas de micropartículas monomodales de diámetro nominal 1,5 (μm), en un campo de aceleración $z \cdot g = 493,44$ (m/s^2).

A partir de los procedimientos metodológicos estándares aplicados en métodos experimentales en ingeniería se desarrollara la metodología estadística necesaria para verificar la consistencia y representatividad del trabajo experimental realizado. Esto considera también el análisis de los fenómenos que tienen ocurrencia en sistemas de micropartículas suspendidas en agua sometidos a campos de aceleración centrífuga del orden de 493,44 (m/s^2).

1.6.4 Cuarta fase

Comprobar la validez de los factores de corrección de velocidad terminal propuestos por la: ecuación de continuidad, ecuación de Brauer & Kriegel y la ecuación Richardson & Zaki, para un sistema de micropartículas.

Esta comprobación se realiza a partir del análisis estadístico comparativo, entre los valores experimentales de velocidad de sedimentación de micropartículas en suspensiones con distintas concentraciones volumétricas de micropartículas.

Capítulo 1: Introducción

Estos valores se compararan con los valores que entregan los distintos modelos aplicados a determinar un factor de corrección a la velocidad teórica de sedimentación terminal o Stokes.

Estas velocidades teóricas se determinan aplicando la ecuación de velocidad de Stokes a una micropartícula cuyo diámetro se determina mediante un equipo de referencia y corresponde al diámetro representativo de los sistemas de micropartículas, utilizados en el trabajo experimental.

En esta etapa se realizara un análisis y una discusión de los resultados obtenidos, respecto de la literatura existente y los fundamentos físico-químicos del fenómeno de sedimentación.

CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO

2.1 MÉTODOS DE SEDIMENTACIÓN DE PARTÍCULAS

Cuando se utiliza el principio de sedimentación para el análisis granulométrico, se utiliza el hecho de que las partículas de diferente tamaño tienen diferentes velocidades en un fluido en reposo. Por lo tanto, los cambios temporales y espaciales de concentración en un sistema que sedimenta, proporciona información sustancial sobre la distribución cuantitativa de tamaños de partícula caracterizados por la velocidad de su movimiento. (Bernhardt, 1994, pág. 109).

Según menciona Bernhardt, 1994, “Los métodos para analizar la sedimentación de partículas se pueden agrupar bajo los siguientes criterios fundamentales de la disposición de medición y suspensión en el recipiente de sedimentación”. (pag.109):

1. Según la posición de las partículas al comienzo de la medición:
 - Método homogéneo: Las partículas se distribuyen uniformemente sobre todo el espacio de sedimentación.
 - Método de inicio de línea: Las partículas al principio se concentran bajo una capa delgada sobre el medio libre de sólidos.
2. Según el lugar de medición de cantidad de partículas:
 - Método incremental: se caracteriza por medir la concentración del material particulado que existe en una determinada posición espacial de la celda medida.
 - Método acumulativo: Este método mide la masa total de material particulado contenido dentro de la celda de medida.
3. Según el campo de fuerza:
 - Métodos gravitacionales:
 - a) Método de la pipeta
 - b) Método por decantación
 - c) Método por balanza de sedimentación
 - Métodos centrífugos: Las técnicas centrífugas se pueden clasificar como incrementales o acumulativas, inicio homogéneo o de línea.

En la tabla 1 se presentan analizadores de sedimentación centrífuga comerciales existentes en el mercado:

Tabla 2.1 Clasificación de analizadores centrífugos. Fuente: Powder Sampling and size sedimentation

<p>Homogéneo, incremental sedimentación centrífuga</p> <ul style="list-style-type: none"> • Centrífuga Simcar • Pipeta centrífuga Ladal • Centrífuga de rayos X Ladal • Centrífuga de rayos X de escaneo Brookhaven • Brookhaven BI-DCP, disco • Foto centrífuga de disco Kaye • Fotofuge Coulter • Fotocentrífuga Technord • Fotocentrífugas de cubetas Horiba • Fotocentrífuga LUM 114-116 • Fotocentrífuga de cubeta Seishin • Fotocentrífuga de cubeta Shimadzu SA-CP3 	<p>Homogéneo, acumulativo, sedimentación centrífuga</p> <ul style="list-style-type: none"> • Centrífuga Alpina • Hosokawa Mikropu 1 • Limpiador de sedimento <p>Inicio de línea, incremental, sedimentación centrífuga</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fotocentrífuga de disco Joyce-Loebl • Brookhaven BI-DCP, disco • Fotocentrífuga • Fotocentrífuga de disco CPS <p>Inicio de línea, acumulativo, sedimentación centrífuga</p> <ul style="list-style-type: none"> • Analizador MSA
---	--

2.2 SISTEMAS ÓPTICOS DE MEDICIÓN DE VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN

La medición por cualquier método óptico tiene como propiedades basarse en el principio físico de la reducción que sufre la intensidad luminosa de un haz de luz que atraviesa una suspensión de partículas de un espesor determinado, el cual estará contenido en una cubeta, de esta manera es posible relacionar el decaimiento de la intensidad luminosa con el tamaño de las partículas contenidas en la cubeta

2.2.1 Ley de Lambert-Beer:

Las dos leyes que rigen el comportamiento de la fracción de la radiación absorbida al pasar a través de la materia son:

- Ley de Lambert: Relaciona el espesor de la muestra y el efecto de la radiación que se absorbe.
- Ley de Beer: Asocia el efecto de la concentración de la muestra sobre la absorción.

La ley de Lambert-Beer establece una relación entre el descenso de la intensidad luminosa que atraviesa la suspensión con el tamaño de las partículas presentes en ésta. Si se considera un espesor de suspensión constante y un tamaño dado de partícula, se puede plantear el comportamiento del logaritmo natural de la transmisión óptica, respecto de la concentración volumétrica de la suspensión, como lo indica la ecuación 2.1.

$$E = \ln(T) = \ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -A_p \cdot c \cdot L \quad \text{Ecuación 2.1}$$

Dónde:

E	: Extinción
T	: Transmisión
I	: Intensidad de la luz que atraviesa la cubeta con la suspensión sedimentando
I_0	: Intensidad de luz que atraviesa la cubeta con la suspensión inicial
A_p	: Área específica de extinción
c	: Concentración volumétrica
L	: Ancho de la cubeta que contiene la suspensión

2.2.2 Área específica de extinción

El área específica de extinción corresponde al área de la sombra proyectada por la partícula, y el área transversal real de esta, se presenta en la ecuación 2.2.

$$A_p = \frac{3}{2} \cdot \frac{k(x)}{x} = \frac{E}{L \cdot c} \quad \text{Ecuación 2.2}$$

Donde:

$k(x)$: Coeficiente de extinción
 x : Tamaño medio de la partícula

2.2.3 Tamaño de partículas en función de variables ópticas

Si se sustituye la definición del coeficiente de extinción en la ecuación de la ley de Lambert-Beer, despejando el diámetro medio de la partícula se obtiene la nueva ecuación 2.3, la cual permitirá conseguir el resultado del diámetro medio de la partícula a partir de variables ópticas.

$$x = \sqrt{\frac{4 \cdot \ln T}{\pi \cdot c \cdot k(x) \cdot L}} \quad \text{Ecuación 2.3}$$

2.2.4 Centrífuga de foto sedimentación

Son instrumentos de distribución de tamaño de partículas, por lo general de un tamaño micrométrico, en los cuales una concentración de partículas es atravesada por un haz de luz, cuya intensidad es medida. Esta luz puede provenir de cualquier fuente de luz blanca o una fuente monocromática coherente y los sensores pueden ser del tipo fotodiodo o fotomultiplicador. El sensor se encarga de enviar una señal a un computador el cual digitaliza y convierte a una distribución de tamaño, según menciona (Allen, 1997, pág. 417), para que esto sea posible se aplica el principio de la ley de Lambert-Beer.

Las foto-centrifugas que usan el principio usan el principio de la ley de Lambert-Beer, se presentan en la ilustración 2.1.

“En donde el rotor del equipo (1) es transparente y ahí está la suspensión, la cual será atravesada por un haz de luz, el cual la fuente que emite el haz de luz se ubica el punto (2). Hay un dispositivo óptico (3) tipo lente que concentra el haz de luz que atraviesa la suspensión y es medido por un sensor (4) que se ubica al lado opuesto del lente”. (Bernhardt, 1994, pág. 155)

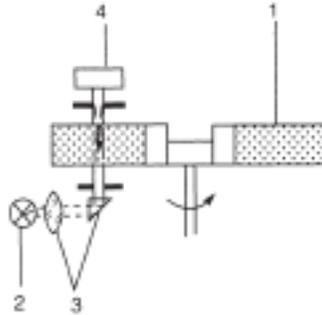


Ilustración 2.1 Centrifuga de foto sedimentación. Fuente: Clasificación and sedimentation methods. Bernhardt, 1994.

2.3 REPRESENTACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DEL TAMAÑO DE PARTÍCULAS

Los sistemas de micro partículas, no tienen un tamaño o diámetro igual entre ellas, sino que se tiene un diámetro representativo, en el sistema siempre se tendrá una fracción de partículas con un tamaño menor al representativo, pero a su vez también existirá una fracción que tendrá un diámetro mayor al representativo.

Existen diferentes métodos para medir el tamaño que tienen las partículas, y estos se basan en las técnicas llamadas como incremental y acumulativa.

Técnica incremental: Se basa en medir la concentración del material particulado que está en una determinada posición espacial en una celda de medida.

“La distribución de partículas de sistemas de partículas se representan matemáticamente mediante histogramas, en donde el eje X, representa la fracción del tamaño de partículas, mientras tanto el eje Y representa la fracción de masa total dentro de un rango de tamaño” (Schubert, 2003, pag.31).

Capítulo 2: Marco teórico

Técnica acumulativa: Mide la masa y el volumen total del material particulado que esta contenido dentro de la celda.

“Es importante destacar que estas técnicas son aplicables cuando la celda de medida que contienen las partículas son sometidas a campos centrífugos o uno del estilo gravitatorio” (Salinas Salas, 2007)

Para poder realizar los diagramas acumulativos e incrementales hay que disponer o evaluar los siguientes parámetros para construirlos.

Considerando la masa presente de un sistema de partículas, la fracción de estas bajo un tamaño se obtiene mediante la ecuación 2.4.

$$\Delta Q_{3,i} = \frac{m_i}{\sum m_i} \quad \text{Ecuación 2.4}$$

Dónde:

$\Delta Q_{3,i}$: Fracción de partículas bajo el tamaño de i
 m_i : Masa del sistema de partículas bajo el tamaño de i
 $\sum m_i$: Masa total del sistema de partículas

A partir de la expresión anterior 2.4, se define la concentración acumulativa como ecuación 2.5.

$$Q_{3(xj)} = \sum_{i=0}^j \Delta Q_{3,1} \quad \text{Ecuación 2.5}$$

Dónde:

$\Delta Q_{3(xj)}$: Concentración acumulativa.

Mientras tanto la concentración incremental se define como el conjunto de fracciones de masa respecto al total del sistema de partículas, aquel grupo que toma un diámetro que se encuentra dentro de los límites definidos, así, adopta la forma de la ecuación 2.6. (Schubert, 2003, pag.32).

$$q_{r,i} = \frac{\Delta Q_{3,i}}{\Delta x_i} \quad \text{Ecuación 2.6}$$

Dónde:

$q_{r,i}$: Concentración incremental
 Δx_i : Diferencia entre los límites de tamaño definidos

2.3.1 Diámetro representativo

Como ya se ha mencionado, anteriormente, un sistema de partículas no presenta un mismo tamaño de sus componentes, sino que existe una distribución de tamaños diferentes. En una distribución normal logarítmica, se necesita realizar un cálculo de tamaño de partícula que sea representativo del sistema, para poder modelar el comportamiento de las partículas y también para realizar el diseño de equipos de separación de fases tales como sedimentadores, filtros, etc. Para calcular este valor se necesitan calcular coeficientes asociados a una distribución logarítmica, según indica la norma DIN 66144. (DIN, 1974).

Para poder entender el método de la norma es necesario comprender la siguiente convención en cuanto a los sub índices de los factores:

- Subíndice 0: Indica cantidad de partículas
- Subíndice 1: Indica longitud de partículas
- Subíndice 2: Indica área de partículas
- Subíndice 3: Indica masa o volumen de partículas

Ahora bien, ajustando la distribución a una forma normal se obtiene la ecuación 2.7.

Capítulo 2: Marco teórico

$$Q_a(x_j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^d e^{-\left(\frac{1}{2}x^2\right)} \cdot dx \quad \text{Ecuación 2.7}$$

La ecuación 2.8, permite calcular la desviación logarítmica de la distribución del sistema de partículas.

$$\sigma_{ln} = \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{x_{84,3}}{x_{16,3}} = \ln \frac{x_{84,3}}{x_{50,3}} = \ln \frac{x_{50,3}}{x_{16,3}} \quad \text{Ecuación 2.8}$$

Dónde:

- σ_{ln} : Desviación logarítmica de la distribución del sistema de partículas
- $x_{84,3}$: Masa o volumen de partículas del percentil 84
- $x_{16,3}$: Masa o volumen de partículas del percentil 16
- $x_{50,3}$: Masa o volumen de partículas del percentil 50

Utilizando el valor de desviación logarítmica, se emplea la ecuación 2.9 para el cálculo de la mediana de la distribución, según indica la norma DIN 66.144 (DIN, 1974),

$$x_{50,0} = x_{50,3} \cdot e^{-3 \cdot \sigma_{ln}^3} \quad \text{Ecuación 2.9}$$

Dónde:

- $x_{50,0}$: Valor central de la distribución en términos de número de partículas (mediana)

La mediana indica el valor medio de la distribución, que quiere decir esto que el 50% de los datos se encuentra bajo ese valor y que el otro 50% se encuentra por sobre él.

2.4 SEDIMENTACIÓN DE PARTÍCULAS

Las características hidrodinámicas en la flotación y sedimentación de partículas en un fluido no son un fenómeno nuevo, ya que ha sido utilizado con fines prácticos desde épocas remotas por la humanidad y actualmente juega un rol de especial relevancia para las tecnologías de descontaminación, en la fabricación de revestimientos de todo tipo (materiales cerámicos de alta resistencia) y además en la industria farmacéutica.

Según menciona Salinas-Salas, 2007, en un proceso de sedimentación existen, principalmente, tres tipos de fuerzas involucradas, las que corresponden a:

1. Fuerzas mecánicas originadas por la acción de un campo de fuerza gravitatorio o centrífugo.
2. Fuerzas de tipo electroquímico, las cuales se dan por la acción de las diferencias de potencial electrostático entre las superficies de las partículas.
3. Fuerzas de van der Waals.

Dentro de las fuerzas que actúan hay una que predomina y es la fuerza de originada por el campo gravitatorio o centrífugo, por lo que es posible modelar el comportamiento de una partículas rígida, de una forma esférica, la cual se hunde en un fluido viscoso desde una posición conocida con una velocidad inicial nula, mediante la ecuación de D´Alambert.

El modelo físico común para la representación del proceso de sedimentación se basa en un balance dinámico de las fuerzas mecánicas; donde se asume que las partículas que sedimentan son rígidas y esféricas, lo que genera un escurrimiento de fluido alrededor de éstas. El fluido se asume, a su vez, como newtoniano y cuasi incompresible. La estructura del modelo se basa en la interacción de las fuerzas de inercia (FI), de aceleración (Fc), de arrastre (Fr) y la flotabilidad (Ff). La aceleración de Coriolis y las fuerzas de interacción con otras micropartículas y con la pared de la cubeta se pueden despreciar, según se menciona en (Salinas Salas, 2007, pág.3).

El movimiento de una partícula esférica en un medio viscoso, presenta una primera fase, en la cual existe una aceleración y por lo tanto la velocidad de la partícula no será constante con respecto al tiempo y la posición. Pero a medida que la partícula se hunde en el fluido esta tiene alcanzar un equilibrio dinámico entre el peso de la partícula y las fuerzas de flotación como

Capítulo 2: Marco teórico

también la fuerza de arrastre, lo que indica que las sumas de las fuerzas que actúan sobre la partícula sea nula, luego de esto la partícula alcanza una velocidad de sedimentación constante, a la cual se le denomina velocidad terminal de sedimentación o la velocidad de Stokes. Este proceso es casi instantáneo. La ilustración 2.2 presenta el diagrama de cuerpo libre de una partícula sedimentando en un campo de fuerzas mecánico de carácter gravitatorio.



*Ilustración 2.2 Diagrama cuerpo libre partícula sometida a fuerzas del campo gravitatorio.
(Elaboración propia).*

Se realiza la sumatorias de fuerzas involucradas en la situación descrita y se puede obtener la siguiente ecuación 2.10:

$$\sum F = m_p \frac{d^2y(t)}{dt} = F_z - F_f - F_a \quad \text{Ecuación 2.10}$$

Dónde:

- m_p : Masa de la partícula analizada
- y : Posición de la partícula
- t : Tiempo
- F_z : Fuerza de aceleración

F_f : Fuerza de flotación que actúa sobre la partícula

F_a : Fuerza de arrastre que actúa sobre la partícula

La solución de la ecuación 2.10 permite obtener el conjunto de ecuaciones que permite describir el comportamiento de la aceleración, velocidad y posición de la partícula en el sentido de la aceleración de gravedad o de aceleración centrífuga, definido como eje y.

2.4.1 Velocidad de sedimentación terminal

El movimiento de una partícula esférica en un medio viscoso, presenta una primera fase, en la cual existe una aceleración y por lo tanto la velocidad de la partícula no será constante con respecto al tiempo y la posición. Pero a medida que la partícula se hunde en el fluido esta tiene alcanzar un equilibrio dinámico entre el peso de la partícula y las fuerzas de flotación como también la fuerza de arrastre, lo que indica que las sumas de las fuerzas que actúan sobre la partícula sea nula, luego de esto la partícula alcanza una velocidad de sedimentación constante, a la cual se le denomina velocidad terminal de sedimentación o la velocidad de Stokes. Este proceso es casi instantáneo.

Al resolver la ecuación 2.10 se puede obtener la posición, la velocidad y la aceleración de la partícula. De esta manera, analizando la velocidad en un tiempo infinito se obtiene la velocidad de sedimentación terminal o velocidad de Stokes, la cual se presenta en la ecuación 2.11.

$$\frac{dy(\infty)}{dt} = v_{st} = \frac{g \cdot (\rho_p - \rho_f) \cdot x^2}{18 \cdot \mu_f} \quad \text{Ecuación 2.11}$$

Dónde:

v_{st} : Velocidad de Stokes

ρ_p : Densidad de la partícula

ρ_f : Densidad del fluido

μ_f : Viscosidad dinámica

2.4.2 Campo de fuerza centrífugo

La sedimentación de partículas bajo los efectos de un campo centrífugo se considera como una variación de la sedimentación bajo los efectos de la fuerza de gravedad y para ello se cambia dicha fuerza (fuerza de gravedad g) por la aceleración centrífuga ($A_z = \omega^2 r$).

Las partículas al sedimentar en un campo de fuerzas gravitatorias presentaran los siguientes efectos.

- Movimiento acelerado de las partículas en campos centrífugos
- Trayectorias radiales en vez de paralelas
- Fuerza de Coriolis

En la imagen 2.3, se puede observar el diagrama de cuerpo libre de una partícula sometida a efectos de un campo centrífugo.



Ilustración 2.3 Diagrama cuerpo libre cuando las partículas están sometidas a los efectos de un campo centrífugo. (Elaboración propia).

Sumatoria de fuerzas de la partícula bajo efectos de campo gravitatorio se puede ver en la siguiente ecuación 2.12.

$$\sum F = m_p \frac{d^2 y(t)}{dt} = F_c - F_f - F_a \quad \text{Ecuación 2.12}$$

Donde:

F_c : Fuerza centrífuga

Al igual que en la sedimentación por efectos del campo gravitatorio, la partícula alcanza una velocidad de sedimentación terminal lo que implica que la aceleración es igual a cero, esto es muy importante tener claro, ya que, este principio permite determinar la velocidad de Stokes.

2.4.3 Fuerza centrífuga

Esta fuerza corresponde al efecto del campo gravitacional o centrífugo al cual está sometido la masa de la partícula, esta fuerza define la dirección de la velocidad de la partícula y matemáticamente se expresa mediante la ecuación 2.13.

$$F_c = m_p \cdot \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{y}) = \rho_p \cdot V_p \cdot z \cdot g \quad \text{Ecuación 2.13}$$

Dónde:

- $\vec{\omega}$: Aceleración angular
- g : Aceleración de gravedad
- V_p : Volumen de la partícula
- Z : Factor de incremento de aceleración gravitacional

Para el caso en donde el campo al que estén sometidas las partículas no sea gravitacional y sea un campo centrífugo, la fuerza centrífuga será la que predomine por lo tanto la ecuación es la siguiente 2.14.

$$F_c = \omega^2 \cdot y = z \cdot g \quad \text{Ecuación 2.14}$$

2.4.4 Fuerza de flotación

La fuerza de flotación o empuje, es la fuerza que ejerce el fluido sobre la partícula que se sumerge en él, el valor de esta fuerza es igual al volumen de fluido desplazado por el volumen de la partícula, en la ecuación 2.15 se modela la fuerza de flotación.

$$F_f = V_p \cdot \rho_f \cdot z \cdot g \quad \text{Ecuación 2.15}$$

2.4.5 Fuerza de arrastre

Esta es una combinación entre las fuerzas de inercia y de rozamiento, se origina por efectos viscosos del fluido sobre la superficie sólida de la partícula, ya que, al existir un movimiento de un cuerpo sólido en fluido, aparecen estos esfuerzos de corte proporcionales al gradiente de velocidad relativa entre el sólido y el fluido. Esta fuerza depende del tipo de fluido, como del origen de escurrimiento que se genere y para el caso de fluidos newtonianos como el agua, esta fuerza depende de un coeficiente empírico llamado coeficiente de arrastre, el cual se determina a partir del número Reynolds. La ecuación 2.16 describe esta fuerza.

$$F_a = \frac{\rho_f}{2} \cdot c_w(Re) \cdot A_T \cdot v_s^2 \quad \text{Ecuación 2.16}$$

Dónde:

- c_w : Coeficiente de arrastre de la partícula
- Re : Número de Reynolds
- A_T : Área transversal de la partícula
- v_s : Velocidad relativa de la partícula respecto del fluido

2.4.6 Influencia trayectoria radial.

El efecto radial de la fuerza centrífuga sobre las partículas provoca la sedimentación de partículas en una trayectoria radial a partir del centro de rotación de la centrifuga, esto conduce a las partículas con la misma velocidad de sedimentación y la misma distancia desde el centro de rotación al comienzo de la sedimentación se distribuyan en un segmento de trayectoria circular con una ángulo de apertura fijo. (Salinas Salas , 2007).

En la sedimentación centrífuga, la velocidad de la partícula dependerá de su posición radial, en otras palabras, la velocidad de la partícula aumenta a medida que aumenta la distancia de esta al eje de rotación de la centrifuga. Debido a esto, en el caso de un sistema de partículas, la concentración de estas disminuye de manera exponencial respecto al tiempo de sedimentación. A esto se le conoce como efecto de dilución radial y se ve identificado con la forma curva de la separación del espejo formado por la suspensión y el líquido claro. Esto se representa en la ilustración 2.4.

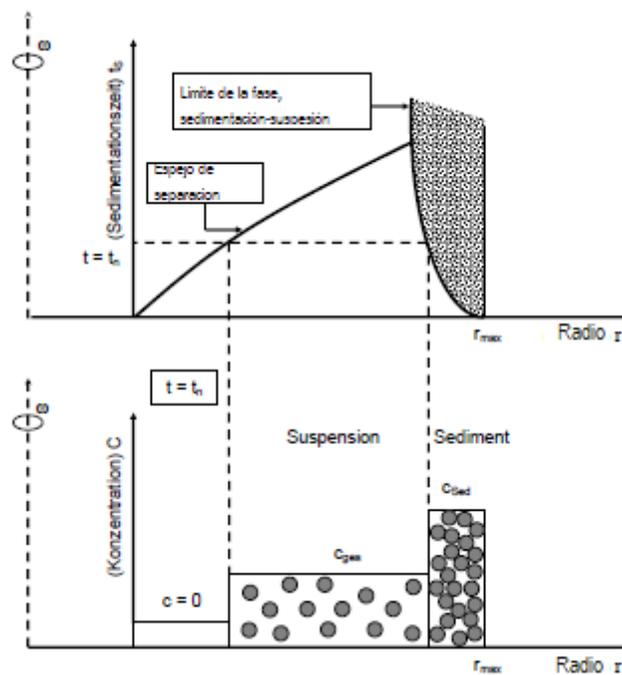


Ilustración 2.4 Perfil de concentración y curso temporal de la sedimentación de partículas monomodales en el sistema de campo centrífugo. Fuente: Sedimentationsverhalten von Submikrometer Partikeln in wässrigen suspensionen, Salinas-Salas, 2007.

2.4.7 Fuerza de Coriolis

Este efecto se puede observar en un sistema de referencia, que se encuentra en rotación, cuando un cuerpo se mueve dentro de dicho sistema, básicamente, consiste en una aceleración relativa del cuerpo dentro del sistema de referencia.

La fuerza de Coriolis es un efecto producido por la rotación del equipo, el cual podría afectar la trayectoria de las partículas. Dicho efecto es máxima cuando las partículas son grandes y existen velocidades de rotación alta.

En la ecuación 2.17 se presenta la fuerza de Coriolis:

$$F_{co} = m_p \cdot 2 \cdot (\vec{v}_{st} \times \vec{\omega}) \quad \text{Ecuación 2.17}$$

Donde:

F_{co} : Fuerza de Coriolis

2.4.8 Área transversal de la partícula

Para poder realizar la evaluación del área transversal de la partícula se emplea la ecuación 2.18.

$$A_T = \frac{\pi}{4} \cdot x \quad \text{Ecuación 2.18}$$

2.4.9 Número de Reynolds

El número de Reynolds es una unidad adimensional, la que relaciona las fuerzas de inercia del fluido con sus fuerzas viscosas. Este número nos va permitir poder clasificar un flujo como: Turbulento, laminar o de transición.

El número de Reynolds se expresa en la ecuación 2.19.

$$Re = \frac{\rho_f \cdot v_{st} \cdot x}{\mu_f} \quad \text{Ecuación 2.19}$$

2.4.10 Número de Arquímedes

El número de Arquímedes relaciona las fuerzas gravitacionales con las fuerzas viscosas de un flujo en un fenómeno de flotación, basándose en la diferencia de densidad entre el cuerpo de la partícula y la del fluido. La modelación del número de Arquímedes se presenta en la ecuación 2.20.

$$Ar = \frac{g \cdot (\rho_p - \rho_f) \cdot \rho_f \cdot x^2}{\mu_f^2} \quad \text{Ecuación 2.20}$$

Donde:

Ar : Número de Arquímedes

2.4.11 Coeficiente de arrastre

Del número de Reynolds y de Arquímedes, se puede obtener el coeficiente de arrastre mediante la ecuación 2.21.

$$c_w = \frac{B}{Re^A} \quad \text{Ecuación 2.21}$$

Donde A y B son constantes de la ecuación y se pueden obtener a partir de la tabla 2.2.

Tabla 2.2 Tabla para la obtención de constantes A y B en función de los números de Reynolds y Arquímedes. Fuente: Sedimentationsverhalten von Submikrometerpartikeln in wässrigen suspensionen, Salinas-Salas, 2007.

Parámetros	Stokes	Flujo transiente			Newton
	Régimen laminar	Sin desprendimiento de capa límite	Inicio desprendimiento de capa límite	Desprendimiento de capa límite	Régimen turbulento
Re	$Re < 0,25$	$0,25 < Re < 10,1$	$10,1 < Re < 122$	$122 < Re < 10^3$	$10^3 < Re < 10^5$
Ar	$Ar < 9$	$9 < Ar < 325$	$325 < Ar < 1,07 \times 10^4$	$1,07 \times 10^4 < Ar < 3 \times 10^5$	$3 \times 10^5 < A < 3 \times 10^9$
A*	1	0,8	0,6	0,4	0
B	24	27	17	6,5	0,44

2.4.12 Factor de incremento de aceleración gravitacional

La sedimentación por efecto de campo centrífugo es mucho mayor a la producida por un campo gravitatorio, esto se debe a que la velocidad de rotación provoca una fuerza centrífuga que hace aumentar significativamente la velocidad de las partículas al interior de los tubos o tanques en donde se encuentra el fluido. Esto es bueno ya que provoca que las partículas lleguen más rápido al lugar de sedimentación del equipo, es por ello que es muy conveniente utilizar campos centrífugos, provocados por el movimiento rotario en un determinado radio de giro.

Al realizar la sedimentación bajo un efecto de campo centrífugo de fuerzas, es necesario definir un factor de incremento de la aceleración gravitacional, el cual es un factor que compara la aceleración centrífuga y de gravedad.

“El aumento de la aceleración en comparación con la aceleración de la gravedad se debe al factor de incremento de aceleración gravitacional z”. (Stieß, 1994, pág. 129).

A continuación se presenta la ecuación 2.22, de aceleración de campo de gravitacional, es importante mencionar que en un campo gravitacional puro, el factor de incremento de aceleración de gravedad toma un valor unitario.

$$z = \frac{\omega^2 \cdot r}{g} \quad \text{Ecuación 2.22}$$

2.4.13 Factor de dinámico de forma

En algunos estudios es necesario considerar que no todas las partículas tienen una forma esférica. Es por ello que se puede emplear el factor dinámico de forma, el cual se define como la división entre la velocidad estacionaria real de sedimentación de la partícula y la velocidad estacionaria de la partícula esférica cuyo volumen sea idéntico al de la partícula asimétrica. Tomando la siguiente forma la ecuación 2.23.

$$k_\psi = \frac{v_r}{v_{st}} \quad \text{Ecuación 2.23}$$

Donde:

- k_ψ : Factor dinámico de forma
- v_r : Velocidad de sedimentación de la partícula asimétrica
- v_{st} : Velocidad de sedimentación de una partícula esférica de igual volumen

El factor dinámico de forma dependerá del régimen de escurrimiento del flujo a través de la partícula. Las formas empíricas del factor dinámico de forma se presentan en la siguiente tabla (2.3).

Tabla 2.3. Formula empírica factor de forma. Fuente: Handbuch der Mechanischen Verfahrenstechnik, Schubert, 2003.

Régimen de escurrimiento	Rango de aplicación	Ecuación empírica
Laminar	$Re \leq 0,25$	$k_\psi = 0.843 \cdot \lg \frac{\Psi}{0,065}$
Transición	$9 < Ar \leq 3 \cdot 10^5$	$k_\psi = 0,4 + 0,075 \cdot \Psi - 0,067 \cdot \lg \frac{4}{3} Ar$
Turbulento	$3 \cdot 10^5 < Ar \leq 3 \cdot 10^9$	$k_\psi = \sqrt{\frac{1}{1 + 11,1 \cdot (1 - \Psi)}}$

2.4.14 Factor de esfericidad

El factor dinámico de forma depende en su medida del factor de esfericidad, el que se calcula mediante la división entre el área de una esfera cuyo volumen sea idéntico a la partícula a medir, y el área superficial de esta. Para evaluar lo mencionado se utiliza la siguiente ecuación 2.24.

$$\psi = \frac{A_{OK}}{A_{OP}} \quad \text{Ecuación 2.24}$$

Donde:

- ψ : Factor de esfericidad de las partículas
 A_{OK} : Área de una esfera con volumen idéntico
 A_{OP} : Área efectiva de una partícula

En este estudio el factor dinámico de forma tomara el valor de 1, ya que, las partículas que se analizaran son perfectamente esféricas, lisas y rígidas.

2.4.15 Velocidad terminal de sedimentación de la partícula en función al número de Reynolds y Arquímedes

Con la información ya entregada anteriormente se puede obtener la velocidad de sedimentación de una partícula en función del número de Arquímedes (18), Reynolds (17). Además, de la tabla 1 se obtienen los valores A y B, para ello se emplea la ecuación 2.25.

$$v_{AB} = \frac{\mu_f}{\rho_f \cdot x} \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{A_r}{B} \right)^{\frac{1}{2-A}} \quad \text{Ecuación 2.25}$$

Dónde:

v_{AB} : Velocidad de sedimentación de una partícula a partir del número de Reynolds y Arquímedes

A : Constante de la ecuación de arrastre

B : Constante de la ecuación de arrastre

2.4.16 Velocidad de Stokes cuando la partícula está sometida a campos centrífugos

“Teóricamente, hay una velocidad de sedimentación estacionaria durante un tiempo infinitamente largo y se denomina velocidad de Stokes.” (Salinas Salas, 2007, pág.5). Se presenta en la siguiente ecuación.

Y según menciona Salinas Salas & Espinosa Fuentes (2012), “la velocidad de sedimentación de partículas en un flujo laminar cuando esta bajo los efectos de un campo centrifugo es la siguiente ecuación 2.26.” (pág.241).

$$V_{st} = \frac{g \cdot (\rho_p - \rho_f) \cdot z \cdot x^2}{18 \cdot \mu_f} \quad \text{Ecuación 2.26}$$

2.5 FACTORES DE CORRECCIÓN DE VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN

Se denomina factor de corrección de velocidad de sedimentación a una ecuación empírica que logra corregir la velocidad de Stokes. De esta manera, la velocidad de sedimentación de la partícula se modifica. Para este estudio se analizarán tres factores de corrección de velocidad de sedimentación los cuales son de 3 autores distintos, se presentarán a continuación. Es importante destacar que los modelos presentados a continuación son válidos para sistemas monomodales de partículas.

2.5.1 Factor de reducción de velocidad de sedimentación ecuación de continuidad para sistemas monomodales de partículas.

Si se consideran solo los efectos asociados al principio de conservación de masa y al proceso de sedimentación, modelados a través de la ecuación de continuidad, es posible inferir que la velocidad de sedimentación de un sistema de partículas depende de la concentración de partículas presentes en la suspensión, o sea, a través de su porosidad. Ergo, es posible plantear una primera forma del factor corrección, definido a través de la ecuación 2.27. (Salinas Salas & Espinosa Fuentes, 2012, pág.242).

$$f(c) = (1 - c) \quad \text{Ecuación 2.27}$$

Donde:

- $f(c)$: Factor de corrección de velocidad
 c : Concentración volumétrica de partículas
 $(1-c)$: Porosidad

2.5.2 Factor de reducción de velocidad de sedimentación de Richardson & Zaki para sistemas monomodales de partículas

La ecuación 2.28 semi-empírica de Richardson y Zaki, relacionan la concentración volumétrica del fluido con el régimen de escurrimiento del flujo y la viscosidad del fluido en donde se encuentran las partículas, además considera fenómenos hidráulicos. Como menciona Salinas Salas & Espinosa Fuentes, (2012) “esta es una de las funciones más aceptadas hoy en día en ámbitos científicos y tecnológicos”. Esto se debe a que considera efectos que los otros factores de corrección no toman en cuenta. (pág.242).

$$f(c) = (1 - c)^n \quad \text{Ecuación 2.28}$$

Donde:

$f(c)$: Factor de corrección de velocidad
 n : Exponente a partir del número de Reynolds

En la tabla (2.4) se presentara los exponentes para distintos números de Reynolds.

Tabla 2.4 Valores que adopta el exponente según el número de Reynolds. Fuente: Salinas-Salas, Apuntes de tecnología energética y descontaminación, 2009

Rango de número de Reynolds del escurrimiento	Exponente n
$Re \leq 0,25$	4,65
$0,2 < Re < 1$	$4,35 \cdot Re^{-0,03}$
$1 < Re < 500$	$4,45 \cdot Re^{-0,1}$
$500 < Re < 300.000$	2,39

2.5.3 Factor de reducción de velocidad de sedimentación de Brauer & Kriegel para sistemas monomodales de partículas.

La ecuación 2.29 empírica de Brauer y Kriegel, es una variante del modelo de la ecuación de continuidad pero más complejo, ya que, considera los efectos hidrodinámicos sobre las partículas. Es un excelente modelo mecánico, basado en fenómenos hidráulicos y para estimar este factor de corrección se utilizaron partículas de tamaño milimétrico (0,1 mm; 0,2 mm; 0,3 mm).

$$f(c) = \frac{1}{1 + \frac{c}{(1-c)^2}} \cdot \frac{1-c}{1 + \frac{1,2}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{12 \cdot c}\right)^2 - \frac{1}{2}}}} \quad \text{Ecuación 2.29}$$

Donde:

$f(c)$: Factor de corrección de velocidad de sedimentación

2.6 VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN CORREGIDA

La corrección de la velocidad de sedimentación de Stokes se realiza mediante un factor de corrección. Que en su mayoría tiene un carácter empírico. De esta manera la velocidad de sedimentación de la partícula única es modificada, mediante la ecuación 2.30, la que se puede especificar de la siguiente forma. (Salinas Salas ,2007, pág.9).

$$v_{stc} = v_{st} \cdot f(c) \cdot k_{\psi} \quad \text{Ecuación 2.30}$$

Donde:

v_{stc} : Velocidad de sedimentación corregida

2.7 ENFOQUE EMPÍRICO PARA DESCRIBIR LA DEPENDENCIA DE LA CONCENTRACIÓN

Los efectos relacionados con el régimen de escurrimiento del fluido o la concentración de partículas, que se presentan en la interacción de partículas que sedimentan entre sí y se manifiestan en la velocidad de sedimentación experimental o efectiva del grupo de partículas respecto a la que tendría una partícula única de igual diámetro (velocidad teórica).

Lo anterior se denomina tasa de hundimiento o factor de corrección y es el cociente entre la velocidad de sedimentación efectiva o experimental y la velocidad de sedimentación teórica. Se representa en la siguiente ecuación 2.31.

$$\text{Factor de corrección} = \frac{v_{\text{sedimentacion}}}{v_{stt}} = f(c) \quad \text{Ecuación 2.31}$$

Donde:

$v_{\text{sedimentacion}}$: Velocidad de sedimentación efectiva o experimental

v_{stt} : Velocidad de sedimentación teórica

A continuación se presentara en el grafico 2.1, la tendencia que toma la curva al realizar el diagrama del factor de corrección respecto de la concentración volumétrica de las micropartículas.

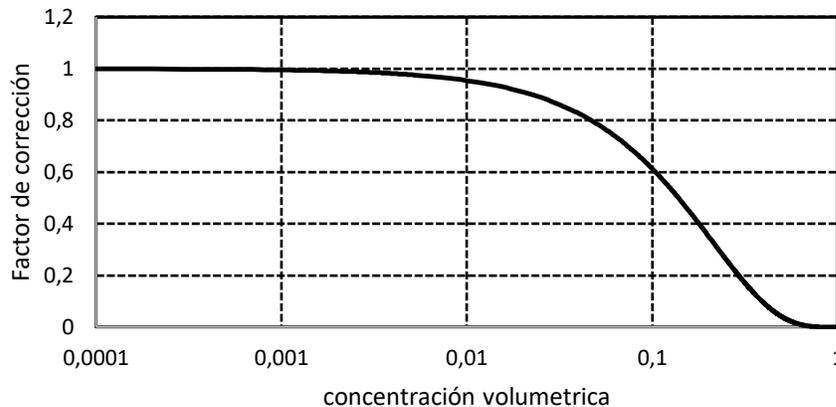


Gráfico 2.1 tendencia del Factor de corrección de la velocidad de sedimentación respecto a la concentración volumétrica. Fuente: Elaboración propia.

Este grafico permitirá comparar los tres factores de corrección de velocidad de sedimentación terminal y también el factor de corrección experimental Geltech 1,5, de esta forma se apreciara la diferencia que existe en cada una las curvas y cuál de estas se acerca más a la tendencia de la velocidad de sedimentación experimental Geltech 1,5.

2.8 TIPOS DE ERRORES EXPERIMENTALES

Según Holman, (2011). Hay que distinguir entre datos de muestra única y datos de múltiples muestras. Los datos de muestra única son aquellos en los que no se pueden descubrir algunas incertidumbres por repetición. Los datos de múltiple muestras son aquellos casos que se realizan suficientes experimentos de modo, que la fiabilidad de los resultados pueda garantizarse mediante análisis estadísticos. (pág.61).

Existen algunos errores que pueden causar incertidumbre en un experimento:

- a) Medición, siempre puede haber un error en el aparato o construcción de los instrumentos que pueden invalidar los datos
- b) Puede existir ciertos errores corregidos que harán que las lecturas repetidas tengan un error. Estos errores fijos se denominan sistemáticos o de sesgo
- c) Errores aleatorios que pueden ser causados por fluctuaciones personales, fluctuaciones electrónicas aleatorias en el aparato o instrumentos, etc.

2.8.1 Error relativo porcentual

Para calcular el error asociado a una medición o cálculo, se suele utilizar el error relativo porcentual, el que se calcula entre la diferencia de la medida de referencia o real con la obtenida mediante calculo o alguna medición, se define en la siguiente ecuación 2.32.

$$\varepsilon = \frac{v_{ref} - v_{cal}}{v_{ref}} \cdot 100 \qquad \text{Ecuación 2.32}$$

Donde:

- ε : *Error relativo porcentual*
- v_{ref} : *Valor de referencia o real*
- v_{cal} : *Valor calculado o medido*

2.9 METODO DE MÍNIMOS CUADRADOS

Al estudiar la relación entre dos o más variables surge la idea de encontrar una expresión matemática que la describa. El análisis de una regresión tiene como objetivo identificar un modelo funcional que describa como varía una variable dependiente (Y), frente a una variable independiente (X). Hay varias maneras de desarrollar tales modelos y una de estas se denomina método de mínimos cuadrados.

Ahora supongamos que las dos variables X e Y se miden en un rango de valores, supongamos además que deseamos obtener una expresión analítica simple para Y, como para X. El tipo de

Capítulo 2: Marco teórico

función más simple es lineal, por lo tanto, podríamos intentar establecer Y como una función lineal de X. El problema es encontrar la mejor función lineal, porque, los datos pueden ser dispersos. El método de mínimos cuadrados da una forma confiable de obtener una mejor relación funcional entre las variables. Se busca una ecuación de la forma $Y = a \cdot X + b$. (Holman, 2011, pág. 104).

En donde X e Y son variables conocidas y en tanto “a” como “b”, son constantes en la función y se pueden determinar con las siguientes ecuaciones 2.33 y 2.34.

$$a = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{\sum_{i=1}^n X_i^2 - (\sum_{i=1}^n X_i)^2} \quad \text{Ecuación 2.33}$$

$$b = \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n Y_i - a \sum_{i=1}^n X_i) \quad \text{Ecuación 2.34}$$

CAPÍTULO 3: DESARROLLO A LA SOLUCIÓN DE LA PROBLEMÁTICA

3.1 DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA DE PARTÍCULAS

Para los ensayos realizados se utilizaron sistemas de partículas de la empresa Geltech Inc, estos se suelen utilizar como calibres de medición o también para procesos en los que se requiere una muy alta precisión en el rango de tamaño de partículas.

Las partículas son de dióxido de silicio (SiO_2), las cuales son partículas rígidas, lisas y de forma esférica, lo que permite una simplificación en la modelación matemática a utilizar.

Para la mediciones experimentales se utilizará un sistema de partículas Geltech 1,5, cuyo diámetro representativo es 1,5 (μm), este tipo de sistemas de partículas se utilizan calibre industriales de alta precisión.

Se utiliza, también un espectrómetro laser de marca HELOS y un microscopio electrónico, para medir los tamaños de partículas del sistema. En la tabla 3.1, se presenta la magnitud del tamaño representativo del sistema de partículas, de acuerdo a lo medido por cada equipo. Esto se hace con la finalidad de poder comparar los valores que se obtengan en los ensayos que vienen a continuación. Estos métodos de medición estándares para la medición de diámetros de partículas según normas DIN.

Tabla 3.1 Diámetros representativos según equipos de medición estándar de sistemas de partículas. Fuente: Salinas-Salas , Sedimentationsverhalten von Submikrometerpartikeln in wässrigen suspensionen, 2007.

Espectrómetro laser Helos (μm)	Microscopio electrónico (μm)
1,56	1,534

3.2 DESCRIPCIÓN DE EQUIPO SHIMADZU SA-CP3

El equipo Shimadzu SA-CP3 es un analizador de partículas centrífugo, es una máquina de análisis de distribución de tamaño de partículas. Su funcionamiento se basa en el principio de sedimentación de partículas sometidas a un campo centrífugo, con detección fotométrica, logrando analizar disoluciones con fracciones de masa en el rango de 0,001. Por otra parte, el equipo también puede operar bajo los efectos del campo gravitatorio, utilizando el mismo sistema óptico de detección.

Es importante mencionar que para este tipo de ensayos las partículas deben ser de gran diámetro y la concentración de sólidos debe ser de 0,1%.

Dependiendo del modo seleccionado, el proceso de sedimentación comienza después de que se inicia la centrifuga, con esto se logra cambiar la concentración de partículas en el plano en función al tiempo, luego según el modo seleccionado se pasa un haz de luz a través de la cubeta y un detector registra su cambio de intensidad, los valores de interferencia se alimentan en forma de señales eléctricas a un conversor análogo digital y son enviados a la computadora. Salinas-salas 2007.

Principales componentes de la centrifuga Shimadzu SA-CP3 y su forma física se muestran en la imagen 3.5:

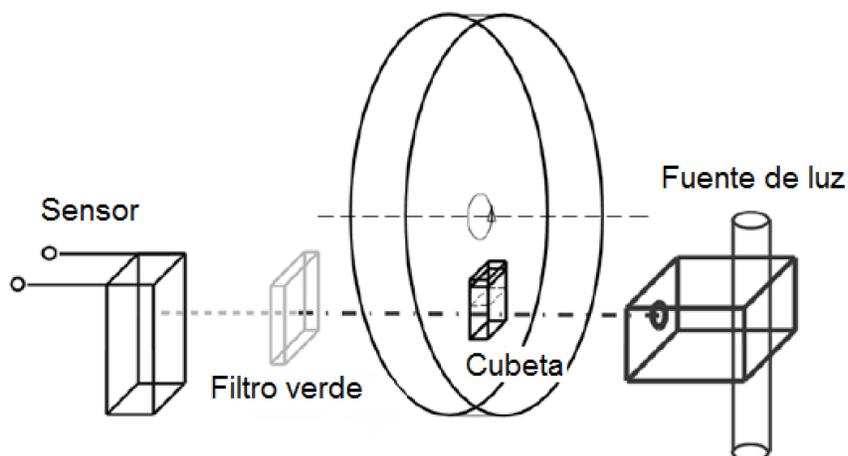


Ilustración 3.1 Principales componentes de la centrifuga analítica Shimadzu SA-CP3. Fuente: (Salinas Salas , Sedimentationsverhalten von Submikrometerpartikeln in wässrigen suspensionen, 2007)

Capítulo 3: Desarrollo a la solución de la problemática

Los principales componentes de la centrifuga son:

1. Sensor
2. Filtro verde
3. Cubeta
4. Fuente de luz

Datos técnicos de la centrifuga Shimadzu SA-CP3

- Tipo: Sistema de análisis centrifugo de tamaño de partículas SA-CP3
- Fabricante: Corporación Shimadzu SA-CP3, Kioto Japón
- Posición de la cubeta: 84 mm o 90 mm desde el centro de rotación
- Velocidad de giro: 500 rpm a 5.000 rpm
- Bombilla: Halógena
- Filtro: Térmico, más un filtro de color verde
- Foto- sensor: Focélula de silicio
- Distancia del sensor al rotor: 73 mm sensor 1; 84 mm sensor 2
- Cubeta: Rectangular de cuarzo
- Volumen de muestra: 3 mL
- Fracción de masa solida: 0,001
- Rango de tamaño de partícula de: 20 nm a 150 μ m

3.3 METODOLOGÍA DEL ENSAYO PARA LA DISTRIBUCIÓN DEL TAMAÑO DE LAS PARTÍCULAS

3.3.1 Balanza de laboratorio

Las balanzas de laboratorio por lo general son instrumentos muy precisos para la determinación de masa. En el experimento se utilizó la balanza de laboratorio SARTORIUS Analytic AC 210S el cual tiene una precisión de +/- 0,0001 gr.

3.3.2 Preparación de suspensiones:

Se utilizó agua tridestilada y desionizada, la cual se filtró con una membrana con tamaño de poro de 0,2 (um), en las soluciones se regula el pH mediante el uso de hidróxido de potasio (KOH), de esta forma se obtiene una mayor estabilidad en la suspensión, disminuyendo la posibilidad de aglomeración entre partículas, lo que afecta las mediciones de tamaño. Esto permite enfocarse solo en fuerzas mecánicas y despreciar las fuerzas electroquímicas.

3.3.3 Ultra-turrax

Es un dispersor de partículas de alto rendimiento, que consiste en un agitador cerrado que logra homogeneizar la mezcla, para los sistemas de partículas se utilizó el Ultraturax T-50 del fabricante IKA.

3.3.4 Ultrahomogeneizador vibra-cell VCX500

Utilizado para la dispersión ultrasónica. Los pulsos de ultrasonidos son emitidos a la suspensión por una sonda, lo que hace experimentar un aumento en la temperatura de la mezcla.

3.3.5 Agitador magnético

Los agitadores magnéticos permiten mezclar disoluciones mientras estas son enfriadas, este equipo se utiliza luego de que se utiliza el equipo vibra-cell VCX500.

3.3.6 Shimadzu SA-CP3

Al finalizar los procesos anteriores, la muestra está lista para ser insertada en la centrifuga analítica y esta se hace rotar a una velocidad de giro de 750 rpm. Los ensayos terminan cuando el porcentaje de extinción sea igual al 0%.

3.4 METODOLOGÍA DE CÁLCULO PARA PROCESAR LOS DATOS

- Caracterizar sistemas de micropartículas Geltech de 1,5-750 rpm.
 1. Elaborar diagramas incremental, acumulativo y de extinción relativa
 2. Comparar diagramas realizados para determinar si existen diferencias a simple vista.
 3. Calcular desviación estándar de los diámetros del sistema de partículas.
 4. Obtención de diámetro representativo a través de la moda estadística de la distribución de las partículas.
 5. Calcular error relativo entre el diámetro representativo medido por la centrifuga analítica Shimadzu SA-CP3 y el espectrómetro laser Helos.
- Determinación de velocidad de sedimentación teórica, a partir del diámetro representativo medido por la Shimadzu SA-CP3.
 1. Determinar número de Arquímedes
 2. Cálculo de factor de incremento de aceleración gravitacional
 3. Cálculo número de Reynolds
 4. Cálculo de velocidad de sedimentación experimental y de teórica
- Determinación de velocidad de sedimentación experimental, para el sistemas de micro partículas Geltech 1,5.
 1. Utilizar la ecuación 2.31, de la velocidad normalizada que nos permitirá determinar la velocidad experimental o bien utilizar la norma DIN 66111.
- Validación de los factores de corrección de velocidad de sedimentación terminal de Brauer & Kriegel, Richardson & Zaki y ecuación de continuidad.
 1. Cálculo de cada factor de corrección de velocidad de sedimentación teórica
 2. Corrección de la velocidad de sedimentación teorica.
 3. Cálculo de error entre velocidad de sedimentación experimental y teórica corregida para cada uno de los factores.
- Factor de corrección de la velocidad respecto a la concentración volumétrica de micropartículas.
 1. Elaborar diagrama factor de corrección versus concentración volumétrica
- Enfoque empírico para determinar exponente de Richardson & Zaki

1. Realizar grafico doble logarítmico entre el factor de corrección experimental y la función porosidad (1-c).
2. Luego, se realiza un ajuste lineal por el método mínimos cuadrados y se estima el coeficiente de correlación lineal
3. Desprender de la ecuación del ajuste lineal, el exponente de la función empleando la formulación de Richardson & Zaki.

3.5 CARACTERIZACIÓN DEL SISTEMA DE MICROPARTÍCULAS GELTECH 1,5

Para lograr caracterizar el sistema de partículas se utilizó el equipo Shimadzu SA-CP3 para un sistema de micropartículas de orden 1,5 (μm). En la tabla 3.2 se presentan los datos iniciales del ensayo.

Tabla 3.2 Datos iniciales del ensayo centrifugo de micropartículas Geltech 1,5 Fuente: elaboración propia a partir de datos tomados por la centrifuga analítica Shimadzu SA-CP3, MVT-TU Dresden.

Partículas utilizadas	Geltech
Fluido	Agua
Tamaño partícula (μm)	1.500
Temperatura ($^{\circ}\text{C}$)	25
Densidad (kg/m^3)	997,33
Revoluciones (rpm)	750
Velocidad angular (1/s)	78,54
Densidad partícula (kg/m^3)	2.135
Volumen fluido (mL)	10
Concentración inicial en volumen (%)	0,5
Radio de giro (m)	0,08
Viscosidad ($\text{mPa}\cdot\text{s}$)	0,916
Aceleración de gravedad (m/s^2)	9,81

Capítulo 3: Desarrollo a la solución de la problemática

A continuación en la tabla 3.3, se presentan los datos seleccionados de manera satisfactoria para el sistema de partículas Geltech 1,5 (μm), en donde se presenta la velocidad normalizada a una concentración específica, la cual nos permitirá calcular la velocidad de sedimentación experimental.

Tabla 3.3 Datos satisfactorios para establecer el comportamiento del sistema de partículas Geltech 1,5. Fuente: Elaboración propia a partir de datos del MTV-TU Dresden

Concentración volumétrica	Velocidad normalizada
0,36%	0,981
0,77%	0,952
0,91%	0,91
0,95%	0,881
4,07%	0,73
1,77%	0,849
4,07%	0,731
4,07%	0,727

El ensayo se realizó un total de tres veces con la única finalidad de obtener datos más concretos, se calcularon diámetros para todas las partículas que pasaron por el sensor 1 que se ubica a 84 mm desde el eje de rotación. A su vez, se obtuvieron los datos suficientes para lograr realizar los diagramas incrementales, acumulativos y de porcentaje de extinción del sistema de partículas para cada uno de los ensayos.

Cada ensayo se detuvo una vez que sedimentaban todas las partículas y esto era posible determinarlo a través del porcentaje de extinción cuando alcanza el valor de 0%.

A modo de ejemplo en la tabla 3.3, se presentan los datos tomados durante el ensayo N°2.

Tabla 3.4 Formato ensayos realizados. Fuente: Elaboración propia a partir de los datos tomados por la centrifuga Shimadzu SA-CP3, MVT-TU Dresden.

tiempo (s)	Diámetro (μm)	Ext.1-2 (%)	Wn	Dfx	q ₃ (%)	Suma q ₃	Q ₃ (%)
10	7,76	98	0,24	12,62	0,45	322,41	100,00
20	5,49	96,1	0,31	19,31	0,68	321,96	99,86
30	4,48	94,4	0,47	33,62	1,19	321,28	99,65
40	3,88	92,3	0,46	37,15	1,32	320,08	99,28
50	3,47	90,5	0,52	45,47	1,61	318,77	98,87

En la tabla 3.3 se puede apreciar que: la primera columna presenta los tiempos donde se efectuaron mediciones a partir del inicio de la rotación de la centrifuga. La segunda columna presenta los valores, que tendría el diámetro de una partícula que alcanzará la posición del sensor en el tiempo indicado. La tercera columna muestra los valores de extinción entregados por el equipo en los tiempos de medición indicados. En las siguientes columnas se obtienen datos necesarios para obtener las distribuciones de partículas, la sexta columna presenta la fracción de masa respecto al intervalo de tamaños de partículas según el espacio censado y la última columna nos muestra las fracciones de masa acumuladas que iba procesando.

A partir de estos valores se construyeron los gráficos de distribución acumulativa e incremental, los cuales se presentan en los gráficos 3.1 y 3.2 respectivamente.

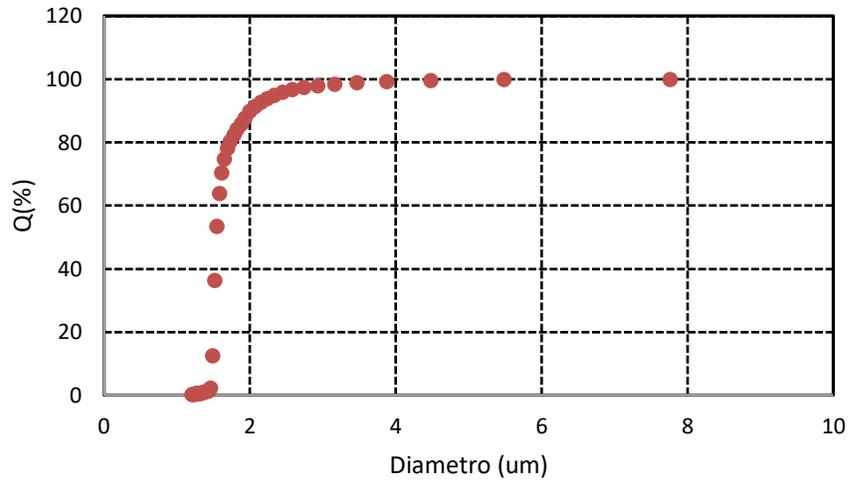


Gráfico 3.1 Distribución acumulativa ensayo N°2 Geltech 1,5 a 750 rpm. Fuente: Elaboración propia a partir de los datos tomados por la centrifuga Shimadzu SA-CP3, MVT-TU Dresden.

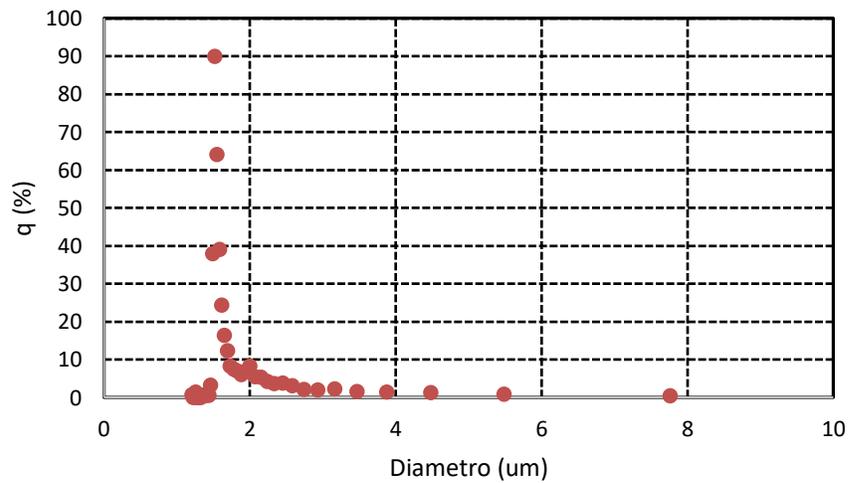


Gráfico 3.2 Distribución incremental del ensayo N°2 Geltech 1,5 a 750 rpm. Fuente: Elaboración propia a partir de los datos tomados por la centrifuga Shimadzu SA-CP3, MVT-TU Dresden

Además, con los datos experimentales también fue posible construir el diagrama porcentaje extinción relativa versus el tiempo del ensayo N°2, que se muestra en el gráfico 3.4.

Capítulo 3: Desarrollo a la solución de la problemática

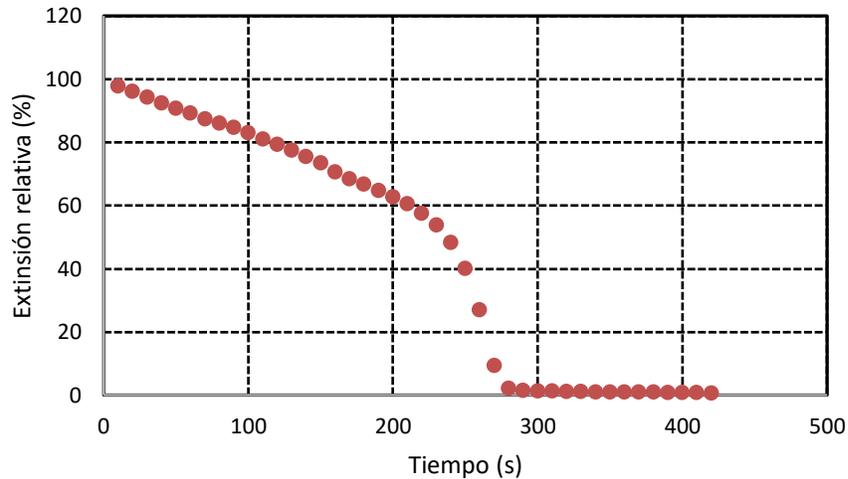


Gráfico 3.3 Diagrama de porcentaje de extinción relativa ensayo N°2, Geltech 1,5 a 750 rpm. Fuente: Elaboración propia a partir de los datos tomados por la centrifuga Shimadzu SA-CP3, MVT-TU Dresden.

Una vez obtenidos los diagramas acumulativos correspondientes para cada ensayo se realizó el gráfico 3.4, en donde se comparan los tres ensayos y se presenta a continuación.

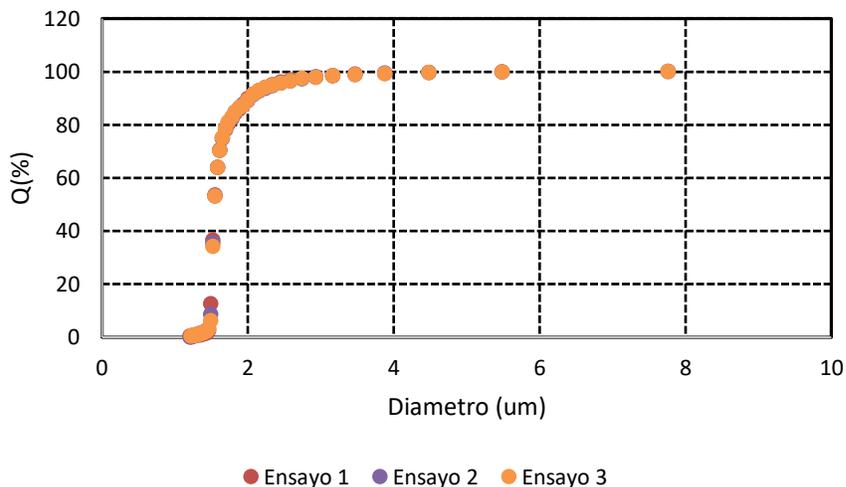


Gráfico 3.4 Diagrama acumulativo ensayo N°1, 2 y 3, Geltech 1,5 a 750 rpm. Fuente: Elaboración propia a partir de los datos tomados por la centrifuga Shimadzu SA-CP3, MVT-TU Dresden.

Si se observa el gráfico 3.4, se puede observar que alrededor del 80% de las partículas que sedimentan, tienen un diámetro cercano a 1,5 (μm), lo que indica que el diámetro representativo del sistema estaría en el orden de ese valor.

Capítulo 3: Desarrollo a la solución de la problemática

El gráfico 3.5, presenta conjuntamente los diagramas incrementales obtenidos en los ensayos N° 1, 2 y 3.

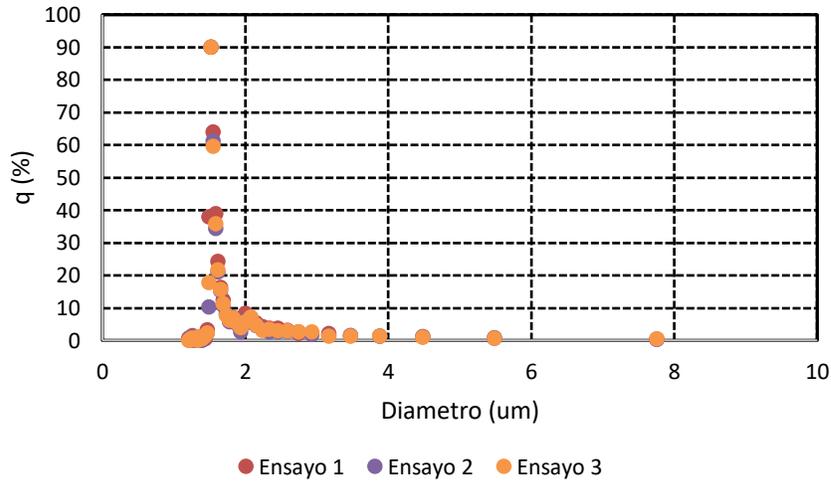


Gráfico 3.5 Diagrama incremental ensayo N°1, 2 y 3, Geltech 1,5 a 750 rpm. Fuente: Elaboración propia a partir de los datos tomados por la centrifuga Shimadzu SA-CP3, MVT-TU Dresden.

Al analizar el gráfico 3,5, la distribución incremental de los tres ensayos realizados, se aprecia, claramente, que existe una moda estadística en los datos experimentales en torno a un diámetro de partícula de 1,5 (μm). Este orden de valores coincide con el obtenido del diagrama acumulativo. Además, con el diámetro nominal de las partículas Geltech 1,5 suministrado por el fabricante.

El gráfico 3.6, muestra los resultados del porcentaje de extinción relativa respecto del tiempo obtenidos en los ensayos N° 1, 2 y 3.

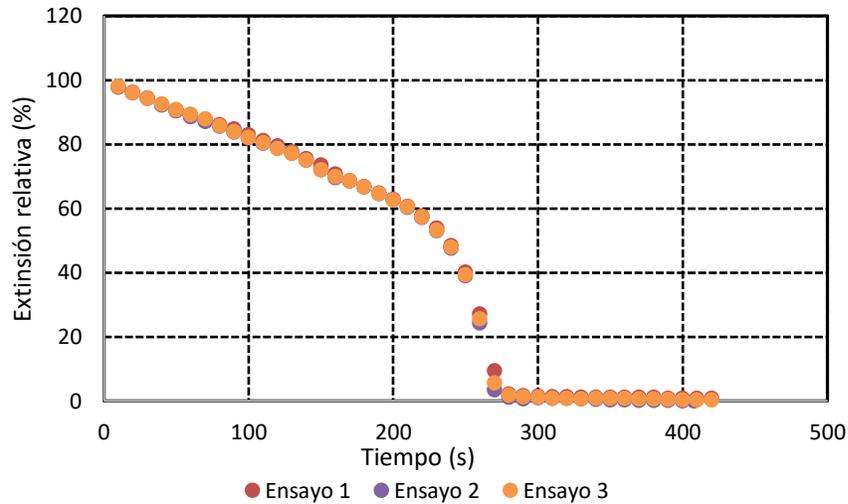


Gráfico 3.6 Diagrama porcentaje extinción relativo ensayo N°1, 2 y 3, Geltech 1,5 a 750 rpm. Fuente: Elaboración propia a partir de los datos tomados por la centrifuga Shimadzu SA-CP3, MVT-TU Dresden.

En el gráfico 3.6, se puede apreciar que el comportamiento de la extinción relativa respecto del tiempo, durante los primeros 200 s, presenta un comportamiento cuasi-lineal descendente del porcentaje de extinción relativa alcanzando un valor del orden de un 70%. Para alcanzar un valor prácticamente nulo de la extinción relativa en un tiempo de 300 s.

A los gráficos realizados, se procedió a evaluar la desviación estándar entre los promedios de cada diámetro calculado en los 3 ensayos de las micropartículas Geltech 1,5 a 750 rpm, con la finalidad de determinar la dispersión de los datos con respecto al promedio o media aritmética.

La tabla 3.5 se presenta el promedio de los datos, la desviación media y estándar.

Tabla 3.5 Desviación estándar de los datos Geltech 1,5 a 750 rpm. Fuente: Elaboración propia a partir de los datos tomados por la centrifuga Shimadzu SA-CP3, MVT-TU Dresden.

Diámetro promedio (um)	Desviación promedio (um)	Desviación estándar (um)
2,191	0,858	1,308

Como muestra la tabla 3.5, podemos ver que el diámetro promedio o media aritmética es de 2,191 (µm) y una desviación estándar de 1,308 (µm), esto quiere decir que la mayoría de las partículas que sedimentan se encuentran dentro de este rango de diámetros $2,191 \pm 1,308$ (µm),

Capítulo 3: Desarrollo a la solución de la problemática

en base a esto se puede decir que existe una dispersión entre algunos diámetros de las partículas dentro del sistema, por lo tanto se puede inferir que el diámetro promedio o media aritmética no está cercano al valor del diámetro representativo del sistema dado que existe una gran dispersión entre los datos y la desviación estándar lo confirma.

Entonces para determinar el diámetro representativo del sistema de partículas Geltech 1,5, se considerara el valor q_3 más alto obtenido en el gráfico 3.5, de distribución incremental, este valor corresponde a la moda estadística de los datos obtenidos lo que significa que es el valor que más se repite en la distribución de los datos y se presenta en la siguiente tabla 3.6.

Tabla 3.6 Diámetro representativo del sistema de partículas Geltech 1,5 a 750 rpm. Fuente: Elaboración propia a partir de los datos tomados por la centrifuga Shimadzu SA-CP3, MVT-TU Dresden.

Sistema de partículas Geltech 1,5	
Diámetro representativo (μm)	1,522

También se midió el diámetro representativo del sistema con el equipo Helos, que es un espectrómetro laser. Es relevante mencionar que este tipo de medición se encuentra normado por DIN como método de medición de tamaño de partícula. El diámetro representativo medido por el espectrómetro laser Helos es 1,56 (μm), el que será considerado como valor de referencia para el estudio.

Se observa, que no existe una diferencia relevante entre los diámetros medidos por la centrifuga analítica Shimadzu SA-CP3 y el espectrómetro laser Helos. Esto se puede verificar calculando el error relativo porcentual, que en este caso alcanza un 2,42%.

$$\varepsilon_{DR} = \frac{D_{HEL} - D_{SHI}}{D_{HEL}} \cdot 100 = 2,42 \%$$

Entonces, de esta manera se puede comprobar que los diámetros medidos por el equipo Shimadzu SA-CP3, no presentan un error significativo respecto de los valores suministrados por el espectrómetro laser Helos que se considera como equipo de referencia. Por lo anterior se puede considerar como válidos y adecuados los valores medidos por el equipo Shimadzu SA-CP3.

3.6 CÁLCULO DE VELOCIDADES DE SEDIMENTACIÓN

En este apartado se presentan el procedimiento de cálculo de las velocidades de sedimentación teórica y experimental en base a los diámetros representativos correspondientes para el sistema de micropartículas Geltech 1,5 con una velocidad de rotación de 750 rpm, luego se calcularán los factores de corrección de Bruaer & Kriegel, Richardson & Zaki y por último la ecuación de continuidad, para posteriormente corregir la velocidad de sedimentación teórica con cada uno de estos factores y compararlos con la velocidad de sedimentación experimental.

3.6.1 Cálculo de velocidad de sedimentación teórica

Para calcular la velocidad teórica de sedimentación se considerara como diámetro representativo, al medido por la centrifuga analítica Shimadzu SA-CP3 y es 1,52 (μm).

Primero se calculara el número de Arquímedes utilizando la ecuación 2.20 y número de Reynolds 2.19, con la finalidad de caracterizar el régimen del escurrimiento del flujo.

Número de Arquímedes, este se determina reemplazando las propiedades de la suspensión en la ecuación 2.20, lo que da por resultado el siguiente valor:

$$Ar = 5,036 \cdot 10^{-5}$$

Se concluye que el régimen del flujo es laminar y por lo tanto para calcular la velocidad de sedimentación teórica se utiliza la ecuación 2.26.

$$v_{stt} = 7,887 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s} \right)$$

Como método de comprobación del régimen de escurrimiento se determina el número de Reynolds empleando la ecuación 2.19.

$$R_e = 0,0001407.$$

3.6.2 Cálculo de velocidad de sedimentación Geltech 1,5 (experimental)

Para calcular la velocidad de sedimentación experimental, se necesita conocer la velocidad de sedimentación teórica, la cual se determinó a partir del diámetro representativo del sistema de partículas Geltech 1,5. Luego a partir de los datos entregados de la velocidad normalizada, se calcula la velocidad de sedimentación experimental.

Para determinar la velocidad experimental se utiliza la ecuación número 2.31, o también se podría utilizar la expresión que indica la norma DIN 66111. Pero para este caso se utilizara la ecuación 2,31.

En la tabla 3,7, Se presenta la velocidad de sedimentación experimental para distintos niveles de concentración volumétrica del sistema de partículas Geltech 1,5.

Tabla 3.7 Velocidad de sedimentación experimental para distintos niveles de concentración volumétrica. Fuente: Elaboración propia a partir de datos entregados.

Concentración volumétrica	Velocidad normalizada	Velocidad teórica (m/s)	Velocidad experimental (m/s)
0,36%	0,981	$7,887 \cdot 10^{-5}$	$7,731 \cdot 10^{-5}$
0,77%	0,952	$7,887 \cdot 10^{-5}$	$7,508 \cdot 10^{-5}$
0,91%	0,91	$7,887 \cdot 10^{-5}$	$7,177 \cdot 10^{-5}$
0,95%	0,881	$7,887 \cdot 10^{-5}$	$6,948 \cdot 10^{-5}$
4,07%	0,73	$7,887 \cdot 10^{-5}$	$5,757 \cdot 10^{-5}$
1,77%	0,849	$7,887 \cdot 10^{-5}$	$6,696 \cdot 10^{-5}$
4,07%	0,731	$7,887 \cdot 10^{-5}$	$5,765 \cdot 10^{-5}$
4,07%	0,727	$7,887 \cdot 10^{-5}$	$5,733 \cdot 10^{-5}$

Nota: El detalle de los cálculos de la velocidad experimental, se podrá encontrar en el apéndice, capítulo sección G.

3.7 CÁLCULO DE FACTORES DE CORRECCIÓN DE VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN TEÓRICA

Como se mencionó anteriormente estos factores de corrección nos permitirán corregir la velocidad de sedimentación teórica, aproximándola de mejor manera a los que pasaría en la realidad.

Capítulo 3: Desarrollo a la solución de la problemática

Para calcular el factor de corrección de Brauer & Kriegel se utilizará la ecuación 2.29 y para ello se necesitara la concentración volumétrica de las partículas que se pueden encontrar en la tabla 3.3. Cabe destacar que la ecuación de Brauer & Kriegel considera la concentración y choques entre las partículas para corregir la velocidad de sedimentación. En la tabla 3,8 se presentan los valores del factor de corrección.

Tabla 3.8 Factores de corrección de velocidad de sedimentación de la ecuación de Brauer & Kriegel, a distintos niveles de concentración volumétrica. Fuente: Elaboración propia a partir de los datos tomados por la centrifuga Shimadzu SA-CP3, MVT-TU Dresden.

Concentración volumétrica	$f(c)_{B\&K}$
0,36%	0,977
0,77%	0,951
0,91%	0,942
0,95%	0,940
4,07%	0,775
1,77%	0,892
4,07%	0,775
4,07%	0,775

Ahora calculamos el factor de corrección de Richardson y Zaki utilizando la ecuación 2.28 y para estimar dicho factor se necesitará la concentración volumétrica de las partículas presentes en la tabla 3.3, como también el número de Reynolds calculado con la velocidad de sedimentación teórica. El número de Reynolds nos permitirá determinar el número de exponente “n” que se puede encontrar en la tabla 2.4.

Es importante mencionar que el factor de corrección de Richardson y Zaki relaciona la concentración volumétrica del fluido con el régimen de escurrimiento del flujo y la viscosidad del fluido en donde se encuentran las partículas. Y es por ello que es una de las más aceptadas hoy en día. En la tabla 3,9, se presentan los valores del factor de corrección.

Tabla 3.9 Factores de corrección de velocidad de sedimentación de la ecuación de Richardson & Zaki, a distintos niveles de concentración volumétrica. Fuente: Elaboración propia a partir de los datos tomados por la centrifuga Shimadzu SA-CP3, MVT-TU Dresden.

Concentración volumétrica	$f(c)_{R\&Z}$
0,36%	0,984
0,77%	0,965
0,91%	0,958
0,95%	0,957
4,07%	0,824
1,77%	0,920
4,07%	0,824
4,07%	0,824

Para finalizar se calculará el factor de corrección de la ecuación de continuidad utilizando la ecuación 2.27 y para poder estimar este factor se utilizará la concentración volumétrica de las partículas presentes en la tabla 3.3. Esta ecuación solo considera efectos de concentración de partículas para corregir la velocidad. En la tabla 3.10, se presentan los valores del factor de corrección.

Tabla 3.10 Factores de corrección de velocidad de sedimentación de la ecuación de Brauer & Kriegel, a distintos niveles de concentración volumétrica. Fuente: Elaboración propia a partir de los datos tomados por la centrifuga Shimadzu SA-CP3, MVT-TU Dresden.

Concentración volumétrica	$f(c)_{EC}$
0,36%	0,996
0,77%	0,992
0,91%	0,991
0,95%	0,991
4,07%	0,959
1,77%	0,982
4,07%	0,959
4,07%	0,959

3.8 CORRECCIÓN DE VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN TEÓRICA

Para poder corregir la velocidad de sedimentación teórica se utilizará la ecuación 2.30 y también los factores de corrección calculados anteriormente. Es importante mencionar que se considerara un factor de forma 1, ya que, se asume que todas las partículas tienen forma esférica, rígida y lisa.

Velocidad teórica corregida por la ecuación de Brauer & Kriegel, a distintos niveles de concentración volumétrica.

Tabla 3.11 Velocidad teórica corregida por el factor de corrección de Brauer & Kriegel.

Fuente: Elaboración propia.

Punto	$v_{stc}B\&K$
1	$7,70 \cdot 10^{-5}$
2	$7,50 \cdot 10^{-5}$
3	$7,43 \cdot 10^{-5}$
4	$7,42 \cdot 10^{-5}$
5	$6,11 \cdot 10^{-5}$
6	$7,04 \cdot 10^{-5}$
7	$6,11 \cdot 10^{-5}$
8	$6,11 \cdot 10^{-5}$

Velocidad teórica corregida por la ecuación de Richardson & Zaki, a distintos niveles de concentración volumétrica.

Tabla 3.12 Velocidad teórica corregida por el factor de corrección de Brauer & Kriegel.

Fuente: Elaboración propia.

Punto	$v_{stc}R\&Z$
1	$7,76 \cdot 10^{-5}$
2	$7,61 \cdot 10^{-5}$
3	$7,56 \cdot 10^{-5}$
4	$7,55 \cdot 10^{-5}$
5	$6,50 \cdot 10^{-5}$
6	$7,26 \cdot 10^{-5}$
7	$6,50 \cdot 10^{-5}$

$$\frac{8}{6,50 \cdot 10^{-5}}$$

Velocidad teórica corregida por la ecuación de continuidad.

Tabla 3.13 Velocidad teórica corregida por el factor de corrección de Bruer & Kriegel.

Fuente: Elaboración propia.

Punto	v_{stcEC}
1	$7,86 \cdot 10^{-5}$
2	$7,83 \cdot 10^{-5}$
3	$7,82 \cdot 10^{-5}$
4	$7,81 \cdot 10^{-5}$
5	$7,57 \cdot 10^{-5}$
6	$7,75 \cdot 10^{-5}$
7	$7,57 \cdot 10^{-5}$
8	$7,57 \cdot 10^{-5}$

Nota: En el apéndice sección G se puede encontrar el detalle del cálculo de la velocidad teórica corregida a distintos niveles de concentración volumétrica.

3.9 ERROR ENTRE LA VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN EXPERIMENTAL Y VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN TEÓRICA CORREGIDA

Para probar la validez o invalidez de los factores de corrección se necesitara obtener un análisis cuantitativo que nos permita conocer la diferencia entre la velocidad de sedimentación experimental para cada punto medido, que será nuestro valor de referencia y la velocidad de sedimentación teórica corregida, es por esto que se calculara el error asociado entre dichas velocidades y para ello se utilizara la ecuación 2.32.

Error asociado al factor de corrección de velocidad de sedimentación de la ecuación de Brauer & Kriegel:

$$\varepsilon_{B\&K} = \frac{v_{ste} - v_{stc}^{B\&K}}{v_{ste}} \cdot 100$$

Tabla 3.14 Error asociado a cada punto de medición experimental, el cual está definido por la concentración. Fuente: Elaboración propia.

Punto	ε B&K
1	0,44%
2	0,06%
3	3,58%
4	6,77%
5	6,23%
6	5,07%
7	6,09%
8	6,67%
Promedio errores de Brauer & Kriegel	
	4,36%

Error asociado al factor de corrección de velocidad de sedimentación de la ecuación de Richardson & Zaki:

$$\varepsilon_{R\&Z} = \frac{v_{ste} - v_{stc}^{R\&Z}}{v_{ste}} \cdot 100$$

Tabla 3.15 Error asociado a cada punto de medición experimental, el cual está definido por la concentración. Fuente: Elaboración propia

Punto	ε R&Z
1	0,24%
2	1,36%
3	5,33%
4	8,64%
5	12,98%
6	8,38%
7	12,84%
8	13,46%
Promedio errores R&Z	
	7,90%

Error asociado al factor de corrección de velocidad de sedimentación de la ecuación de continuidad:

$$\varepsilon_{EC} = \frac{v_{ste} - v_{stc}EC}{v_{ste}} \cdot 100$$

Tabla 3.16 Error asociado a cada punto de medición experimental, el cual está definido por la concentración. Fuente: Elaboración propia

Punto	ε_{EC}
1	1,6%
2	4,2%
3	8,9%
4	12,5%
5	31,5%
6	15,7%
7	31,3%
8	32,0%
Promedio errores de la ecuación de continuidad	
	17,2%

Podemos observar que el factor de corrección de la ecuación de continuidad es el que presenta un mayor error a la hora de predecir la velocidad de sedimentación, luego le sigue la función de Richardson & Zaki y la que mejor logra predecir el comportamiento del sistema de partículas Geltech 1,5, es la ecuación de Brauer & Kriegel. En la tabla (3.16) se presenta el error promedio de cada uno de los factores de corrección.

Tabla 3.17 Error promedio asociado a cada factor de corrección de velocidad de sedimentación teórica,, el cual está definido por la concentración. Fuente: Elaboración propia

Errores asociados		
E B&K	E R&Z	E EC
4,4%	7,9%	17,2%

3.10 TENDENCIA DEL FACTOR DE CORRECCIÓN RESPECTO LA CONCENTRACIÓN VOLUMÉTRICA

En el siguiente apartado se procederá a graficar los factores de corrección respecto a distintos niveles concentración volumétrica, para demostrar la dependencia que existe entre la concentración volumétrica de las partículas y la velocidad de sedimentación.

3.10.1 Factor de corrección de Richardson & Zaki

Al analizar el factor de corrección de Richardson & Zaki, se observa que se plantea que es posible evaluar la velocidad de sedimentación real a partir de un sistema de partículas, a partir del régimen de escurrimiento del fluido sobre ellas y de la concentración volumétricas de las partículas existentes en el sistema. Esta ecuación es una de las más utilizadas, en el ámbito de la tecnología de sistemas de sedimentación.

Richardson & Zaki demostraron que existía una dependencia entre el valor del número de Reynolds del escurrimiento, respecto de la porosidad del sistema de partículas (1-c) y que esta dependencia es de carácter exponencial lo que da lugar a valores del exponente de la función porosidad (n) como se muestra en la tabla 2.4.

De esta misma tabla se aprecia 2.4 que el valor del exponente (n) de la función de Richardson & Zaki, para el caso de micropartículas que sedimentan en Flujo laminar (Reynolds menor a 0,25) es de 4,65, independiente del diámetro o tamaño de partículas.

Aplicando la ecuación 2.31 es posible graficar este comportamiento propuesto por Richardson & Zaki.

A continuación se presenta el gráfico 3.7, que muestra la tendencia de factor de corrección respecto a la concentración volumétrica del sistema de micropartículas presentes en una suspensión. Definida por la función de corrección de velocidad de sedimentación terminal de Richardson & Zaki.

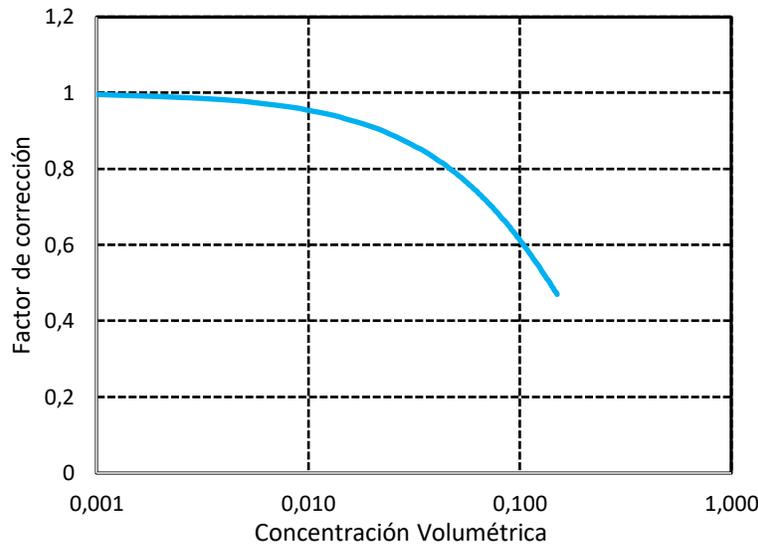


Gráfico 3.7 Tendencia del factor de corrección de Richardson & Zaki respecto de la concentración volumétrica de micropartículas, para un valor del exponente $n=4,65$. Fuente: Elaboración propia.

Los datos con los cuales se elaboró este diagrama se encuentran en la sección de anexos.

3.10.2 Factor de corrección de la ecuación Brauer & Kriegel

Como se ha mencionado a lo largo del estudio el factor de corrección de Brauer & Kriegel considera principalmente la concentración de las partículas para corregir la velocidad de sedimentación terminal.

A continuación se presenta el gráfico 3.8, que muestra la tendencia del factor de corrección respecto a la concentración volumétrica del sistema de micropartículas presentes en una suspensión. Definida por la función de corrección de velocidad de sedimentación terminal de Brauer & Kriegel.

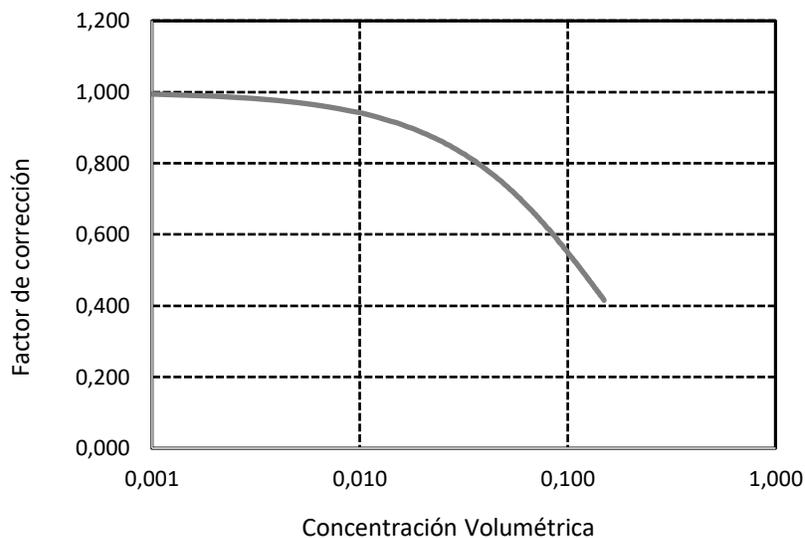


Gráfico 3.8 Tendencia del factor de corrección de Brauer & Kriegel respecto de la concentración volumétrica de micropartículas. Fuente: Elaboración propia.

Los datos con los cuales se elaboró este diagrama se encuentran en la sección de anexos.

3.10.3 Factor de corrección de la ecuación de continuidad

A continuación se presentara el gráfico 3.9, que muestra la tendencia de la tasa de hundimiento respecto a la porosidad de las micropartículas presentes en una suspensión definida por la función de corrección de velocidad de sedimentación terminal de la ecuación de continuidad.

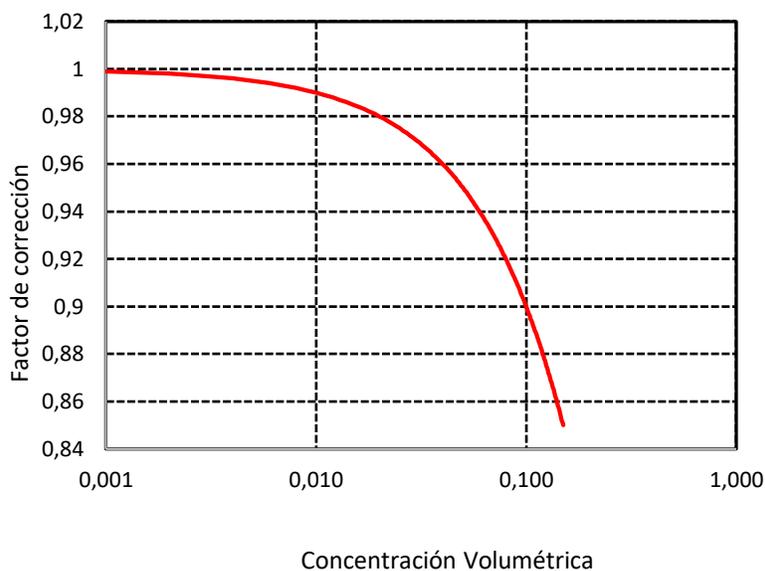


Gráfico 3.9 Tendencia del factor de corrección de la ecuación de continuidad respecto de la concentración volumétrica de micropartículas. Fuente: Elaboración propia.

Los datos con los cuales se elaboró este diagrama se encuentran en la sección de anexos.

3.10.4 Tendencia del sistema de micropartículas Geltech 1,5 (experimental)

La velocidad de sedimentación de las partículas de una suspensión sufre una caída monótona a medida que su concentración aumenta, el principio de este fenómeno se encuentra en la variación de las fuerzas hidrodinámicas, osmóticas y electroquímicas. Esto fenómeno depende también del tamaño de las partículas presentes en la sedimentación. (Para diámetros superiores a 100 (um), las fuerzas osmóticas y electroquímicas se pueden despreciar).

Los efectos relacionados con el incremento relativo de las fuerzas hidrodinámicas, osmóticas y electroquímicas, que se presentan en la interacción de partículas que sedimentan entre sí. Se manifiestan en la velocidad de sedimentación experimental o efectiva del grupo de partículas respecto a la que tendría una partícula única de igual diámetro (velocidad teórica).

A continuación se presentara el gráfico 3.10, elaborado a partir de la **tabla ()**, muestra la tendencia del factor de corrección respecto a la concentración volumétrica de las micropartículas de tamaño 1,5 (um). Obtenida de manera experimental.

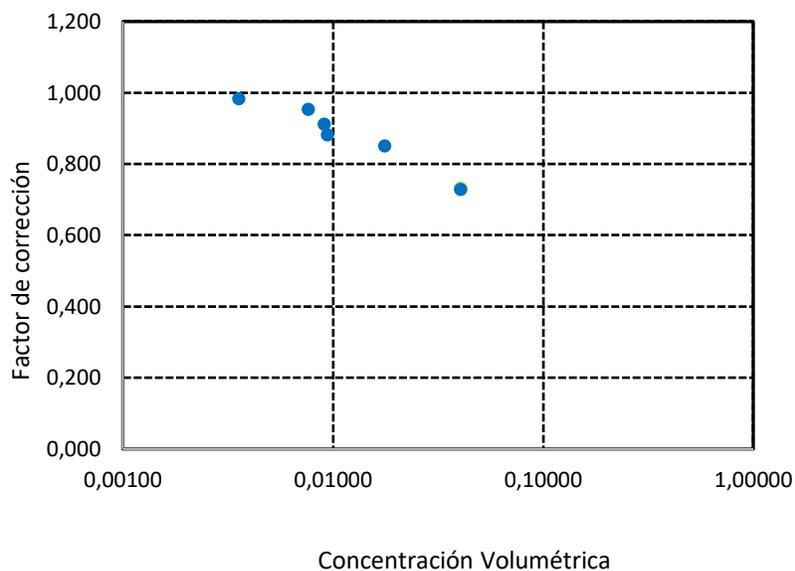


Gráfico 3.10 Tendencia del sistema de micropartículas Geltech 1,5, respecto de la concentración volumétrica. Fuente: Elaboración propia a partir de los datos tomados por la centrifuga analítica Shimadzu SA-CP3.

A continuación se presenta el gráfico 3.11, que comparara los valores del sistema de micropartículas Geltech 1,5 con el factor de corrección de la ecuación Richardson & Zaki, el factor de corrección de la ecuación de Brauer & Kriegel y el factor de corrección de la ecuación de continuidad.

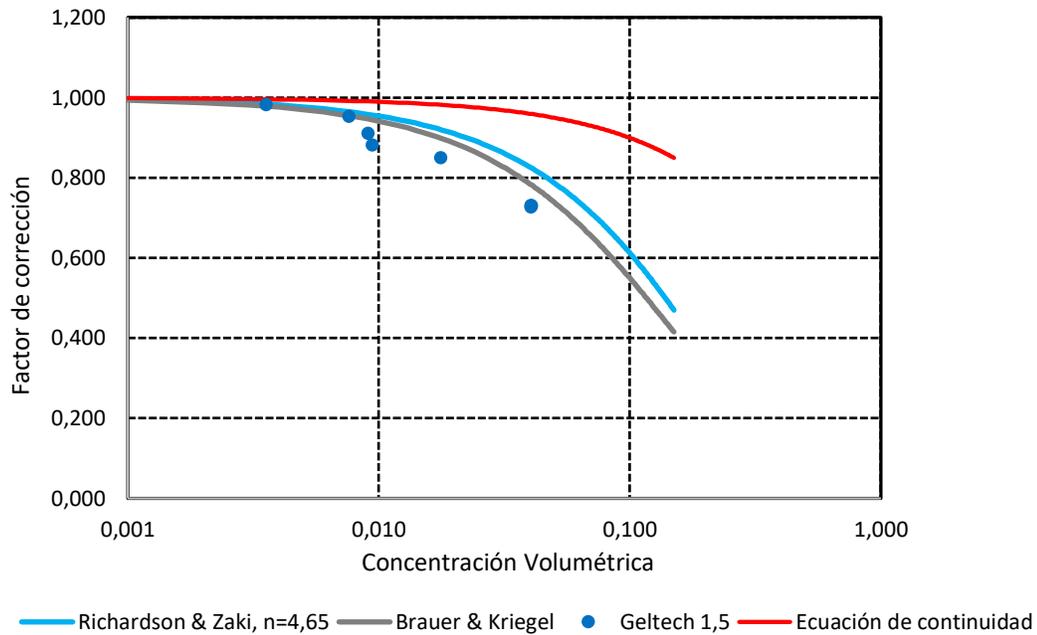


Gráfico 3.11 Comparación entre los valores del sistema Geltech 1.5, la función de corrección de Richardson & Zaki, Brauer & Kriegel y la ecuación de continuidad. Fuente: Elaboración propia.

En la comparación se puede observar que las partículas que sedimentan experimentalmente muestran una tendencia similar a la propuesta por el factor de corrección de la ecuación de Richardson & Zaki, de la ecuación de Brauer y Kriegel y la ecuación de continuidad.

Se puede apreciar que la línea de tendencia para el factor de corrección de Brauer & Kriegel es la más parecida a la línea de tendencia que toma el factor de corrección Geltech 1,5 (experimental), esto era totalmente esperable porque el error asociado entre la velocidad de sedimentación experimental y la velocidad corregida por Brauer & Kriegel es el más bajo de los 3 factores de corrección.

Todo lo contrario ocurre con la línea de tendencia de la ecuación de continuidad, ya que, es la más alejada a los valores medidos experimentalmente. Esto ratifica que el factor de corrección de velocidad de sedimentación terminal, propuesto por la ecuación de continuidad es el que presenta mayor error asociado a la hora de corregir la velocidad de Stokes.

3.11 ENFOQUE EMPÍRICO PARA DETERMINAR EL VALOR DEL EXPONENTE “N” DE LA FUNCIÓN DE CORRECCIÓN EXPERIMENTAL

Lo anterior sugiere que las micropartículas Geltech 1,5 (trabajo experimental), adoptan una tendencia similar a la tasa de hundimiento propuesta por el factor de corrección de Richardson & Zaki, ya que, presenta una dependencia entre la velocidad de sumergimiento, respecto de la porosidad del sistema de partículas (1-c) y que esta dependencia sería carácter exponencial, lo que daría lugar a valores experimentales del exponente (n), de la función de corrección experimental.

Para determinar el valor del exponente de la función de corrección experimental. Se procederá a graficar los valores experimentales obtenidos del sistema de micropartículas Geltech 1,5 (los que se podrán encontrar en el apéndice), en función de la porosidad, en un diagrama doble logaritmo. Luego, se procede a realizar un ajuste lineal por el método de mínimos cuadrados lo que permitirá determinar el exponente de la función de corrección experimental respecto de la porosidad. “La pendiente de la recta que se ajustara, corresponde al valor del exponente de la función de corrección experimental”. (Salinas-Salas, 2007).

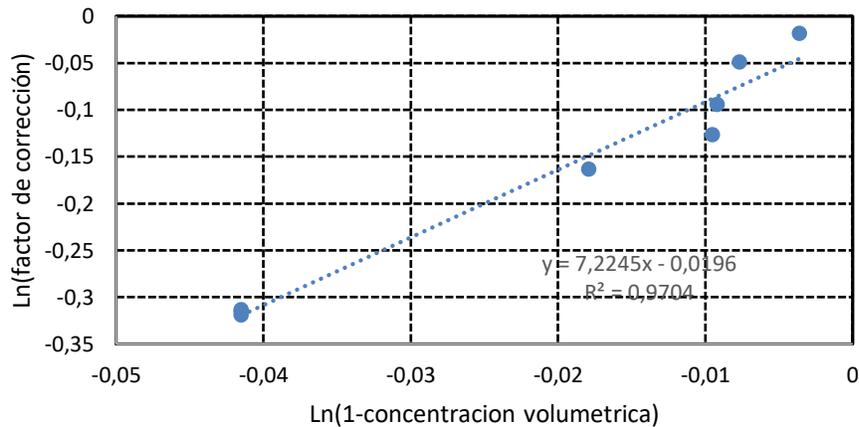


Gráfico 3.12 Comportamiento del exponente “n” a partir de los datos Geltech 1,5 (experimentales). Fuente: Elaboración propia..

Capítulo 3: Desarrollo a la solución de la problemática

Se observa que el coeficiente de determinación es igual a $R^2 = 0,9704$, que corresponde a un coeficiente de correlación de Pearson de $R=0,985$, lo que indica que la asociación lineal que existe entre las dos variables arregladas es lo suficientemente alta para aceptar la dependencia entre estas dos variables. Cabe indicar que esta dependencia dado que se empleó en un diagrama logaritmo logaritmo conduce a la determinación del exponente entre variables y no a un comportamiento lineal entre las variables originales.

De la ecuación de la recta del grafico 3.12, que ajusta el valor de las dos variables, es posible evaluar el exponente de la función de corrección experimental respecto a la porosidad de las partículas a partir de los valores experimentales.

$$y = 7,2245 \cdot x - 0,0196$$

Donde:

$$y = \ln(\text{función de corrección experimental})$$

$$x = \ln(1-c)$$

Y como se menciona anteriormente, la pendiente de la recta vendría siendo el exponente que toma la función experimental para partículas monomodales de un tamaño micrométrico 1,5 (μm), la pendiente de la ecuación es 7,2245 por lo tanto este será el valor del exponente “n”.

A continuación se representara gráficamente la función de corrección experimental con el nuevo exponente “n” determinado de forma empírica y se comparará con la línea de tendencia obtenida del factor de corrección del sistema Geltech 1,5.

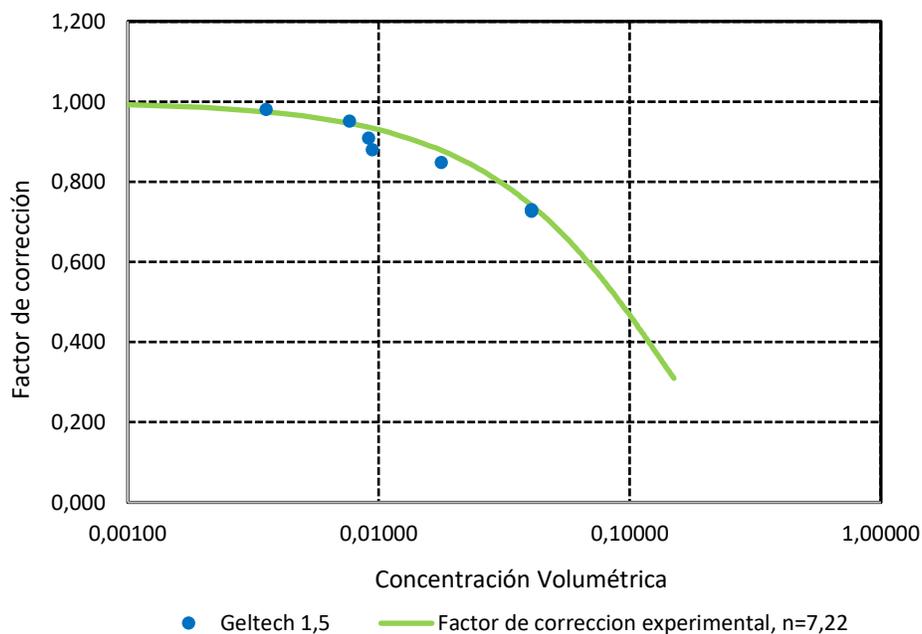


Gráfico 3.13 Comparación entre la tendencia del sistema de micropartículas Geltech 1,5 y el nuevo factor de corrección experimental. Fuente: Elaboración propia.

Se observa que la función experimental con un exponente $n=7,22$, logra un mejor ajuste al sistema de micropartículas Geltech 1,5.

CAPÍTULO 4: ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1 SISTEMA MONOMODAL GELTECH 1,5

En la presente selección se analizará el comportamiento del sistema monomodal Geltech 1,5. Que fue determinado mediante el empleo de la centrifuga analítica Shimadzu SA-CP3.

Diagrama incremental: En el gráfico 3.5, se observa que en los 3 ensayos realizados no existen grandes variaciones en los datos medidos. También, se puede inferir que las partículas tienen un tamaño cercano a 1,5 (μm), ya que, como se mencionó, anteriormente, la moda estadística de los datos (el q3 más alto), está en ese rango de diámetro. Esto quiere decir que el diámetro representativo del sistema de partículas es muy cercano a 1,5 (μm), y además podemos observar que existe una gran variación en los tamaños de partículas medidos.

Diagrama acumulativo: Al analizar el gráfico 3.4, se puede apreciar que alrededor del 65% a 70% de las partículas presentan un diámetro cercano a 1,5 (μm) y que alrededor de un 30% de las partículas que sedimentan tienen un diámetro superior a 2 (μm), esto quiere decir que el diámetro representativo del sistema está cercano a 1,5 (μm).

Gráfico de porcentaje de extinción relativa: En el gráfico 3.6, se observa que existe un decaimiento cuasi-lineal hasta los 200 s, esto se debe a que la velocidad de las partículas dependerá del radio, ya que, el campo de aceleración es centrífugo y está dado por la velocidad de rotación al cuadrado, que es una constante, multiplicado por la posición de la partícula. Dado esto, cuando una partícula ingresa al haz de luz y se proyecta su sombra hacia el sensor óptico se genera en esta área iluminada un aumento de la velocidad de las partículas, ya que a medida que aumenta su radio se ven sujetas a una aceleración mayor, lo que redundaría en un aumento de velocidad. Esto da lugar a que la concentración de material particulado presente en la zona de medición decaiga constantemente en una forma cuasi-lineal al principio, hasta alcanzar una condición crítica que ocurre cuando el espejo de separación entre la suspensión y el fluido claro atraviese por esta superficie iluminada, quedando al final solo fluido claro con lo que no se proyectaran sombras y por ende la extinción se anula. Este fenómeno se aprecia, para los valores analizados en el orden de los 250 s, donde se iniciaría este decaimiento brusco de la extinción, para finalmente alcanzar un valor cercano a cero a los 300 s.

Desviación estándar: En la tabla 3.5, se observa que el promedio o media aritmética de todas las partículas es de 2,191 (μm), y este valor está bastante alejado de diámetro representativo del

sistema de partículas. Entonces se calcula la desviación estándar de las partículas medidas y se puede observar que esta es 1,308 (μm), un número bastante elevado, esto quiere decir que existe gran dispersión entre algunos diámetros de partículas y, por lo tanto, no se puede considerar el promedio de los datos como diámetro representativo. Dado que, no se asegura que la mayoría de las partículas estén cercanas a ese diámetro por la gran desviación que tienen los datos.

Entonces a partir de los ensayos realizados, se observa que son reproducibles, debido a la gran semejanza que poseen los resultados alcanzados en los diferentes ensayos. Finalmente, se infiere que el diámetro representativo del sistema de partículas Geltech es 1,522 (μm), debido a que es el mayor valor que alcanza la distribución incremental de tamaño (q_3). Además, porque aproximadamente del 70% de las partículas están cercanas a este valor, según muestra el gráfico 3.4, de distribución acumulativa.

4.2 VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN

Si se analizan las velocidades de sedimentación, se observa que la velocidad de sedimentación teórica es superior a la velocidad de sedimentación experimental, esto es debido, principalmente, a que la velocidad teórica o de Stokes, considera que solo sedimenta una partícula y por ende se omiten las interacciones que se producen entre las partículas producto de la concentración de estas, las fuerzas del tipo electroquímico, osmóticas y la relación que existe entre las fuerzas de inercia del fluido con la viscosidad de este.

Al analizar los diámetros medidos por el equipo Shimadzu SA-CP3 y el espectrómetro laser Helos, se puede verificar que el diámetro medido por el equipo Shimadzu SA-CP3, es menor al medido por el espectrómetro laser Helos. Luego si se considera la ecuación 2.26 y se despeja el diámetro de partícula, a partir del valor de velocidad medido. Se observa que el diámetro depende de la velocidad de sedimentación. Por lo tanto, como la muestra de partículas es una sola, los diámetros son, teóricamente, iguales, pero estos aparentan ser más pequeños respecto a los valores de referencia, medidos por el espectrómetro laser Helos. En la tabla 4.2, se presentan los diámetros medidos.

Tabla 4.1 Diámetro medido experimentalmente y diámetro medido por espectrómetro laser.

Fuente: Elaboración propia.

Diámetro	
Shimadzu SA-CP3 (μm)	Espectrómetro laser Helos (μm)
1,522	1,56

En base a lo anterior se puede afirmar, que el diámetro experimental obtenido, no es distinto al diámetro de referencia, solo aparenta ser menor. Ya que, la velocidad de sedimentación se ve afectada por distintas causas, tales como: la concentración de partículas, la relación que existe entre las fuerzas de inercia del fluido con la viscosidad de este y el comportamiento dieléctrico de la suspensión.

4.3 DESCRIPCIÓN DEL COMPORTAMIENTO HIDRODINÁMICO

Se puede asumir que el sistema monomodal Geltech 1,5, tiene un único diámetro representativo para el sistema, lo que da lugar a una única velocidad de sedimentación representativa del sistema de micropartículas, la cual es $7,887 \cdot 10^{-5}$ (m/s).

Al hundirse las partículas de tamaño micrométrico en el fluido viscoso, en este caso el agua, existen fenómenos que reducen la velocidad de sedimentación de estas micropartículas, originados por: la relación que existe entre el régimen del escurrimiento y la concentración de las partículas, también las fuerzas hidrodinámicas, electroquímicas y osmóticas, las cuales se presentan por la interacción entre las micropartículas que se sumergen simultáneamente. Estas fuerzas interfieren con el proceso de sedimentación de las micropartículas, manifestándose en una reducción de la velocidad de sedimentación.

4.4 VALIDEZ DE LOS FACTORES DE CORRECCIÓN DE VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN TERMINAL

Para determinar la validez de los factores de corrección de velocidad de sedimentación terminal para los modelos monomodales de Richardson & Zaki, Brauer & Kriegel y la ecuación de continuidad, fue necesario calcular el error asociado con la ecuación 2.32. Entre la velocidad del sistema Geltech 1,5 (experimental) y la velocidad teórica.

Errores asociados		
E B&K	E R&Z	E EC
4,4%	7,9%	17,2%

Al analizar los resultados alcanzados, se puede inferir que los factores de corrección de velocidad de sedimentación de Richardson & Zaki, Brauer & Kriegel, para tamaños de partículas del orden micrométrico 1,5 (μm) y bajo las condiciones específicas por las cuales se desarrolló el experimento, representan de buena manera lo que ocurre en realidad, debido a que los errores relativos con respecto a los datos obtenidos de forma experimental son bajos, en cambio, la ecuación de continuidad presenta una importante divergencia a la hora de predecir la velocidad de sedimentación, por lo tanto no sería conveniente validarla bajo las condiciones en las que se desarrolló el experimento.

4.5 ANÁLISIS DEL FACTOR DE CORRECCIÓN PROPUESTOS RESPECTO DE LA CONCENTRACIÓN VOLUMÉTRICA

Al analizar el gráfico 3.11, se puede observar que Brauer & Kriegel es el que más se acerca a la tendencia del sistema de partículas Geltech 1,5 (experimental), luego le sigue Richardson & Zaki y por último la ecuación de continuidad, se observa que estas tienen una forma similar pero no idéntica y la diferencia que tienen entre sí, es proporcional al error relativo calculado.

Aunque Brauer & Kriegel sea el que presente menor error, no es el modelo más aceptado, ya que, es un modelo mecánico al igual que la ecuación de continuidad pero más elaborado y es

por ello que presenta menor diferencia, en términos del error asociado, respecto del modelo de ecuación de continuidad. Estos métodos mencionados pierden precisión al trabajar con partículas más pequeñas que las estudiadas, porque no consideran efectos entre las partículas, que aumentan a tamaños micrométricos, los cuales se traducen en un aumento de la reducción de la velocidad de sedimentación.

Richardson & Zaki es un modelo de corrección de velocidad de sedimentación semi- empírico y en la actualidad, es el más usado. Esto se debe, principalmente, a que considera fenómenos que otros factores de corrección no toman en cuenta y que afectan a la velocidad de sedimentación. Como se ha mencionado, anteriormente, la ecuación de Richardson & Zaki relaciona los efectos provocados por la concentración de partículas con el tipo de escurrimiento del fluido.

La ecuación Richardson & Zaki mostró una tendencia del factor de corrección similar al sistema de partículas Geltech 1,5 (experimental), pero no idéntica, ya que, presenta un error relativo de 7,9%, ellos establecen un valor del exponente “n” igual a 4,65, para números de Reynolds inferiores a 0,25 (régimen laminar). Entonces, se puede inferir que el valor del exponente “n” propuesto por estos autores, no representaría, de la mejor manera, a partículas cuyo tamaño es de orden micrométrico, como lo muestra el diagrama 3.11. Si bien la ecuación de Richardson & Zaki presenta un error menor al de la ecuación de continuidad, es mayor a la ecuación de Brauer & Kriegel, por lo que resulta conveniente considerar la aplicación de un exponente mayor para la forma de Richardson & Zaki, el que se evaluó en torno a 7,22. Para este caso el error de relativo es solo 2,33%, que es el menor valor de error relativo respecto de los datos experimentales de los modelos considerados. Cabe indicar que el valor de número de Reynolds para estos ensayos fue del orden de 0,001.

4.6 ANÁLISIS DE LA FUNCIÓN DE CORRECCIÓN EXPERIMENTAL

El factor de corrección experimental el cual emplea la forma genérica propuesta para el factor de corrección por Richardson & Zaki, alcanza un mejor ajuste de tendencia para el sistema de micropartículas Geltech 1,5, si se utiliza un nuevo exponente igual a 7,22 ($n=7,22$), aplicado a la función porosidad $(1-c)$. El grafico 4.1, presenta el comportamiento conjunto de los distintos

Capítulo 4: Análisis de resultados

factores de corrección y de los datos experimentales alcanzados para el sistema de partículas de Geltech 1,5. Se puede apreciar que el empleo de un exponente de 7,22, mejora sensiblemente el ajuste de la función de corrección para el sistema de partículas analizado.

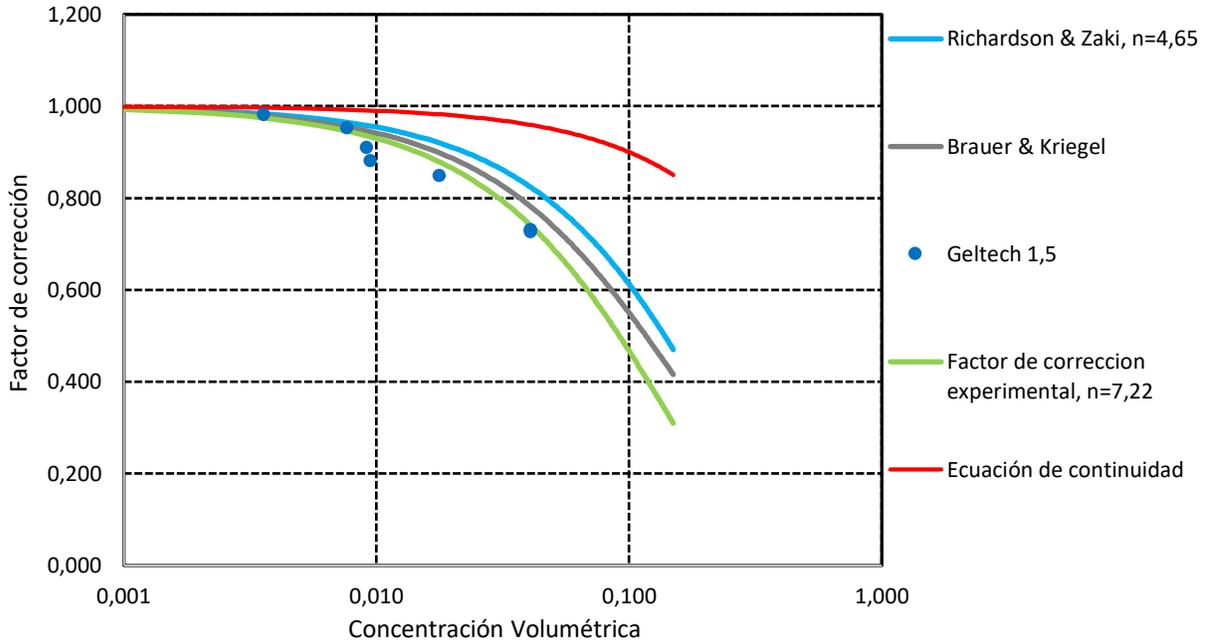


Gráfico 4.1 Comparación de los factores de corrección, con el sistema de micropartículas Geltech 1,5 (experimental). Fuente: Elaboración propia.

El empleo de un exponente mayor propuesto por la función de corrección de Richardson & Zaki, permite que el nuevo valor del exponente aplicado, muestra una significativa diferencia en la predicción de la velocidad de sedimentación experimental para escurrimientos con números de Reynolds menores a 0,25, que el empleo del exponente tradicional, en este caso 4,65, como se aprecia en el gráfico 4.1.

Para poder establecer de mejor manera el comportamiento del exponente n de la función experimental. Resultaría interesante aplicar el mismo procedimiento para partículas de menor diámetro a las estudiadas en esta memoria, con el objeto de verificar si el comportamiento del exponente n se sostiene en valores menores a los propuestos por Richardson & Zaki.

4.7 ANALISIS EXPONENTE FUNCIÓN DE CORRECCIÓN EXPERIMENTAL

Richardson & Zaki propone un exponente de 4,65, para números de Reynolds Inferior a 0,25, ahora bien, de la ecuación del número de Reynolds podemos despejar el diámetro de partícula que Richardson & Zaki utilizaron en su estudio, el cual es de 0.00136 m, lo que equivale a 1 mm aproximadamente y si lo comparamos con las partículas estudiadas en esta memoria, son 900 veces más grandes a las que se utilizaron en este trabajo.

Tabla 1 Valores del exponente para Richardson & Zaki. Fuente: Elaboración propia

Rango de numero de Reynolds del escurrimiento	Exponente n	Tamaño de partícula (m)
$Re \leq 0,25$	4,65	0,00136
Re=0,00013	7,22	$1,522 \cdot 10^{-6}$

Se puede apreciar, a medida que disminuye el tamaño de partícula, el valor del exponente “n”, aumenta, esto se debe principalmente al incremento de las fuerzas del tipo electroquímico y osmótico, las cuales aumentan al disminuir el tamaño de partícula, lo que se traduce eventualmente en una reducción de la velocidad de sedimentación del sistema de partículas estudiadas.

CONCLUSIONES

Conclusiones

Para desarrollar la presente memoria, requirió alcanzar un cierto grado de conocimiento de los elementos teóricos y prácticos asociados a métodos experimentales empleados en ingeniería. Aplicados al proceso de sedimentación de sistemas de micropartículas suspendidas en agua, a fin de analizar su comportamiento y formular a partir de datos experimentales un modelo matemático que interpretara la reducción de la velocidad de sedimentación que se presentan en un sistema de micropartículas de mejor manera que tres modelos mencionados en la literatura técnica. De paso se adquirieron conocimientos relativos a la caracterización y comportamiento de suspensiones de micropartículas en agua, lo que es de interés dada las múltiples aplicaciones industriales del proceso de sedimentación en agua.

Respecto de la metodología empleada para determinar experimentalmente la velocidad de sedimentación de las suspensiones analizadas se concluye a la luz de los resultados alcanzados que esta ha sido adecuada y ha permitido medir experimentalmente velocidad de sedimentación de una suspensión compuesta por un sistema de micropartículas de un tamaño del orden de 1,5 (μm) y el compararlo con la velocidad teórica de sumergimiento, para este mismo sistema, se puede concluir que la velocidad medida del sistema Geltech 1,5, es inferior a la velocidad teórica, debido a que existen diversos factores que disminuyen la velocidad de sedimentación terminal tales como: las fuerzas hidrodinámicas, las fuerzas electroquímicas, la concentración volumétrica de micropartículas, el tamaño de la partícula, entre otros.

A partir del análisis de la validez de los factores de corrección de velocidad de sedimentación planteados por de los modelos de: La ecuación de Brauer & Kriegel y la ecuación de Richardson & Zaki, se concluye, que su aplicación para este caso y bajo las condiciones en las que se realizó el ensayo, sería válida, para los criterios de ingeniería. Dado que el error relativo porcentual que se presenta entre la velocidad medida experimentalmente para el sistema de micropartículas Geltech 1,5, en agua y la velocidad de sedimentación corregida, para los dos factores mencionados, se estiman en: 4,4%, para la ecuación de Brauer & Kriegel, en 7,9%, para la ecuación de Richardson & Zaki. No se valida la aplicación del factor de corrección de continuidad dado que presenta una importante divergencia a la hora de predecir la velocidad de sedimentación, con un error relativo porcentual de 17,2%, siendo esta última la que presenta el mayor error debido a los supuestos en que se basa, que solo consideran partículas esféricas de

Conclusiones

idéntico diámetro sin ninguna interacción entre sí, ni los efectos del escurrimiento del fluido sobre ellas.

También se puede concluir, que la ecuación de Richardson & Zaki empleando el exponente convencional para regímenes de escurrimiento con números de Reynolds laminares ($Re < 0,25$), que fue el caso analizado, cuyo valor es 4,65 ($n=4,65$), muestra una significativa diferencia, en su precisión de estimar la velocidad de sedimentación de un sistema de micropartículas con esas características de escurrimiento. A su vez, el hecho de emplear un valor del exponente mayor, en el caso analizado alcanzo a 7,22 ($n=7,22$). Representa de mejor manera el comportamiento de la velocidad de sedimentación de este tipo de sistemas de partículas los cuales, poseen tamaños representativos del orden de 1 (μm). A su vez, existe literatura técnica que indica que la tendencia de crecimiento del valor del exponente es inversa a la del tamaño del sistema de partículas, por lo que es predecible, que si se determinan estos exponentes a sistema de partículas sub-micrométrico, que el valor del exponente aumente. Este incremento permitiría representar de mejor manera la situación que se presenta para estos sistemas de partículas. Lo ya indicado mostraría la conveniencia se subdividir la tabla de exponentes propuesta por Richardson & Zaki, para la zona de régimen laminar, agregando valores de exponente mayores a los empleados hasta el momento, para el caso de sedimentación de micropartículas del orden micrométrico, con el objeto de representar de mejor manera la reducción de velocidad de sedimentación terminal.

A modo de conclusión general respecto al trabajo realizado se puede indicar que este ha satisfecho tanto el objetivo general, como los objetivos específicos, planteados para esta memoria. Esto se puede apreciar en los resultados de la memoria, ya que, se logró validar los factores de corrección de la ecuación de continuidad, Brauer & Kriegel y Richardson & Zaki, indicando los principios que consideran las ecuaciones para corregir la velocidad de sedimentación y además se propuso un nuevo factor de corrección a partir de la función que propone Richardson & Zaki, el cual se determinó de manera experimental, mediante un análisis estadístico de datos.

Es importante mencionar que para poder lograr los resultados alcanzados en esta memoria fue necesario implementar un plan de acción de trabajo, lo que permitió ordenar ideas y definir tiempos para lograr cada uno de los objetivos específicos, de esta manera poder establecer una metodología de trabajo eficiente y eficaz, ya que, una buena metodología de trabajo permite

Conclusiones

tener mucho más claro cómo se pueden ir desarrollando cada uno de los objetivos específicos, lo que eventualmente se traduce en una optimización del trabajo, porque se definieron actividades las que permitieron lograr los objetivos específicos y el objetivo general de esta memoria.

BIBLIOGRAFÍA

- Allen, T. (2003). *Powder sampling and size sedimentation*. Wilmington, USA: El sevier.
- Bernhardt. (1994). *Clasificación and sedimentation methods*. Freiberg, Alemania: Brian Scarlett.
- Brauer, H., & Kriegel, E. (1966). Kornbewegung bei der sedimentation. En *Chem. ing. techn* (págs. 321-330). Wiley-VCH.
- DIN, 1974. *DIN 66144: Logarithmisches Normalverteilungsnetz*.
- DIN, 1989. *DIN 66111: Sedimentationsanalyse Grundlagen, Auswerten Gleichungen zur Mengemessung im Fliehkraftfeld*.
- Holman, J. (2011). *Experimental Methods for Engineers* . En J. Holman, *Experimental Methods for Engineers* . McGraw-hill Series in Mechanical Engineering.
- Salinas Salas , G. (2007). *Sedimentationsverhalten von Submikrometerpartikeln in wässrigen suspensionen*. Desdren: Alle Rechte vorbehalten.
- Salinas Salas, G., & Espinoza Fuentes, F. (2012). Evaluacion experimental del comportamiento experimental de la velocidad de sedimentacion de las particulas. *revista ingenieria medellin*, 242.
- Schubert, H. (2003). *Handbuch der Mechanischen Verfahrenstechnik*. En H. Schubert, *Handbuch der Mechanischen Verfahrenstechnik*. Weinheim: WILEY-VCH.
- Stieß, M. (1994). *Mechanische verfahrens-technik 2*. Berlin: springer-lehrbuch.

APÉNDICE

A. DATOS DE LOS ENSAYOS DE MEDICIÓN

A1. Ensayo sistema de partículas Geltech 1,5

Ensayo1

Tabla A.1 Datos del ensayo del uno sistema monomodal Geltech 1,5, parte 1. Fuente:

Elaboración propia a partir de datos de MVT–TU Dresden.

Tiempo (s)	Diámetro (um)	Ext.1-2 (%)	q ₃ (%)	Q ₃ (%)
10	7,762	98,1	0,492	100,000
20	5,489	96,1	0,674	99,853
30	4,481	94,5	1,127	99,652
40	3,881	92,6	1,377	99,316
50	3,471	90,8	1,404	98,906
60	3,169	89,3	1,439	98,487
70	2,934	88	2,684	98,058
80	2,744	85,9	2,608	97,257
90	2,587	84,1	3,078	96,480
100	2,455	82,2	3,044	95,562
110	2,340	80,5	3,531	94,654
120	2,241	78,7	3,199	93,601
130	2,153	77,2	4,837	92,647
140	2,074	75,1	7,174	91,205
150	2,004	72,2	5,818	89,066
160	1,940	70	3,942	87,331
170	1,883	68,6	5,375	86,156
180	1,830	66,8	6,945	84,553
190	1,781	64,6	6,322	82,482
200	1,736	62,7	7,696	80,597
210	1,694	60,5	11,374	78,302
220	1,655	57,4	15,743	74,911
230	1,618	53,3	21,657	70,217
240	1,584	47,9	35,958	63,759
250	1,552	39,3	59,621	53,038
260	1,522	25,6	90,000	35,260
270	1,494	5,7	17,835	8,425
280	1,467	1,9	2,432	3,107
290	1,441	1,4	1,510	2,382
300	1,417	1,1	1,041	1,931
310	1,394	0,9	0,538	1,621

Tabla A.2 Datos del ensayo uno del sistema monomodal Geltech 1,5, parte 2. Fuente: Elaboración propia a partir de datos de MVT–TU Dresden.

Tiempo (s)	Diámetro (um)	Ext.1-2 (%)	q ₃ (%)	Q ₃ (%)
350	1,312	0,9	0,606	0,954
360	1,294	0,8	0,623	0,774
370	1,276	0,7	0,640	0,588
380	1,259	0,6	0,657	0,397
390	1,243	0,5	0,674	0,201
400	1,227	0,4	0,000	0,000
410	1,212	0,4	0,000	0,000
420	1,198	0,4		

Ensayo 2

Tabla A.3 Datos del ensayo dos del sistema monomodal Geltech 1,5, parte 1. Fuente: Elaboración propia a partir de datos de MVT–TU Dresden.

Tiempo (s)	Diámetro (um)	Ext.1-2 (%)	q ₃ (%)	Q ₃ (%)
10	7,762	98	0,448	100,000
20	5,489	96,1	0,685	99,861
30	4,481	94,4	1,192	99,649
40	3,881	92,3	1,317	99,279
50	3,471	90,5	1,612	98,870
60	3,169	88,7	1,589	98,370
70	2,934	87,2	1,834	97,878
80	2,744	85,7	2,634	97,309
90	2,587	83,8	2,790	96,492
100	2,455	82	2,741	95,626
110	2,340	80,4	2,627	94,776
120	2,241	79	3,672	93,961
130	2,153	77,2	4,627	92,822
140	2,074	75,1	7,101	91,387
150	2,004	72,1	6,326	89,184
160	1,940	69,6	2,694	87,222
170	1,883	68,6	5,143	86,387
180	1,830	66,8	6,645	84,792

*Tabla A.4 Datos del ensayo dos del sistema monomodal Geltech 1,5, parte 2. Fuente:
Elaboración propia a partir de datos de MVT–TU Dresden.*

Tiempo	Diámetro	Ext.1-2	q ₃	Q ₃
(s)	(um)	(%)	(%)	(%)
190	1,781	64,6	5,731	82,731
200	1,736	62,8	8,033	80,953
210	1,694	60,4	10,882	78,462
220	1,655	57,3	15,429	75,087
230	1,618	53,1	21,103	70,301
240	1,584	47,6	34,402	63,756
250	1,552	39	61,205	53,085
260	1,522	24,3	90	34,101
270	1,494	3,5	10,328	6,186
280	1,467	1,2	2,327	2,983
290	1,441	0,7	1,445	2,261
300	1,417	1	0,996	1,813
310	1,394	0,8	0	1,504
320	1,372	0,8	0,531	1,504
330	1,351	0,7	1,094	1,340
340	1,331	0,5	0,563	1,000
350	1,312	0,4	0	0,826
360	1,294	0,4	1,192	0,826
370	1,276	0,2	0	0,456
380	1,259	0,2	0	0,456
390	1,243	0,2	0,645	0,456
400	1,227	0,1	0,825	0,256
408	1,215	0		

Ensayo 3

Tabla A.5 Datos del ensayo tres del sistema monomodal Geltech 1,5, parte 1. Fuente: Elaboración propia a partir de datos de MVT–TU Dresden.

Tiempo (s)	Diámetro (um)	Ext.1-2 (%)	q ₃ (%)	Q3 (%)
10	7,762	98	0,471	100,000
20	5,489	96,3	0,899	99,875
30	4,481	94,4	1,267	99,635
40	3,881	92,5	1,462	99,297
50	3,471	90,8	1,579	98,907
60	3,169	89,3	2,241	98,486
70	2,934	87,5	2,012	97,888
80	2,744	86,1	2,118	97,352
90	2,587	84,8	3,096	96,787
100	2,455	83,1	3,826	95,962
110	2,340	81,2	3,749	94,941
120	2,241	79,5	4,315	93,942
130	2,153	77,7	5,438	92,791
140	2,074	75,6	5,563	91,341
150	2,004	73,6	8,326	89,858
160	1,940	70,8	6,964	87,638
170	1,883	68,6	6,043	85,781
180	1,830	66,8	7,099	84,169
190	1,781	64,8	7,482	82,276
200	1,736	62,8	8,260	80,281
210	1,694	60,7	12,375	78,079
220	1,655	57,7	16,405	74,779
230	1,618	53,9	24,348	70,404
240	1,584	48,5	39,017	63,912
250	1,552	40,2	64,096	53,508
260	1,522	27,1	90,000	36,416
270	1,494	9,4	37,992	12,418
280	1,467	2,2	3,281	2,287
290	1,441	1,6	0,566	1,412
300	1,417	1,5	0,585	1,261
310	1,394	1,4	0,604	1,105
320	1,372	1,3	0,624	0,944
330	1,351	1,2	0,643	0,778
340	1,331	1,1	0,000	0,606

Tabla A.6 Datos del ensayo tres del sistema monomodal Geltech 1,5, parte 2. Fuente: Elaboración propia a partir de datos de MVT-TU Dresden.

Tiempo (s)	Diámetro (μm)	Ext.1-2 (%)	q_3 (%)	Q3 (%)
350	1,312	1,1	0,000	0,606
360	1,294	1,1	0,000	0,606
370	1,276	1,1	0,000	0,606
380	1,259	1,1	1,478	0,606
390	1,243	0,9	0,000	0,212
400	1,227	0,9	0,000	0,212
410	1,212	0,9	0,796	0,212
420	1,198	0,8		

B. DESVIACIÓN ESTADÍSTICA

Tabla B.1 Desviación estadística del promedio de los diámetros promedios de los ensayos, parte 1. Fuente: Elaboración propia a partir de los datos de MTV-TU Dresden.

Diámetro promedio (m)	Desviación promedio (m)	Desviación estándar (m^2)
7,76E-06	5,57E-06	3,10E-11
5,49E-06	3,30E-06	1,09E-11
4,48E-06	2,29E-06	5,24E-12
3,88E-06	1,69E-06	2,85E-12
3,47E-06	1,28E-06	1,64E-12
3,17E-06	9,77E-07	9,54E-13
2,93E-06	7,42E-07	5,50E-13
2,74E-06	5,52E-07	3,05E-13
2,59E-06	3,95E-07	1,56E-13
2,45E-06	2,63E-07	6,90E-14
2,34E-06	1,48E-07	2,20E-14
2,24E-06	4,87E-08	2,38E-15
2,15E-06	-3,92E-08	1,53E-15
2,07E-06	-1,17E-07	1,38E-14
2,00E-06	-1,88E-07	3,53E-14
1,94E-06	-2,51E-07	6,32E-14
1,88E-06	-3,09E-07	9,57E-14
1,83E-06	-3,62E-07	1,31E-13
1,78E-06	-4,11E-07	1,69E-13
1,74E-06	-4,56E-07	2,08E-13

Tabla B.2 Desviación estadística del promedio de los diámetros promedios de los ensayos, parte 2. Fuente: Elaboración propia a partir de los datos de MTV-TU Dresden.

Diámetro promedio (m)	Desviación promedio (m)	Desviación estándar (m ²)
1,65E-06	-5,37E-07	2,88E-13
1,62E-06	-5,73E-07	3,29E-13
1,58E-06	-6,08E-07	3,69E-13
1,55E-06	-6,40E-07	4,09E-13
1,52E-06	-6,70E-07	4,49E-13
1,49E-06	-6,98E-07	4,87E-13
1,47E-06	-7,25E-07	5,26E-13
1,44E-06	-7,51E-07	5,63E-13
1,42E-06	-7,75E-07	6,00E-13
1,39E-06	-7,98E-07	6,37E-13
1,37E-06	-8,20E-07	6,72E-13
1,35E-06	-8,41E-07	7,07E-13
1,33E-06	-8,61E-07	7,41E-13
1,31E-06	-8,80E-07	7,74E-13
1,29E-06	-8,98E-07	8,07E-13
1,28E-06	-9,16E-07	8,39E-13
1,26E-06	-9,33E-07	8,70E-13
1,24E-06	-9,49E-07	9,01E-13
1,23E-06	-9,65E-07	9,31E-13
1,21E-06	-9,79E-07	9,58E-13
1,20E-06	-9,94E-07	9,89E-13

C. FACTOR DE CORRECCIÓN RESPECTO LA CONCENTRACIÓN VOLUMÉTRICA

Tabla C.1 Valores de los factores de corrección a distintos niveles de concentración volumétrica, parte 1. Fuente: Elaboración propia.

Concentración volumétrica	Factor de corrección de		
	Richardson & Zaki, n=4,65	Brauer & Kriegel	Ecuación continuidad
0	1	1	1
0,001	0,995	0,994	0,999
0,002	0,991	0,988	0,998
0,003	0,986	0,982	0,997
0,004	0,982	0,976	0,996
0,005	0,977	0,970	0,995
0,006	0,972	0,965	0,994
0,007	0,968	0,959	0,993
0,008	0,963	0,953	0,992
0,009	0,959	0,947	0,991
0,010	0,954	0,942	0,99
0,011	0,950	0,936	0,989
0,012	0,945	0,930	0,988
0,013	0,941	0,925	0,987
0,014	0,937	0,919	0,986
0,015	0,932	0,913	0,985
0,016	0,928	0,908	0,984
0,017	0,923	0,903	0,983
0,018	0,919	0,897	0,982
0,019	0,915	0,892	0,981
0,020	0,910	0,886	0,98
0,021	0,906	0,881	0,979
0,022	0,902	0,876	0,978
0,023	0,897	0,870	0,977
0,024	0,893	0,865	0,976
0,025	0,889	0,860	0,975
0,026	0,885	0,855	0,974
0,027	0,880	0,850	0,973
0,028	0,876	0,844	0,972
0,029	0,872	0,839	0,971
0,030	0,868	0,834	0,97
0,031	0,864	0,829	0,969
0,032	0,860	0,824	0,968

Apéndice

Tabla C.2 Valores de los factores de corrección a distintos niveles de concentración volumétrica, parte 2. Fuente: Elaboración propia.

Concentración volumétrica	Factor de corrección de		
	Richardson & Zaki, n=4,65	Brauer & Krieger	Ecuación continuidad
0,036	0,843	0,804	0,964
0,037	0,839	0,800	0,963
0,038	0,835	0,795	0,962
0,039	0,831	0,790	0,961
0,040	0,827	0,785	0,96
0,041	0,823	0,781	0,959
0,042	0,819	0,776	0,958
0,043	0,815	0,771	0,957
0,044	0,811	0,767	0,956
0,045	0,807	0,762	0,955
0,046	0,803	0,757	0,954
0,047	0,799	0,753	0,953
0,048	0,796	0,748	0,952
0,049	0,792	0,744	0,951
0,050	0,788	0,739	0,95
0,051	0,784	0,735	0,949
0,052	0,780	0,730	0,948
0,053	0,776	0,726	0,947
0,054	0,772	0,722	0,946
0,055	0,769	0,717	0,945
0,056	0,765	0,713	0,944
0,057	0,761	0,709	0,943
0,058	0,757	0,705	0,942
0,059	0,754	0,700	0,941
0,060	0,750	0,696	0,94
0,061	0,746	0,692	0,939
0,062	0,743	0,688	0,938
0,063	0,739	0,684	0,937
0,064	0,735	0,680	0,936
0,065	0,732	0,676	0,935
0,066	0,728	0,672	0,934
0,067	0,724	0,668	0,933
0,068	0,721	0,664	0,932
0,069	0,717	0,660	0,931
0,070	0,714	0,656	0,93
0,071	0,710	0,652	0,929

Apéndice

Tabla C.3 Valores de los factores de corrección a distintos niveles de concentración volumétrica, parte 3. Fuente: Elaboración propia.

Concentración volumétrica	Factor de corrección de		
	Richardson & Zaki, n=4,65	Brauer & Krieger	Ecuación continuidad
0,072	0,706	0,648	0,928
0,073	0,703	0,644	0,927
0,074	0,699	0,641	0,926
0,075	0,696	0,637	0,925
0,076	0,692	0,633	0,924
0,077	0,689	0,629	0,923
0,078	0,685	0,626	0,922
0,079	0,682	0,622	0,921
0,080	0,679	0,618	0,92
0,081	0,675	0,615	0,919
0,082	0,672	0,611	0,918
0,083	0,668	0,607	0,917
0,084	0,665	0,604	0,916
0,085	0,662	0,600	0,915
0,086	0,658	0,597	0,914
0,087	0,655	0,593	0,913
0,088	0,652	0,590	0,912
0,089	0,648	0,586	0,911
0,090	0,645	0,583	0,91
0,091	0,642	0,580	0,909
0,092	0,638	0,576	0,908
0,093	0,635	0,573	0,907
0,094	0,632	0,570	0,906
0,095	0,629	0,566	0,905
0,096	0,625	0,563	0,904
0,097	0,622	0,560	0,903
0,098	0,619	0,556	0,902
0,099	0,616	0,553	0,901
0,100	0,613	0,550	0,9
0,101	0,610	0,547	0,899
0,102	0,606	0,544	0,898
0,103	0,603	0,541	0,897
0,104	0,600	0,538	0,896
0,105	0,597	0,534	0,895
0,106	0,594	0,531	0,894
0,107	0,591	0,528	0,893

Tabla C.4 Valores de los factores de corrección a distintos niveles de concentración volumétrica, parte 4. Fuente: Elaboración propia.

Concentración volumétrica	Factor de corrección de		
	Richardson & Zaki, n=4,65	Brauer & Krieger	Ecuación continuidad
0,109	0,585	0,522	0,891
0,110	0,582	0,519	0,89
0,111	0,579	0,516	0,889
0,112	0,576	0,513	0,888
0,113	0,573	0,510	0,887
0,114	0,570	0,508	0,886
0,115	0,567	0,505	0,885
0,116	0,564	0,502	0,884
0,117	0,561	0,499	0,883
0,118	0,558	0,496	0,882
0,119	0,555	0,493	0,881
0,120	0,552	0,491	0,88
0,121	0,549	0,488	0,879
0,122	0,546	0,485	0,878
0,123	0,543	0,482	0,877
0,124	0,540	0,480	0,876
0,125	0,537	0,477	0,875
0,126	0,535	0,474	0,874
0,127	0,532	0,472	0,873
0,128	0,529	0,469	0,872
0,129	0,526	0,466	0,871
0,130	0,523	0,464	0,87
0,131	0,521	0,461	0,869
0,132	0,518	0,459	0,868
0,133	0,515	0,456	0,867
0,134	0,512	0,453	0,866
0,135	0,509	0,451	0,865
0,136	0,507	0,448	0,864
0,137	0,504	0,446	0,863
0,138	0,501	0,444	0,862
0,139	0,499	0,441	0,861
0,140	0,496	0,439	0,86
0,141	0,493	0,436	0,859
0,142	0,491	0,434	0,858
0,143	0,488	0,431	0,857
0,144	0,485	0,429	0,856

Tabla C.5 Valores de los factores de corrección a distintos niveles de concentración volumétrica, parte 5. Fuente: Elaboración propia.

Concentración volumétrica	Factor de corrección de		
	Richardson & Zaki, n=4,65	Brauer & Kriegel	Ecuación continuidad
0,145	0,483	0,427	0,855
0,146	0,480	0,424	0,854
0,147	0,477	0,422	0,853
0,148	0,475	0,420	0,852
0,149	0,472	0,417	0,851
0,150	0,470	0,415	0,85

D. DATOS SATISFACTORIOS PARA FACTOR DE CORRECCIÓN SISTEMA GELTECH 1,5

Tabla D.1 Datos satisfactorios para establecer el comportamiento del sistema de partículas Geltech 1,5. Fuente: Elaboración propia a partir de datos del MTV-TU Dresden

Concentración volumétrica	Velocidad de sedimentación experimental	Velocidad teórica	$\frac{v_{sedimentacion}}{v_s}$
%	µm/s	µm/s	
0,0036	49,408	50,355	0,981
0,0077	47,936		0,952
0,0091	45,813		0,910
0,0095	44,346		0,881
0,0407	36,744		0,730
0,0177	89,174	113,298	0,849
0,0407	82,782		0,731
0,0407	146,363	201,418	0,727

Apéndice

*Tabla D.2 Valores logarítmicos de la porosidad (1-c) y el factor de corrección. Fuente:
Elaboración propia.*

$\ln(1-c)$	$\frac{v_{sedimentacion}}{v_s}$
-0,003576711	-0,018983715
-0,007678689	-0,049226708
-0,009166812	-0,094523612
-0,00950809	-0,127076958
-0,041511252	-0,315104851
-0,01790248	-0,163696093
-0,041511252	-0,313804866
-0,041511252	-0,319292708

E. FUNCIÓN DE CORRECCIÓN EXPERIMENTAL

Tabla E.1 Valores de la función de corrección experimental a distintos niveles de concentración, parte 1. Fuente: Elaboración propia.

Concentración volumétrica	Función de corrección experimental, n=7,22
0	1
0,001	0,993
0,002	0,986
0,003	0,979
0,004	0,971
0,005	0,964
0,006	0,957
0,007	0,951
0,008	0,944
0,009	0,937
0,010	0,930
0,011	0,923
0,012	0,917
0,013	0,910
0,014	0,903
0,015	0,897
0,016	0,890
0,017	0,884
0,018	0,877
0,019	0,871
0,020	0,864
0,021	0,858
0,022	0,852
0,023	0,845
0,024	0,839
0,025	0,833
0,026	0,827
0,027	0,821
0,028	0,815
0,029	0,809
0,030	0,803
0,031	0,797

Apéndice

Tabla E.2 Valores de la función de corrección experimental a distintos niveles de concentración, parte 2. Fuente: Elaboración propia.

Concentración volumétrica	Función de corrección experimental, n=7,22
0,033	0,785
0,034	0,779
0,035	0,773
0,036	0,767
0,037	0,762
0,038	0,756
0,039	0,750
0,040	0,745
0,041	0,739
0,042	0,734
0,043	0,728
0,044	0,723
0,045	0,717
0,046	0,712
0,047	0,706
0,048	0,701
0,049	0,696
0,050	0,691
0,051	0,685
0,052	0,680
0,053	0,675
0,054	0,670
0,055	0,665
0,056	0,660
0,057	0,655
0,058	0,650
0,059	0,645
0,060	0,640
0,061	0,635
0,062	0,630
0,063	0,625
0,064	0,620
0,065	0,616

Tabla E.3 Valores de la función de corrección experimental a distintos niveles de concentración, parte 3. Fuente: Elaboración propia.

Concentración volumétrica	Función de corrección experimental, n=7,22
0,066	0,611
0,067	0,606
0,068	0,601
0,069	0,597
0,070	0,592
0,071	0,588
0,072	0,583
0,073	0,579
0,074	0,574
0,075	0,570
0,076	0,565
0,077	0,561
0,078	0,556
0,079	0,552
0,080	0,548
0,081	0,543
0,082	0,539
0,083	0,535
0,084	0,531
0,085	0,527
0,086	0,522
0,087	0,518
0,088	0,514
0,089	0,510
0,090	0,506
0,091	0,502
0,092	0,498
0,093	0,494
0,094	0,490
0,095	0,486
0,096	0,483
0,097	0,479
0,098	0,475

Tabla E.4 Valores de la función de corrección experimental a distintos niveles de concentración, parte 4. Fuente: Elaboración propia.

Concentración volumétrica	Función de corrección experimental, n=7,22
0,099	0,471
0,100	0,467
0,101	0,464
0,102	0,460
0,103	0,456
0,104	0,453
0,105	0,449
0,106	0,445
0,107	0,442
0,108	0,438
0,109	0,435
0,110	0,431
0,111	0,428
0,112	0,424
0,113	0,421
0,114	0,417
0,115	0,414
0,116	0,411
0,117	0,407
0,118	0,404
0,119	0,401
0,120	0,397
0,121	0,394
0,122	0,391
0,123	0,388
0,124	0,384
0,125	0,381
0,126	0,378
0,127	0,375
0,128	0,372
0,129	0,369
0,130	0,366
0,131	0,363
0,132	0,360

Apéndice

Tabla E.5 Valores de la función de corrección experimental a distintos niveles de concentración, parte 5. Fuente: Elaboración propia.

Concentración volumétrica	Función de corrección experimental, n=7,22
0,133	0,357
0,134	0,354
0,135	0,351
0,136	0,348
0,137	0,345
0,138	0,342
0,139	0,339
0,140	0,337
0,141	0,334
0,142	0,331
0,143	0,328
0,144	0,325
0,145	0,323
0,146	0,320
0,147	0,317
0,148	0,315
0,149	0,312
0,150	0,309

F. DATOS TÉCNICOS DE EQUIPOS DE LABORATORIO UTILIZADOS

F1. Homogeneizador dispensador Ultra-turrax

Es un instrumento dispersador para volúmenes entre 250 ml a 300 ml (H₂O), posee un indicador digital de velocidad. En la tabla F.1 se presentan las especificaciones técnicas.

Tabla F.1 Datos técnicos equipo ultra-turrax T50 de fabricante IKA. Fuente: Información recuperada el 4 de julio de 2020 de <https://www.ika.com/es/Productos-Lab-Eq/Dispersores-csp-177/T-50-digital-ULTRA-TURRAX-cpdt-3787000>.

Potencia del consumo del motor	1100 W
Potencia del suministro del motor	700 W
Rango de volumen (H ₂ O)	0.25 - 30 l
Max. viscosidad	5000 mPas
Rango de velocidad	600 - 10000 rpm
Desviación de velocidad	1 %
Control de velocidad	Progresión
Indicador de velocidad	LED
Ruido sin el elemento	72 dB(A)
Diametro del brazo de extensión	16 mm
Longitud del brazo de extensión	220 mm
Tipo de proceso	lote
Tiempo permitido encendido	100 %
Dimensiones (An x Al x Pr)	115 x 355 x 139 mm
Peso	5.85 kg
Temperatura ambiental permitida	5 - 40 °C
Permissible ambient conditions	80% (up to 31°C), decreasing linearly to max. 50 (@40°C)
Clase de protección de acuerdo al DIN EN 60529	IP 20
Voltaje	220 - 240 / 100 - 120 V
Frecuencia	50/60 Hz
Consumo de energía	1100 W

F2. Homogeneizador ultrasónico vibra-cell VCX 500

Utilizado para la dispersión ultrasónica. Los pulsos de ultrasonidos son emitidos a la suspensión por una sonda, lo que hace experimentar un aumento en la temperatura de la mezcla. A continuación se presentan los datos específicos del equipo.

Fuente de alimentación

- Potencia de salida: 500 Watts frecuencia: 20 kHz
- Remote actuation compatible
- Dimensiones (H x W x D) 9 1/4" x 7 1/2" x 13 1/2" (235 x 190 x 340 mm) peso: 15 lbs. (6.8 kg)

Convertidor sellado

- Cristales de titanato de circonato de plomo piezoeléctrico (PZT)
- Diámetro: 2 1/2" (63.5 mm)
- Longitud: 7 1/4" (183 mm) peso: 2 lbs. (900 g)

Convertidor de cable

- Longitud cable: 6' (1.8 m)

Sonda estándar

- Diámetro de la punta: 1/2" (13 mm) con capacidad de procesamiento: 10 ml to 250 ml
- Longitud: 5 3/8" (136 mm) peso: 3/4 lb. (340 g) Titanium alloy Ti-6Al-4V

F3. Agitador magnético RH digital

Los agitadores magnéticos permiten mezclar disoluciones mientras estas son enfriadas, este equipo se utiliza luego de que se utiliza el equipo vibra-cell VCX500. En la tabla F.2 se presentan las especificaciones técnicas.

Apéndice

Tabla F.2 Datos técnicos del equipo RH digital fabricante IKA Fuente: información recuperada el 4 de julio de 2020 de <https://www.ika.com/es/Productos-Lab-Eq/Agitadores-Magneticos-csp-188/RH-digital-Informacion-Tecnica-cptd-5019800>.

Número de puestos de agitación	1
Max. cantidad a agitar (H ₂ O)	15 l
Potencia del suministro del motor	2 W
Dirección de rotación del motor	izquierda
Indicación de velocidad valor programado	LED
Control de velocidad	Botón
Rango de velocidad	100 - 2000 rpm
Exactitud de ajuste de la velocidad	50 rpm
Longitud de la barra de agitación	20 - 80 mm
Autocalentamiento de la placa (RT:22°C/duración:1h)	28 +K
Potencia de calefacción	600 W
Indicación de temperatura valor programado	LED
Unidad de temperatura	°C
Rango de temperatura de calefacción	50 - 320 °C
Control de calentamiento	Botón
Temperature setting range	50 - 320 °C
Velocidad de calentamiento	6 K/min
Ext. para conectar el sensor de temperatura	ETS-D5
Circuito de seguridad regulable	100 - 360 °C
Material de la superficie de la placa	Acero inoxidable 1.4301
Dimensiones de la superficie de la placa	Ø 135 mm
Dimensiones (An x Al x Pr)	160 x 100 x 250 mm
Peso	3.845 kg
Temperatura ambiental permitida	5 - 40 °C
Humedad relativa permitida	80 %
Clase de protección de acuerdo al DIN EN 60529	IP 21
Voltaje	230 / 115 / 100 V
Frecuencia	50/60 Hz
Consumo de energía	620 w

G. CÁLCULOS

G.1 Datos

Tabla G.1 Datos iniciales del ensayo centrifugo de micropartículas Geltech 1,5 Fuente: elaboración propia a partir de datos tomados por la centrifuga analítica Shimadzu SA-CP3, MVT-TU Dresden.

Partículas utilizadas	Geltech
Fluido	Agua
Tamaño partícula (µm)	1.500
Temperatura (°C)	25
Densidad (kg/m ³)	997,33
Revoluciones (rpm)	750
Velocidad angular (1/s)	78,54
Densidad partícula (kg/m ³)	2.135
Volumen fluido (mL)	10
Concentración inicial en volumen (%)	0,5
Radio de giro (m)	0,08
Viscosidad (mPa·s)	0,916
Aceleración de gravedad (m/s ²)	9,81
Diámetro medido con equipo Helos (µm)	1,56
Diámetro medido experimentalmente (µm)	1,522

G.2 Cálculo velocidad de sedimentación Geltech 1,5 (experimental)

$$Velocidad\ normalizada = \frac{v_{Experimental}}{v_{Teorica}}$$

Punto 1

$$v_{Experimental} = v_{Normalizada} \cdot v_{Teorica} = 0,981 \cdot 7,887 \cdot 10^{-5} = 7,737 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 2

$$v_{Experimental} = v_{Normalizada} \cdot v_{Teorica} = 0,952 \cdot 7,887 \cdot 10^{-5} = 7,758 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Apéndice

Punto 3

$$v_{Experimental} = v_{Normalizada} \cdot v_{Teorica} = 0,91 \cdot 7,887 \cdot 10^{-5} = 7,117 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 4

$$v_{Experimental} = v_{Normalizada} \cdot v_{Teorica} = 0,881 \cdot 7,887 \cdot 10^{-5} = 6,948 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 5

$$v_{Experimental} = v_{Normalizada} \cdot v_{Teorica} = 0,73 \cdot 7,887 \cdot 10^{-5} = 5,757 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 6

$$v_{Experimental} = v_{Normalizada} \cdot v_{Teorica} = 0,849 \cdot 7,887 \cdot 10^{-5} = 6,696 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 7

$$v_{Experimental} = v_{Normalizada} \cdot v_{Teorica} = 0,731 \cdot 7,887 \cdot 10^{-5} = 5,765 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 8

$$v_{Experimental} = v_{Normalizada} \cdot v_{Teorica} = 0,727 \cdot 7,887 \cdot 10^{-5} = 5,733 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

G.3 Cálculo de la velocidad de sedimentación teórica

$$z = \frac{\omega^2 \cdot r}{g} = \frac{78,54^2 \cdot 0,08}{9,81} = 50,30$$

$$Ar = \frac{g \cdot (\rho_p - \rho_f) \cdot \rho_f \cdot x^3}{\mu_f^2} = \frac{9,81 \cdot (2.135 - 997,33) \cdot 997,33 \cdot (1,522 \cdot 10^{-6})^3}{(0,916 \cdot 0,001)^2} = 5,036 \cdot 10^{-5}$$

Apéndice

$$V_{stt} = \frac{g \cdot (\rho_p - \rho_f) \cdot z \cdot x^2}{18 \cdot \mu_f} = \frac{9,81 \cdot (2.135 - 997,33) \cdot 50,30 \cdot (1,522 \cdot 10^{-6})^2}{18 \cdot (0,916 \cdot 0,001)} = 7,887 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$R_e = \frac{\rho_f \cdot v_{st} \cdot x}{\mu_f} = \frac{997,33 \cdot 7,887 \cdot 10^{-5} \cdot 1,522 \cdot 10^{-6}}{0,916 \cdot 0,001} = 0,0001407$$

G.4 Cálculo de factores de corrección

a) Factor de corrección de Brauer & Kriegel

Punto 1

$$f(c)_{B\&K} = \frac{1}{1 + \frac{0,036}{(1 - 0,036)^2}} \cdot \frac{1 - 0,036}{1 + \frac{1,2}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{12 \cdot 0,036}\right)^2 - \frac{1}{2}}}} = 0,977$$

Punto 2

$$f(c)_{B\&K} = \frac{1}{1 + \frac{0,077}{(1 - 0,077)^2}} \cdot \frac{1 - 0,077}{1 + \frac{1,2}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{12 \cdot 0,077}\right)^2 - \frac{1}{2}}}} = 0,951$$

Punto 3

$$f(c)_{B\&K} = \frac{1}{1 + \frac{0,091}{(1 - 0,091)^2}} \cdot \frac{1 - 0,091}{1 + \frac{1,2}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{12 \cdot 0,091}\right)^2 - \frac{1}{2}}}} = 0,942$$

Punto 4

$$f(c)_{B\&K} = \frac{1}{1 + \frac{0,095}{(1 - 0,095)^2}} \cdot \frac{1 - 0,095}{1 + \frac{1,2}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{12 \cdot 0,095}\right)^2 - \frac{1}{2}}}} = 0,940$$

Punto 5

Apéndice

$$f(c)_{B\&K} = \frac{1}{1 + \frac{0,407}{(1 - 0,407)^2}} \cdot \frac{1 - 0,407}{1 + \frac{1,2}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{12 \cdot 0,407}\right)^2 - \frac{1}{2}}}} = 0,775$$

Punto 6

$$f(c)_{B\&K} = \frac{1}{1 + \frac{0,177}{(1 - 0,177)^2}} \cdot \frac{1 - 0,177}{1 + \frac{1,2}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{12 \cdot 0,177}\right)^2 - \frac{1}{2}}}} = 0,892$$

Punto 7

$$f(c)_{B\&K} = \frac{1}{1 + \frac{0,407}{(1 - 0,407)^2}} \cdot \frac{1 - 0,407}{1 + \frac{1,2}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{12 \cdot 0,407}\right)^2 - \frac{1}{2}}}} = 0,775$$

Punto 8

$$f(c)_{B\&K} = \frac{1}{1 + \frac{0,407}{(1 - 0,407)^2}} \cdot \frac{1 - 0,407}{1 + \frac{1,2}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{12 \cdot 0,407}\right)^2 - \frac{1}{2}}}} = 0,775$$

b) Factor de corrección de Richardson & Zaki

Punto 1

$$f(c)_{R\&Z} = (1 - 0,036)^{4,65} = 0,984$$

Punto 2

$$f(c)_{R\&Z} = (1 - 0,077)^{4,65} = 0,965$$

Punto 3

Apéndice

$$f(c)_{R\&Z} = (1 - 0,091)^{4,65} = 0,958$$

Punto 4

$$f(c)_{R\&Z} = (1 - 0,095)^{4,65} = 0,951$$

Punto 5

$$f(c)_{R\&Z} = (1 - 0,407)^{4,65} = 0,824$$

Punto 6

$$f(c)_{R\&Z} = (1 - 0,177)^{4,65} = 0,920$$

Punto 7

$$f(c)_{R\&Z} = (1 - 0,047)^{4,65} = 0,824$$

Punto 8

$$f(c)_{R\&Z} = (1 - 0,047)^{4,65} = 0,824$$

c) Factor de corrección de la ecuación de continuidad

$$f(c)_{EC} = (1 - 0,05) = 0,995$$

Punto 1

$$f(c)_{EC} = (1 - 0,036) = 0,996$$

Punto 2

$$f(c)_{EC} = (1 - 0,077) = 0,992$$

Apéndice

Punto 3

$$f(c)_{EC} = (1 - 0,091) = 0,991$$

Punto 4

$$f(c)_{EC} = (1 - 0,095) = 0,991$$

Punto 5

$$f(c)_{EC} = (1 - 0,407) = 0,959$$

Punto 6

$$f(c)_{EC} = (1 - 0,177) = 0,982$$

Punto 7

$$f(c)_{EC} = (1 - 0,407) = 0,959$$

Punto 8

$$f(c)_{EC} = (1 - 0,407) = 0,959$$

d) Factor de corrección experimental

$$f(c)_{FE} = (1 - 0,05)^{7,22} = 0,964$$

Punto 1

$$f(c)_{R\&Z} = (1 - 0,036)^{7,22} = 0,975$$

Apéndice

Punto 2

$$f(c)_{R\&Z} = (1 - 0,077)^{7,22} = 0,946$$

Punto 3

$$f(c)_{R\&Z} = (1 - 0,091)^{7,22} = 0,936$$

Punto 4

$$f(c)_{R\&Z} = (1 - 0,095)^{7,22} = 0,934$$

Punto 5

$$f(c)_{R\&Z} = (1 - 0,407)^{7,22} = 0,741$$

Punto 6

$$f(c)_{R\&Z} = (1 - 0,177)^{7,22} = 0,879$$

Punto 7

$$f(c)_{R\&Z} = (1 - 0,407)^{7,22} = 0,741$$

Punto 8

$$f(c)_{R\&Z} = (1 - 0,407)^{7,22} = 0,741$$

G.5 Corrección de la velocidad de sedimentación teórica corregida por los distintos factores de corrección

a) Velocidad teórica corregida por el factor de corrección de Brauer & Kriegel

Apéndice

Punto 1

$$v_{stc}B\&K = v_{stt} \cdot f(c)_{B\&K} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,997 = 7,70 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 2

$$v_{stc}B\&K = v_{stt} \cdot f(c)_{B\&K} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,951 = 7,50 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 3

$$v_{stc}B\&K = v_{stt} \cdot f(c)_{B\&K} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,942 = 7,43 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 4

$$v_{stc}B\&K = v_{stt} \cdot f(c)_{B\&K} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,940 = 7,42 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 5

$$v_{stc}B\&K = v_{stt} \cdot f(c)_{B\&K} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,775 = 6,11 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 6

$$v_{stc}B\&K = v_{stt} \cdot f(c)_{B\&K} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,892 = 7,04 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 7

$$v_{stc}B\&K = v_{stt} \cdot f(c)_{B\&K} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,775 = 6,11 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right) \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 8

$$v_{stc}B\&K = v_{stt} \cdot f(c)_{B\&K} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,775 = 6,11 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right) \left(\frac{m}{s}\right)$$

b) Velocidad teórica corregida por el factor de corrección de Richardson & Zaki

Punto 1

$$v_{stc}R\&Z = v_{stt} \cdot f(c)_{R\&Z} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,984 = 7,76 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Apéndice

Punto 2

$$v_{stcR\&Z} = v_{stt} \cdot f(c)_{R\&Z} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,965 = 7,61 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 3

$$v_{stcR\&Z} = v_{stt} \cdot f(c)_{R\&Z} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,958 = 7,56 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 4

$$v_{stcR\&Z} = v_{stt} \cdot f(c)_{R\&Z} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,957 = 7,55 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 5

$$v_{stcR\&Z} = v_{stt} \cdot f(c)_{R\&Z} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,824 = 6,50 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 6

$$v_{stcR\&Z} = v_{stt} \cdot f(c)_{R\&Z} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,920 = 7,26 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 7

$$v_{stcR\&Z} = v_{stt} \cdot f(c)_{R\&Z} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,824 = 6,50 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 8

$$v_{stcR\&Z} = v_{stt} \cdot f(c)_{R\&Z} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,824 = 6,50 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

c) Velocidad teórica corregida por el factor de corrección de la ecuación de continuidad

$$v_{stcEC} = v_{stt} \cdot f(c)_{EC} = (8,286 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,995 = 8,244 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 1

Apéndice

$$v_{stc}EC = v_{stt} \cdot f(c)_{EC} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,996 = 7,87 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 2

$$v_{stc}EC = v_{stt} \cdot f(c)_{EC} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,992 = 7,83 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 3

$$v_{stc}EC = v_{stt} \cdot f(c)_{EC} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,991 = 7,82 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 4

$$v_{stc}EC = v_{stt} \cdot f(c)_{EC} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,991 = 7,81 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 5

$$v_{stc}EC = v_{stt} \cdot f(c)_{EC} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,956 = 7,57 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 6

$$v_{stc}EC = v_{stt} \cdot f(c)_{EC} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,982 = 7,75 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 7

$$v_{stc}EC = v_{stt} \cdot f(c)_{EC} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,956 = 7,57 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 8

$$v_{stc}EC = v_{stt} \cdot f(c)_{EC} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,956 = 7,57 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

d) Velocidad teórica corregida por el factor de corrección experimental

$$v_{stc}FE = v_{stt} \cdot f(c)_{EE} = (8,286 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,995 = 7,991 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Apéndice

Punto 1

$$v_{stc}^{FE} = v_{stt} \cdot f(c)_{EE} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,975 = 7,69 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 2

$$v_{stc}^{FE} = v_{stt} \cdot f(c)_{EE} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,946 = 7,46 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 3

$$v_{stc}^{FE} = v_{stt} \cdot f(c)_{EE} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,936 = 7,38 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 4

$$v_{stc}^{FE} = v_{stt} \cdot f(c)_{EE} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,934 = 7,36 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 5

$$v_{stc}^{FE} = v_{stt} \cdot f(c)_{EE} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,741 = 5,84 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 6

$$v_{stc}^{FE} = v_{stt} \cdot f(c)_{EE} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,879 = 6,93 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 7

$$v_{stc}^{FE} = v_{stt} \cdot f(c)_{EE} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,741 = 5,84 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

Punto 8

$$v_{stc}^{FE} = v_{stt} \cdot f(c)_{EE} = (7,887 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,741 = 5,84 \cdot 10^{-5} \left(\frac{m}{s}\right)$$

G.6 Error relativo de predicción

a) Error relativo entre velocidad de sedimentación experimental y velocidad de sedimentación teórica corregida de Brauer & Kriegel.

Punto 1

$$\varepsilon_{B\&K} = \frac{v_{ste} - v_{stc}^{B\&K}}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{7,73 \cdot 10^{-5} - 7,70 \cdot 10^{-5}}{7,73 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 0,44\%$$

Punto 2

$$\varepsilon_{B\&K} = \frac{v_{ste} - v_{stc}^{B\&K}}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{7,508 \cdot 10^{-5} - 7,50 \cdot 10^{-5}}{7,508 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 0,06\%$$

Punto 3

$$\varepsilon_{B\&K} = \frac{v_{ste} - v_{stc}^{B\&K}}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{7,17 \cdot 10^{-5} - 7,43 \cdot 10^{-5}}{7,17 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 3,58\%$$

Punto 4

$$\varepsilon_{B\&K} = \frac{v_{ste} - v_{stc}^{B\&K}}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{6,94 \cdot 10^{-5} - 7,42 \cdot 10^{-5}}{6,94 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 6,77\%$$

Punto 5

$$\varepsilon_{B\&K} = \frac{v_{ste} - v_{stc}^{B\&K}}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{5,75 \cdot 10^{-5} - 6,11 \cdot 10^{-5}}{5,75 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 6,23\%$$

Punto 6

$$\varepsilon_{B\&K} = \frac{v_{ste} - v_{stc}^{B\&K}}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{6,69 \cdot 10^{-5} - 7,04 \cdot 10^{-5}}{6,69 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 5,07\%$$

Apéndice

Punto 7

$$\varepsilon_{B\&K} = \frac{v_{ste} - v_{stc}^{B\&K}}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{5,76 \cdot 10^{-5} - 6,11 \cdot 10^{-5}}{5,76 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 6,09\%$$

Punto 8

$$\varepsilon_{B\&K} = \frac{v_{ste} - v_{stc}^{B\&K}}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{5,73 \cdot 10^{-5} - 7,887 \cdot 10^{-5}}{5,73 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 6,67\%$$

- b) Error relativo entre la velocidad de sedimentación experimental y la velocidad de sedimentación teórica corregida por Richardson & Zaki.

Punto 1

$$\varepsilon_{R\&Z} = \frac{v_{ste} - v_{stc}^{R\&Z}}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{7,73 \cdot 10^{-5} - 7,70 \cdot 10^{-5}}{7,73 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 0,24\%$$

Punto 2

$$\varepsilon_{R\&Z} = \frac{v_{ste} - v_{stc}^{R\&Z}}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{7,508 \cdot 10^{-5} - 7,50 \cdot 10^{-5}}{7,508 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 1,36\%$$

Punto 3

$$\varepsilon_{R\&Z} = \frac{v_{ste} - v_{stc}^{R\&Z}}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{7,17 \cdot 10^{-5} - 7,43 \cdot 10^{-5}}{7,17 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 5,33\%$$

Punto 4

$$\varepsilon_{R\&Z} = \frac{v_{ste} - v_{stc}^{R\&Z}}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{6,94 \cdot 10^{-5} - 7,42 \cdot 10^{-5}}{6,94 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 8,64\%$$

Apéndice

Punto 5

$$\varepsilon_{R\&Z} = \frac{v_{ste} - v_{stcR\&Z}}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{5,75 \cdot 10^{-5} - 6,11 \cdot 10^{-5}}{5,75 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 12,98\%$$

Punto 6

$$\varepsilon_{R\&Z} = \frac{v_{ste} - v_{stcR\&Z}}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{6,69 \cdot 10^{-5} - 7,04 \cdot 10^{-5}}{6,69 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 8,38\%$$

Punto 7

$$\varepsilon_{R\&Z} = \frac{v_{ste} - v_{stcR\&Z}}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{5,76 \cdot 10^{-5} - 6,11 \cdot 10^{-5}}{5,76 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 12,84\%$$

Punto 8

$$\varepsilon_{R\&Z} = \frac{v_{ste} - v_{stcR\&Z}}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{5,73 \cdot 10^{-5} - 7,887 \cdot 10^{-5}}{5,73 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 13,46\%$$

- c) Error relativo entre la velocidad de sedimentación experimental y la velocidad de sedimentación teórica corregida por la ecuación de continuidad.

Punto 1

$$\varepsilon_{EC} = \frac{v_{ste} - v_{stcEC}}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{7,73 \cdot 10^{-5} - 7,86 \cdot 10^{-5}}{7,73 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 0,24\%$$

Punto 2

$$\varepsilon_{EC} = \frac{v_{ste} - v_{stcEC}}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{7,50 \cdot 10^{-5} - 7,83 \cdot 10^{-5}}{7,50 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 1,36\%$$

Apéndice

Punto 3

$$\varepsilon_{EC} = \frac{v_{ste} - v_{stc}EC}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{7,17 \cdot 10^{-5} - 7,82 \cdot 10^{-5}}{7,17 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 5,33\%$$

Punto 4

$$\varepsilon_{EC} = \frac{v_{ste} - v_{stc}EC}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{6,94 \cdot 10^{-5} - 7,81 \cdot 10^{-5}}{6,94 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 8,64\%$$

Punto 5

$$\varepsilon_{EC} = \frac{v_{ste} - v_{stc}EC}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{5,75 \cdot 10^{-5} - 7,57 \cdot 10^{-5}}{5,75 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 12,98\%$$

Punto 6

$$\varepsilon_{EC} = \frac{v_{ste} - v_{stc}EC}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{6,69 \cdot 10^{-5} - 7,75 \cdot 10^{-5}}{6,69 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 8,38\%$$

Punto 7

$$\varepsilon_{EC} = \frac{v_{ste} - v_{stc}EC}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{5,76 \cdot 10^{-5} - 7,57 \cdot 10^{-5}}{5,76 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 12,84\%$$

Punto 8

$$\varepsilon_{EC} = \frac{v_{ste} - v_{stc}EC}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{5,73 \cdot 10^{-5} - 7,57 \cdot 10^{-5}}{5,73 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 13,46\%$$

- d) Error relativo entre la velocidad de sedimentación experimental y la velocidad de sedimentación teórica corregida por la función determinada experimentalmente .

Apéndice

Punto 1

$$\varepsilon_{EE} = \frac{v_{ste} - v_{stcEE}}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{7,73 \cdot 10^{-5} - 7,69 \cdot 10^{-5}}{7,73 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 0,68\%$$

Punto 2

$$\varepsilon_{EE} = \frac{v_{ste} - v_{stcEE}}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{7,50 \cdot 10^{-5} - 7,46 \cdot 10^{-5}}{7,50 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 0,62\%$$

Punto 3

$$\varepsilon_{EE} = \frac{v_{ste} - v_{stcEE}}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{7,17 \cdot 10^{-5} - 7,38 \cdot 10^{-5}}{7,17 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 2,87\%$$

Punto 4

$$\varepsilon_{EE} = \frac{v_{ste} - v_{stcEE}}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{6,94 \cdot 10^{-5} - 7,36 \cdot 10^{-5}}{6,94 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 6,02\%$$

Punto 5

$$\varepsilon_{EE} = \frac{v_{ste} - v_{stcEE}}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{5,75 \cdot 10^{-5} - 5,84 \cdot 10^{-5}}{5,75 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 1,55\%$$

Punto 6

$$\varepsilon_{EE} = \frac{v_{ste} - v_{stcEE}}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{6,69 \cdot 10^{-5} - 6,93 \cdot 10^{-5}}{6,69 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 3,50\%$$

Punto 7

$$\varepsilon_{EE} = \frac{v_{ste} - v_{stcEE}}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{5,76 \cdot 10^{-5} - 5,84 \cdot 10^{-5}}{5,76 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 1,42\%$$

Punto 8

$$\varepsilon_{EE} = \frac{v_{ste} - v_{stc}EE}{v_{ste}} \cdot 100 = \frac{5,73 \cdot 10^{-5} - 5,84 \cdot 10^{-5}}{5,73 \cdot 10^{-5}} \cdot 100 = 1,98\%$$

Errores promedios

Tabla G.2 Errores promedios de los distintos factores de corrección de velocidad de sedimentación terminal Fuente: Elaboración propia

Errores asociados		
E B&K	E R&Z	E ec
4,4%	7,9%	17,2%