



Facultad de Ciencias de la Educación  
Instituto de Investigación y Desarrollo Educacional  
Programa de Magíster en Educación Basada en Competencias

**Análisis de la implementación curricular para el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de Educación Básica, mediante el Método Singapur**

Trabajo de Graduación para la obtención  
del Grado Académico de  
Magíster en Educación Basada en Competencias

Estudiante:  
**Diego Ramírez Saldaño**

Profesor Patrocinante:  
**Patricio Pantoja Ossandón**

Talca, Junio 2022

## CONSTANCIA

La Dirección del Sistema de Bibliotecas a través de su unidad de procesos técnicos certifica que el autor del siguiente trabajo de titulación ha firmado su autorización para la reproducción en forma total o parcial e ilimitada del mismo.



Talca, 2022

## **Dedicatoria**

*A quienes han confiado en mí, “a los que están y los que no están”  
A mi compañera de viaje, quien ha estado incondicionalmente, en las buenas y en  
las malas.  
A mis padres, suegros y especialmente a mis hijos, por darme la motivación de  
cada día.*

## **Agradecimientos**

*A quienes aportaron al desarrollo de este trabajo, en especial a los profesores del  
IIDE de la Universidad de Talca.  
A los profesores con los que he tenido la suerte de compartir el aula, en especial a  
los de mi niñez y juventud.*

## INDICE DE CONTENIDOS

	Página
RESUMEN.....	9
INTRODUCCIÓN.....	10
Capítulo I: Problematización y Objetivos.....	12
1.1 Exposición general del trabajo.....	12
1.2 Contextualización y delimitación del trabajo.....	12
1.3 Preguntas y/o hipótesis que guían el estudio.....	12
1.4 Objetivos del estudio.....	13
1.4.1 Objetivo general .....	13
1.4.2 Objetivos específicos .....	13
Capítulo II: Revisión de la Literatura.....	14
2.1 Método Singapur.....	14
2.1.1 Orígenes del método.....	14
2.1.2 Marco curricular de la matemática en Singapur.....	16
2.1.3 Fundamentación teórica del método Singapur.....	18
2.1.4 La resolución de problemas.....	21
2.1.5 La evaluación en el método Singapur.....	21
2.2 Modelo de educación por competencias.....	23
2.2.1 Competencias matemáticas.....	26
Capítulo III: Marco Metodológico.....	27
3.1 Marco contextual de la investigación.....	27
3.2 Técnicas e instrumentos de recolección de datos.....	27
3.3 Tipo de estudio.....	28
3.4 Unidad de análisis.....	28
3.5 Operacionalización de las variables.....	29
3.6 Método Delphi .....	31
3.6.1 Selección y conformación del panel de expertos.....	32
3.6.2 Número de expertos.....	32
3.6.3 Calidad del panel.....	33
3.6.4 Proceso iterativo en rondas.....	33
3.6.5 Criterios por considerar para la finalización del proceso: consenso y estabilidad.....	33
3.7 Validez del Instrumento.....	34
3.8 Confiabilidad del instrumento.....	34
3.9 Validación del instrumento de recolección de datos Alfa de Cronbach y consistencia interna de los ítems de un instrumento de medida.....	35
3.10 Condición Ética que Asegura Confiabilidad de los Datos.....	36
3.11 Método MICMAC.....	36
Capítulo IV: Análisis y Resultados.....	42
4.1 Análisis y resultados del Cuestionario 1 aplicado a docentes.....	42
4.2 Análisis y resultados de Escala tipo Likert aplicada a docentes.....	48
4.3 Análisis y resultados del método MICMAC.....	51

<b>Capítulo V: Conclusiones y Recomendaciones.....</b>	<b>55</b>
<b>5.1 Conclusiones .....</b>	<b>55</b>
<b>5.2 Recomendaciones .....</b>	<b>57</b>
<b>FUENTES DE INFORMACIÓN .....</b>	<b>59</b>
<b>Fuentes Bibliográficas .....</b>	<b>59</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>61</b>
<b>Anexo 1: Cuestionario 1 de Respuesta Abierta.....</b>	<b>61</b>
<b>Anexo 2: Cuestionario tipo Escala de Likert.....</b>	<b>63</b>

## INDICE DE GRÁFICOS

	Página
Gráfico 1: Estructura del sistema educativo de Singapur.....	15
Gráfico 2: Marco curricular del método Singapur.....	16
Gráfico 3: Temas en el estudio de los objetos matemáticos.....	18
Gráfico 4: Evaluación en el Método Singapur.....	21
Gráfico N°5: Frecuencia de Variables Internas Favorables.....	43
Gráfico N°6: Frecuencia de Variables Internas Desfavorables.....	44
Gráfico N°7: Frecuencia de Variables Externas Favorables.....	45
Gráfico N°8: Frecuencia de Variables Externas Desfavorables.....	47
Gráfico N°9: Gráfico de influencia / dependencia.....	53

## INDICE DE IMÁGENES

	Página
Imagen N°1: Matriz de análisis estructural 1.....	37
Imagen N°2: Matriz de análisis estructural 2.....	38
Imagen N°3: Gráfico de Influencia / Dependencia.....	39
Imagen N°4: Forma del sistema.....	40

## INDICE DE TABLAS

	Página
<b>Tabla N°1: Comparación entre pedagogía por objetivos y educación basada en competencias.....</b>	<b>25</b>
<b>Tabla N°2: Operacionalización de las variables.....</b>	<b>29</b>
<b>Tabla N°3: Valores del cálculo de coeficiente de Alfa de Cronbach.....</b>	<b>35</b>
<b>Tabla N°4: Variables Dimensión 1 Internas Favorables.....</b>	<b>42</b>
<b>Tabla N°5: Variables Dimensión 2 Internas Desfavorables.....</b>	<b>44</b>
<b>Tabla N°6: Variables Dimensión 3 Externas Favorables.....</b>	<b>45</b>
<b>Tabla N°7: Variables Dimensión 4 Externas Desfavorables.....</b>	<b>46</b>
<b>Tabla N°8: Resultados Escala Likert: Frecuencia, Media, Desviación Estándar y Coeficiente de Variación de las Variables Internas Favorables..</b>	<b>49</b>
<b>Tabla N°9: Resultados Escala Likert: Frecuencia, Media, Desviación Estándar y Coeficiente de Variación de las Variables Internas Desfavorables.....</b>	<b>49</b>
<b>Tabla N°10: Resultados Escala Likert: Frecuencia, Media, Desviación Estándar y Coeficiente de Variación de las Variables Externas Favorables.....</b>	<b>50</b>
<b>Tabla N°11: Resultados Escala Likert: Frecuencia, Media, Desviación Estándar y Coeficiente de Variación de las Variables Externas Desfavorables.....</b>	<b>50</b>
<b>Tabla N°12: Variables Internas, Externas, Favorables y Desfavorables definitivas, seleccionadas por panel de expertos.....</b>	<b>51</b>
<b>Tabla N°13: Listado de Variables.....</b>	<b>52</b>
<b>Tabla N°14: Matriz de influencia directa.....</b>	<b>52</b>

## RESUMEN

En base a diversos resultados de aprendizaje, de carácter interno y externo, se evidencian avances en el desarrollo de habilidades y en particular, en el desarrollo del pensamiento matemático, foco principal del método Singapur, instaurado hace unos años en la institución educativa en la que se aplicará la investigación.

En un comienzo, la capacitación de los docentes en este método ha sido la principal estrategia adoptada por la institución, mas no otras, por lo cual surge una pregunta, que sienta las bases de esta investigación: ¿la implementación del método Singapur ha sido adecuada?, sumada a la siguiente inquietud, ¿se está abarcando de manera integral la propuesta metodológica del método, considerando todos los factores o variables, ya sea de carácter interno o externo a la institución?

Entonces, se desea conocer el grado de conexión, dependencia e interdependencia entre dichas variables, a raíz de la instauración del método Singapur en la institución.

La finalidad de esta investigación es proponer un camino que permita observar mayores mejoras y que sirva de guía para desarrollar efectivamente en los estudiantes las competencias matemáticas que el método propone, basado en el análisis y determinación de las variables cruciales y críticas, para una correcta proyección futura.

## INTRODUCCIÓN

Nuestro país ha buscado diversas experiencias internacionales que sean exitosas en la enseñanza de la matemática. En el caso particular de este estudio, se referencia el uso del método Singapur para la enseñanza de la matemática, debido a los excelentes resultados obtenidos en su país de origen y al hecho de que es el método adquirido por la congregación a la cual pertenece la institución donde se realiza el presente trabajo.

La educación matemática en la enseñanza preescolar y escolar, principalmente en educación básica, es donde se construyen las bases para un buen desarrollo del pensamiento matemático, más aún, del desarrollo de las habilidades, conocimientos y actitudes que propician la resolución de problemas mediante el uso de la matemática. En este sentido, la matemática enseñada por medio del método Singapur, pretende, por medio de la resolución de problemas, que el estudiante aprenda ambos estatus del conocimiento matemático, el de objeto y el de herramienta. El primero desarrollado ya en instancias finales del proceso que plantea el método, mientras que el segundo es aquel que le da sentido al aprendizaje, ya que se emplea para resolver la situación problema.

Esto se sustenta en el marco teórico de este trabajo, ya que aquí están los conceptos claves, entre ellos el método Singapur, el cual “plantea una metodología de acercamiento que evoluciona desde el uso de material concreto a la representación pictórica del problema y, posteriormente, a la utilización de símbolos y de un lenguaje más abstracto. A partir de este proceso, se espera que los estudiantes puedan reconocer la relación entre los datos y la incógnita del problema, comprenderlo mejor y resolverlo.” (Márquez, Fuentes, Matus Cánovas, Barbé, & Espinoza, 2016)

Es por esto por lo que es importante esta nueva mirada sobre la enseñanza de la matemática, considerar que las situaciones didácticas, estratégicamente seleccionadas para el aprendizaje de los estudiantes, no queden delimitadas por aquellas que plantean los textos de estudio o lo que establecen las sugerencias del currículum nacional, sino que se deben a la autenticidad, propias del contexto y de las situaciones que viven los estudiantes en su cotidianeidad.

El presente trabajo de grado nace a raíz de lo inquietante de los resultados, tanto de carácter interno, como externos, considerando que hace ya algunos años el Método Singapur se ha instaurado desde niveles de prebásica hasta sexto básico, pero aún no se visualizan los cambios esperados, tanto por las autoridades congregacionales, como por los docentes que imparten la asignatura en la institución.

Surgen así las siguientes interrogantes:

- ¿La implementación del método Singapur ha sido la adecuada?
- ¿Se está abarcando de manera integral la propuesta metodológica del método, considerando todos los factores o variables, ya sea de carácter interno o externo a la institución?

Para dar respuesta a estas preguntas, se realiza una investigación exhaustiva para conocer las principales variables que inciden en la ejecución del método, y a su vez buscar mejoras en su implementación curricular.

Esto se detalla en el capítulo del marco metodológico, destacando los métodos Delphi y MICMAC, ambos utilizados para la recolección de información, de carácter cuantitativo y que permitirán la delimitación de las variables que serán consideradas en la propuesta final. En una primera instancia, se investigan las variables que inciden positiva y negativamente en el desarrollo de dichas competencias por parte de los estudiantes. (tópicos pertenecientes al método Delphi)

En una siguiente etapa, se listan las variables para establecer los grados de vínculo entre éstas para luego, por medio del método MICMAC, llegar a determinar aquellas variables que sustentarán la propuesta para una correcta ejecución del método Singapur en la institución.

El fin de esta propuesta es visualizar las variables que la institución deba considerar para el desarrollo efectivo de las competencias matemáticas que el método propone para los estudiantes, basado en el análisis y la determinación de las variables cruciales y críticas, y así generar una correcta proyección futura que abarque otras áreas curriculares.

Por otra parte, en el análisis de los datos, se presentan los resultados cuantitativos, específicamente las variables críticas o clave, por medio de una tabla, para la facilitación de su análisis. Esta información, junto con el establecimiento de las relaciones entre dichas variables ha permitido configurar una propuesta de manejo de variables, para una correcta implementación del método.

Finalmente, en el capítulo de conclusión y recomendaciones se encuentran los resultados de los objetivos específicos de esta investigación, en él se incluyen los posibles planes de acción frente a las variables que inciden negativamente en el desarrollo de las competencias matemáticas esperadas para cada nivel presente en el estudio. Se incluyen además recomendaciones sobre el uso de este tipo de estudio en otras áreas curriculares, como complemento en la búsqueda de mejoras educativas dentro de la institución.

## **Capítulo I: Problematización y Objetivos**

### **1.1. Exposición general del trabajo**

El presente trabajo de grado pretende identificar las variables clave que inciden en la enseñanza de la matemática en el centro educativo, por medio del método Singapur, de manera tal que permita a los estudiantes desarrollar las competencias matemáticas asociadas principalmente con la resolución de problemas.

Esta investigación surge de la necesidad de examinar cómo ha sido la implementación del método Singapur, siendo el primer estudio exploratorio que se realiza al respecto, y con lo cual se pretende mejorar los resultados educativos en la asignatura, en particular, en el desarrollo efectivo de las competencias matemáticas que propone el método.

### **1.2. Contextualización y delimitación del trabajo**

La propuesta se desarrolla en el Colegio Marista San Fernando, de la comuna de San Fernando, provincia de Colchagua, región de O'Higgins. Su Proyecto Educativo, tal como lo es en todos los Colegios Maristas de Chile y el Mundo, pretende "Evangelizar por medio de la Educación", para formar "Buenos Cristianos y Virtuosos Ciudadanos". Para estos efectos se cuenta con un estilo de educación integrador y solidario, sumando a sus programas educativos una serie de actividades y electivos en áreas como pastoral, artes y deportes.

Desde el año 2013 se implementa el método Singapur para la enseñanza de la Matemática, mediante un plan piloto que considera capacitaciones a las docentes de educación prebásica y básica que imparten la asignatura en dichos niveles.

El universo de estudio del presente trabajo se limita a los docentes que imparten la asignatura de Matemática desde prekínder hasta sexto año básico, y que hayan participado de las capacitaciones del método Singapur, implementándola por un período no menor a 2 años en la institución.

### **1.3. Preguntas y/o hipótesis que guían el estudio**

- ¿La implementación del método Singapur ha sido la adecuada?
- ¿Se está abarcando de manera integral la propuesta metodológica del método, considerando todos los factores o variables, ya sea de carácter interno o externo a la institución?

## **1.4. Objetivos del estudio**

### **1.4.1. Objetivo general**

Determinar las variables que inciden directamente en la implementación efectiva del método Singapur en la institución educativa, con la finalidad de realizar una propuesta que propicie mejoras en los resultados educativos.

### **1.4.2. Objetivos específicos**

- a) Determinar las variables que inciden directa o indirectamente en el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes de la institución, mediante el uso del Método Delphi.
- b) Analizar las relaciones entre las variables clave o críticas, por medio del método de Matriz de Impactos Cruzados Multiplicación Aplicada para una Clasificación (MICMAC).
- c) Utilizar el análisis estructural prospectivo en diversas instancias, procesos y estamentos colegiales, con la finalidad de generar los proyectos de mejora al interior de la institución.
- d) Diseñar colaborativamente una propuesta que apoye la implementación del método Singapur, con foco en las variables clave obtenidas y en el desarrollo de competencias matemáticas.

## **Capítulo II: Revisión de la Literatura**

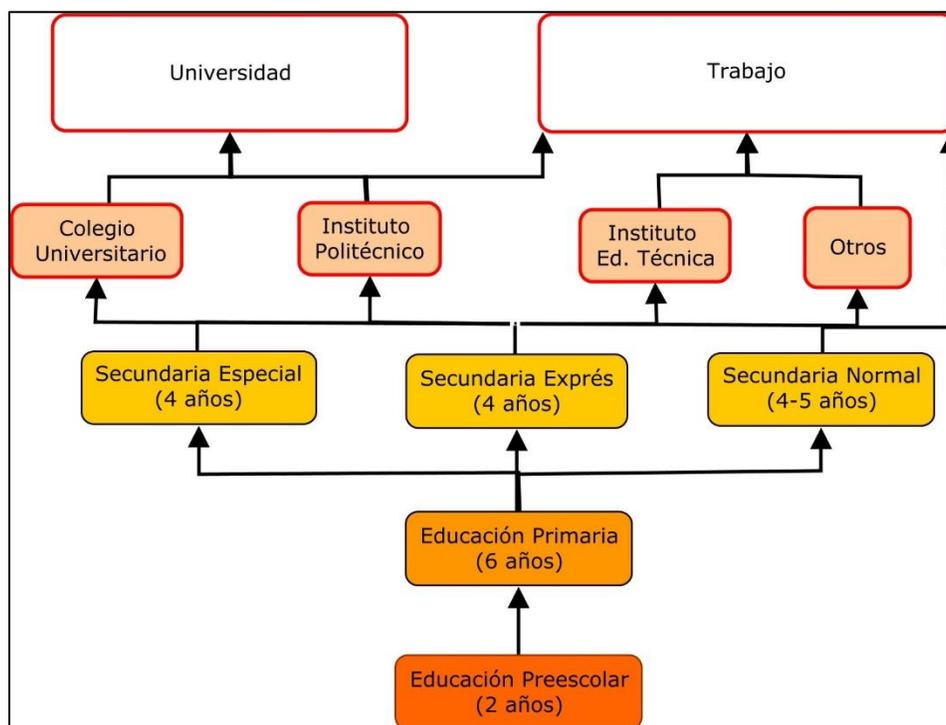
### **2.1. Método Singapur**

#### **2.1.1. Orígenes del método**

La república de Singapur se ubica en el sudeste asiático, según datos del Banco Mundial (2022), su población al año 2020 era de 5.685.807 habitantes, de los cuales un 47,7% corresponde a la población femenina y un 52,3% a población masculina. Desde su independencia de Malasia, en el año 1965, pasó de ser un país pobre y sin recursos naturales a una economía industrial moderna, donde uno de los impulsores principales de su crecimiento ha sido su sistema educativo, que lleva más de dos décadas desarrollando el programa “Escuelas que piensan, nación que aprende”. Este programa les ha permitido ocupar los primeros lugares en evaluaciones internacionales de rendimiento escolar. (Zapatera, 2020, pág. 264)

Según Zapatera, una de las claves de su éxito es que el sistema se basa en la meritocracia y la competitividad, poniendo en primer lugar a la eficiencia, por sobre la equidad, clasificando a los estudiantes según el rendimiento académico, promocionando así a mejores expectativas de estudios a quienes obtengan mejores resultados. (2020, págs. 264-265)

**Gráfico 1: Estructura del sistema educativo de Singapur**



Fuente: Elaboración propia, basado en (Zapatera, 2020, pág. 265)

La estructura del sistema educativo de Singapur se organiza en cuatro niveles básicos: la educación Preescolar, la Primaria, la Secundaria y la Postsecundaria. La Educación Preescolar comienza a los 4 años y tiene una duración de 2 años. La primaria tiene una duración de 6 años, en la cual al finalizar esta etapa los estudiantes rinden un examen que determina el tipo de estudio que seguirán en la educación secundaria. Así se da paso a la educación Secundaria en la cual, según las capacidades desarrolladas por el estudiante, pueden calificar para la Secundaria Especial, en el caso de estudiantes altamente dotados; la Secundaria Exprés, en el caso de estudiantes con alto nivel y que se imparte en su lengua materna; o bien, Secundaria Normal, la cual es destinada para la mayoría de los estudiantes.

Al finalizar la educación Secundaria, que dura de 4 a 5 años, los estudiantes realizan un nuevo examen, en la que se los clasifica finalmente en las distintas modalidades de educación post secundaria. Estas son: Colegio Universitario, Instituto Politécnico, Instituto de Educación Técnica y otros, en los cuales se incluyen cursos cortos en duración, capacitaciones para el mundo laboral, entre otras modalidades educativas, básicamente para preparar a los jóvenes para el mundo del trabajo.

Finalmente, los estudiantes optan por seguir hacia la Universidad, ya sea desde el Colegio Universitario, o desde el Instituto Politécnico, siendo éstas dos las únicas vías de acceso a la Universidad. En caso de haber obtenido alguna certificación,

tanto en el Instituto Politécnico, en el Instituto de Educación Técnica o por medio de algún curso, los jóvenes pueden optar por ingresar al trabajo.

### 2.1.2. Marco curricular de la matemática en Singapur

De acuerdo con los documentos emanados por el Ministerio de Educación de Singapur, se eleva la enseñanza de la matemática como uno de los pilares fundamentales de todo su sistema educativo, la cual permite comprender y desarrollar muchas otras disciplinas, proporcionando la base de las innovaciones de hoy y de las soluciones del mañana.

Esta comprensión se desarrolla por medio de la resolución de problemas, la cual se basa en brindar a los estudiantes las estrategias para realizarlo, por medio de un abordaje denominado heurístico, en el cual se le entregan una variedad de formas para aprender cómo resolver los problemas planteados.

**Gráfico 2: Marco curricular del método Singapur**



Fuente: Adaptación de Ministry of Education Singapore (2012, pág. 14)

Este marco curricular, tal como lo muestra el gráfico 1, tiene como centro la resolución de problemas matemáticos, pero para lograr dicho fin es necesaria la articulación de diversos dominios, el de las habilidades, de los procesos matemáticos y de los conceptuales. Asimismo, da una debida importancia a las

actitudes con que los estudiantes abordan dichos desafíos y al proceso de aprender a aprender, la metacognición, que en conjunto e interrelacionados permiten el logro del objetivo central.

De acuerdo con lo que el Ministerio de Educación de Singapur define en el Syllabus o Programa de Estudio de Matemática (Ministry of Education Singapore, 2020, pág. 7), la matemática puede describirse “como el estudio de las propiedades, relaciones, operaciones, algoritmos y aplicaciones de los números y los conceptos en los niveles más básicos, y de los objetos y conceptos abstractos en los niveles más avanzados”.

En el documento también se establece que “los objetos y conceptos matemáticos, así como los conocimientos y métodos relacionados con ellos, son producto de la perspicacia, el razonamiento lógico y el pensamiento creativo, y a menudo se inspiran en problemas que buscan solución”. Esto proporciona la finalidad de la matemática, según su visión, el ser la herramienta que permita llegar a las soluciones del mañana en los diversos ámbitos de la vida en sociedad.

Las abstracciones, logradas ya en los niveles avanzados, son las que hacen de las matemáticas una poderosa herramienta para resolver problemas, proporcionando en sí mismas un lenguaje para representar y comunicar las ideas y los resultados de la disciplina.

De acuerdo con lo definido como la naturaleza de la matemática, se derivan 4 temas principales en el estudio de los objetos matemáticos, éstos son: Las propiedades y relaciones; las operaciones y algoritmos; las representaciones y comunicaciones; y las abstracciones y aplicaciones.

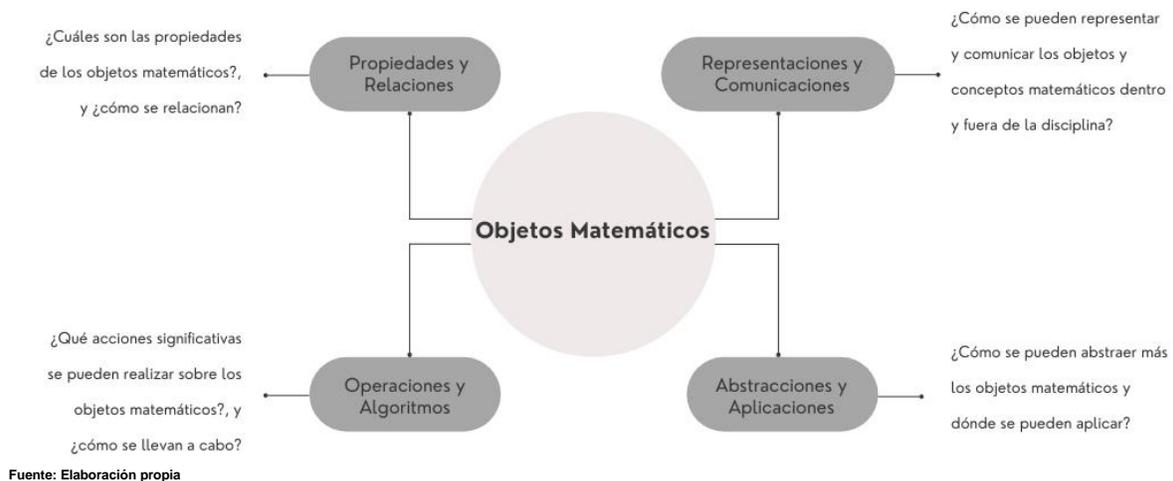
El primero, pone énfasis en la existencia de relaciones entre los objetos matemáticos. La comprensión de las propiedades y las relaciones de los objetos permiten profundizar en ellos, utilizarlos para el modelamiento y la resolución de problemas en variados contextos, principalmente de la vida real, cotidianos o no.

El segundo tema, establece que las operaciones son acciones significativas realizadas sobre objetos matemáticos. Incluyen operaciones aritméticas, manipulaciones algebraicas, transformaciones geométricas, entre otras. Los algoritmos son secuencias generalizadas de pequeños pasos bien definidos para realizar una operación matemática o para resolver un problema. Entender el significado de estas operaciones y algoritmos y cómo llevarlos a cabo permite la resolución de problemas matemáticos.

El tercero, establece los diversos tipos de representaciones presentes en el lenguaje de la matemática, éstas son, por ejemplo, los símbolos, notaciones, tablas, gráficos, figuras geométricas, entre otros, los cuales permiten expresar conceptos, propiedades y/u operaciones de una forma precisa, conceptualmente hablando, y universalmente entendibles.

Finalmente, el cuarto tema propone un camino hacia la abstracción de los objetos matemáticos y su potencial en el modelamiento y estudio de los fenómenos del mundo que nos rodea.

**Gráfico 3: Temas en el estudio de los objetos matemáticos**



Estos cuatro temas, representados en el gráfico 3, son la base de lo que en Singapur se establece como marco regulatorio en la enseñanza de la matemática o desarrollo del pensamiento matemático, cuna de la resolución de problemas.

### 2.1.3. Fundamentación teórica del método Singapur

Tres son los teóricos que conforman el fundamento de esta “metodología”, haciendo la salvedad acerca de una corrección en su nomenclatura, más allá de un método, debiese recibir el estatus de una metodología. Esto se debe a que se compone de un conjunto de métodos que, complementados, permiten lograr el fin propuesto, en este caso el aprendizaje de la matemática, principalmente para la resolución de problemas.

Los tres investigadores de la matemática y de la educación en general son Jerome Bruner, Zoltan Dienes y Richard Skemp. De cada teórico se rescatan aportaciones, las que, en su conjunto, permiten una articulación que, junto con la pericia del o la docente, permiten que la metodología logre ejecutarse, logrando aprendizajes profundos. En cuanto a la cercanía y aportes al desarrollo de la pedagogía occidental, se consideran los principios o aportaciones generadas por Bruner, para permitir una mejor comprensión del método, desde su base teórica.

De los estudios realizados por Bruner, se consideran cuatro aspectos que sustentan la metodología: “la importancia de la estructura, los modos de representación, el

currículum en espiral y la intuición en el aprendizaje por descubrimiento.” (Zapatera, 2020, pág. 268)

Al hablar de estructura, Bruner se refiere a las materias en sí y a todas las relaciones posibles entre ellas. Considera además que el sistema educativo debe proveer a los estudiantes una comprensión de dichas estructuras, para que puedan ser utilizadas en la resolución de problemas. (Zapatera, 2020, pág. 268) Le concede un carácter utilitario a lo que se aprende, siempre que pueda ser utilizado en tareas similares, junto con favorecer la resolución de tareas comunes.

Una vez que el estudiante logra estar consciente de lo que sabe y cómo lo sabe, en relación con determinadas materias, ha cumplido con los dos aspectos principales de la metacognición, estos son, el carácter de producto (objeto) y el de proceso. Ambos se presentan de manera intrínseca en la metodología Singapur, en la cual, mediante la resolución de problemas, se promueve que los estudiantes monitoreen y autorregulen su propio proceso de aprendizaje.

En cuanto a los modos de representación, en la teoría el autor propone tres modos de representación, diferenciados de acuerdo con el grado de desarrollo cognitivo: enactivo, icónico y simbólico.

El enactivo, palabra que proviene del verbo en inglés *enact*, que significa figurar, representar, poner en acto, promulgar; hace referencia al modo en que los estudiantes logran representar una situación mediante una respuesta motriz, que con la práctica logra ser la adecuada. Para esto, se genera la primera etapa de la metodología, en la cual, por medio de la manipulación de objetos concretos, se pretende que resuelvan problemas por medio de la indagación, la aplicación de conceptos matemáticos y el descubrimiento de posibles vías de acceso al resultado de la problemática.

En el modo icónico los objetos pasan a ser representados por imágenes que encarnan al objeto concreto. Según lo establecido en la metodología, a este modo se asocia la segunda etapa, una pictórica, en la que los estudiantes dibujan, interpretan información y representan los datos y relaciones que permiten resolver los problemas.

Finalmente, en el modo simbólico, los estudiantes deben representar la información en forma de símbolos de uso reconocido, los cuales representan objetos, ideas o situaciones. Aquí el estudiante, apoyado en los anteriores modos de representación, debería lograr un nivel de abstracción que le permita realizar representaciones simbólicas matemáticas (números, operaciones, relaciones, entre otros), para generar la capacidad de analizar y resolver problemas diversos.

En la metodología Singapur, los modos de representación, de acuerdo con el enfoque Concreto-Pictórico-Abstracto (CPA) de la teoría de Bruner, se

operacionaliza haciendo que los estudiantes trabajen mayoritariamente con material concreto en los primeros años de escolaridad, para luego, desde 2° o 3er año de enseñanza básica, comenzar con representaciones pictóricas que representen el material concreto trabajado con anterioridad. Finalmente, a medida que avanzan los niveles de escolaridad, se profundiza en los tipos de representaciones, llegando pronto a los primeros niveles de abstracción, para finalmente establecer consensos, acuerdos o bien, definiciones teóricas de cada elemento estudiado a lo largo de la enseñanza básica.

Bruner también hace referencia al currículum en espiral, en el cual establece que los estudiantes vuelvan a trabajar con las ideas núcleo de cada objeto matemático, para que, a medida que se profundice en la comprensión de dichos objetos, puedan profundizar en ellos cada vez más.

De acuerdo con Zúñiga (2013, pág. 21), las aportaciones de Zoltan Dienes provienen de la idea de variabilidad sistemática y perceptual, específicamente con la variedad de tareas a las que se enfrenta el estudiante, sin caer en la repetición de un mismo tipo de ellas. Se busca potenciar el aprendizaje a partir de múltiples procedimientos relacionados con un mismo concepto matemático, con el fin de que el estudiante perciba al objeto de diversas formas.

En este escenario, el docente juega un rol crucial, ya que debe generar dicha variabilidad, y al mismo tiempo orientar al estudiante. Estos componentes teóricos se relacionan con los propuestos por Vigotsky en la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP). Es por esto que el docente debe estimular, intencionar y potenciar los procesos de aprendizaje, de tal manera que éste se vea involucrado en la tarea, para poder generar una verdadera construcción de conocimientos.

Finalmente, de las aportaciones de Richard Skemp provienen de sus estudios acerca de la comprensión de la matemática: la comprensión instrumental y la comprensión relacional.

Siguiendo la idea de Zapatera (2020, pág. 271), en la comprensión instrumental se promueve la memorización de algoritmos o procedimientos y reglas que se aplican en determinadas situaciones para obtener una respuesta correcta, pero como se expone, sólo se aprenden para dichas situaciones, sin llegar a generalizaciones. En cambio, en la comprensión relacional se construyen conceptos para dar respuesta a diferentes situaciones y problemas cotidianos, pudiendo ser adaptados a otras situaciones y momentos. La naturaleza de la comprensión relacional radica en el saber por qué hacer un determinado proceso y no solamente en el saber hacer el proceso.

Esta comprensión relacional es la que se fomenta en el Método Singapur, principalmente porque para resolver problemas matemáticos, el estudiante debe construir los conceptos que subyacen en el problema. Para dicha construcción de conceptos, Skemp plantea que la matemática en sí se basa como un esquema de

conceptos, organizados en diversos niveles de abstracción, de manera que los estudiantes puedan acceder a conceptos de orden superior por medio de la ejemplificación. (Zapatera, 2020, pág. 271)

#### 2.1.4. La resolución de problemas

Para el método Singapur, la resolución de problemas es el centro, en lo que se basa la enseñanza de la matemática y, a modo general, de la educación en sí. Pero dicha resolución implica mucho más que aplicar una fórmula, un procedimiento o un algoritmo. Se relaciona más con el hacer uso de operaciones cognitivas donde se ponen en juego las habilidades, el conocimiento y las actitudes que permiten una búsqueda de la solución al problema. Este camino que se construye con la búsqueda de la o las soluciones de un determinado problema, es el que permite que el estudiante genere habilidades o destrezas, las que, puestas en juego en otras situaciones o problemas, les permitirán llegar de mejor forma a su resolución.

Para el Ministerio de Educación de Singapur, el enfoque central del plan de estudios de la matemática es el desarrollo de habilidades para resolver problemas. Esto significa la capacidad de utilizar las matemáticas para resolver problemas. Sin embargo, plantean que no todos los problemas que encontrarán en la vida serán rutinarios y familiares, por lo que los alumnos deben tener la oportunidad de resolver problemas no rutinarios y desconocidos. También deben aprender a abordar estos problemas de forma sistemática. Por lo tanto, como parte de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, los estudiantes deben conocer estrategias generales de resolución de problemas, junto con formas de pensar y de abordar un problema. (2020, pág. 20)

#### 2.1.5. La evaluación en el método Singapur

La evaluación se entiende como un proceso continuo que se centra en el proceso de enseñanza – aprendizaje, tal como se muestra en el siguiente esquema.

**Gráfico 4: Evaluación en el Método Singapur**



Fuente: Adaptado y traducido de Ministry of Education Singapore (2013)

Dentro de los propósitos de la evaluación en el método están el inferir si los estudiantes ya dominan los aspectos clave de los conceptos nuevos que se han presentado por medio de los problemas propuestos por el docente.

Para lograr esto se incluyen estrategias de evaluación diversas, de tipo formal, como evaluaciones sumativas, pero también de tipo informal, formativas, como la que se da en el diálogo presente en la estrategia de Pregunta – Respuesta que se adopta cuando se está trabajando sobre el nuevo concepto. Es por esto que el rol del educador es clave, primero para seleccionar las situaciones problema, y, en segundo lugar, para efectuar preguntas que permitan guiar a los estudiantes en sus respuestas, y que éstas vayan hacia el objeto o concepto nuevo, sin importar el camino que cada estudiante haya adoptado. En dichas preguntas, el educador debe incorporar aquellas que den cuenta de respuestas de niveles altos, medios y/o bajos, con lo cual pueda dar un reporte a los estudiantes a la hora de dar a conocer sus progresos.

El Ministerio de Educación de Singapur (2020, pág. 24) plantea que la evaluación ha de ser una parte integral dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, ha de ser equilibrado, es decir, no debe centrarse en evaluaciones netamente sumativas, pero tampoco dejarlas de lado y evaluar de manera formativa únicamente. Se deben complementar ambos tipos de evaluación, utilizando la sumativa para dar cuenta del grado de competencia del estudiante, en un momento determinado, la formativa para ejercer un control en el proceso de aprendizaje, a modo de supervisión o monitoreo. A ambos tipos de evaluación se agrega un elemento que no debe dejarse de lado, que los estudiantes puedan autoevaluar cómo ha sido su proceso de aprendizaje.

La finalidad de dar relevancia a la evaluación formativa es que los estudiantes puedan mejorar su proceso de aprendizaje, haciéndoles ver cuáles son sus puntos fuertes y débiles. En general, en el aprendizaje de cualquier disciplina, la recogida de información sobre lo que los estudiantes comprenden de un nuevo concepto debe hacerse antes, durante y después de las clases donde se abordan dichos conceptos. Debido a esto, en el caso de la evaluación formativa, se recurre a este tipo de estrategia evaluativa para recabar información en el “durante”, para complementar todo el proceso.

También se incluyen en las evaluaciones algunas técnicas de entrevista y de observación, básicamente para dar cuenta de los progresos de cada estudiante, pero también para dar por cumplidos los hitos formativos que éstos deben lograr.

Al finalizar el proceso evaluativo, los docentes deben dar cuenta de los avances, tanto globales (toda la clase o curso), como individuales, retroalimentando el proceso y, si fuese necesario, dar a conocer las acciones de recuperación o refuerzo, si el proceso no ha sido completado con satisfacción por algún estudiante o por un grupo dentro del curso.

## 2.2. Modelo de educación por competencias

Existe un consenso generalizado que apunta hacia la idea de que la enseñanza y los procesos asociados a ésta, sigan la línea del desarrollo de competencias, las que van más allá de la mera memorización de definiciones o de la mecanización de procesos. Apunta hacia el desarrollo habilidades y actitudes que confluyen, se mezclan y actúan a la par y a la vez que solucionan situaciones concretas, problemáticas seleccionadas por los docentes que, por medio de un conocimiento profundo de este tipo de educación o enfoque, proponen para poner en juego dichas competencias, dentro del marco curricular vigente. Es por esto por lo que se debe analizar tanto lo que se espera desarrollar en los estudiantes, como el nivel de apropiación de los docentes.

El modelo educativo basado por competencias manifiesta al estudiante como el protagonista y al docente como un guía para el desarrollo de habilidades del educando. Aquí el alumno resuelve problemas, elabora proyectos de investigación, para crear y formar su propio conocimiento. Bajo esta lógica, éstos deben ser capaces de desplegar sus competencias y habilidades en función de su propia experiencia.

Existe una realidad compleja desde los aprendizajes y la mejora, que considera elementos que apoyan la instalación de competencias como parte del plan educativo, en la búsqueda de soluciones ante las diversas necesidades para la toma de decisiones en relación con los procesos de aprendizajes. Así, una escuela eficaz es “aquella que promueve de forma duradera el desarrollo integral de todos y cada uno de sus alumnos más allá de lo que sería previsible teniendo en cuenta su rendimiento inicial y su situación social, cultural y económica” (Cornejo & Redondo, 2007)

Particularmente, no existe una única y correcta acepción acerca del modelo de educación por competencias, basta referirse a un pequeño conjunto de autores para advertir sobre lo diverso y amplio de sus definiciones.

Según Corvalán, Tardif y Montero (2013) las competencias son integradoras de recursos internos y externos de la persona en función de la resolución de un problema contextualizado, donde se supone el uso del conocimiento interdisciplinario como sustento.

En el mismo texto, Le Boterf (2003, B:46) define a una persona competente como quién sabe actuar con pertinencia en un contexto particular, escogiendo y movilizando un doble equipamiento de recurso. Según esta mirada, una competencia corresponde a “un saber actuar complejo que se apoya sobre la movilización y la utilización eficaz de una variedad de recursos” (Tardif, 2008). En concreto una competencia está bien lejos de un objetivo y no es sinónimo de saber-hacer o de un conocimiento procedimental. La idea de saber actuar hace surgir la

noción que cada competencia está esencialmente ligada a la acción y le otorga un carácter más global.

Con relación a lo mencionado, el enfoque basado por competencias requiere pensar no solo el diseño de perfiles de los egresados, sino también la totalidad del proceso de desarrollo curricular, su aplicación, evaluación y certificación de aprendizajes (Corvalán, Tardif, & Montero, 2013, pág. 20). Cada docente contribuye al progreso de una pieza sin preocupar ni interesarse por la relación que existe el conjunto de aprendizajes efectivamente integrados por el estudiante hacia el final de su formación (Corvalán, Tardif, & Montero, 2013, pág. 10).

En cambio, el marco curricular vigente tanto para la Enseñanza Básica y Media chilena desde el MINEDUC, está expresado en términos parecidos como pueden constatar al transcribir su parte introductoria. Los Objetivos Fundamentales, Contenidos Mínimos Obligatorios, Aprendizajes Esperados y los Objetivos de Aprendizaje propios del marco curricular, están orientados al desarrollo de competencias que se consideran fundamentales para el desarrollo personal y para desenvolverse en el ámbito social, laboral y ciudadano. Siguiendo una definición de amplio consenso sobre las competencias, éstas aluden a la “capacidad para responder a las exigencias individuales o sociales para realizar una tarea o, dicho de otra forma, corresponden a la capacidad de articular y movilizar recursos aprendidos –saberes– con vistas a un desempeño de excelencia” (Manríquez, 2012, pág. 357)

Las competencias se expresan en la acción y suponen la movilización de conocimientos, habilidades y actitudes que la persona ha aprendido en contextos educativos formales e informales. Con la finalidad de promover que los estudiantes desarrollen competencias, el currículum incorpora los conocimientos de las distintas disciplinas que son fundamentales para comprender la realidad, las habilidades cognitivas y procedimientos que posibilitan integrar y movilizar recursos, y las actitudes personales y éticas que orientan una acción responsable consigo mismo y los demás. Además, las competencias se desarrollan en la práctica y que lo relevante es que los estudiantes logren aprendizajes que puedan transferir a contextos reales, el currículum prioriza la comprensión profunda, el aprendizaje activo, las relaciones entre saberes y la movilización integrada de conocimientos, habilidades y actitudes, en diversos contextos, preferentemente auténticos o reales.

En comparativa con el enfoque curricular por objetivos, vigente en la actualidad en nuestro país, difieren en cuanto a la forma y a los fines que establecen cada enfoque. Por un lado, en el enfoque por objetivos, MINEDUC (2019) define en su plan de formación general y en el plan de formación diferenciada humanista-científico, un currículum basado en Objetivos de Aprendizaje (OA), junto con los Propósitos Formativos, los cuales se establecen como Objetivos de Aprendizaje, debido a que así se entienden que deben ser obligatorias, ya que si no, se podrían interpretar sólo como orientaciones y que no es necesario abordarlas en el aula. (MINEDUC, 2019, pág. 95). Dichos propósitos formativos se proponen como el

porqué y para qué se enseña lo que se enseña, y desde este punto de vista, proponen las habilidades y actitudes que los estudiantes deben desarrollar desde temprana edad hasta su salida hacia la educación superior.

Se mantiene un enfoque curricular por objetivos, pero que al sumar estos nuevos “OA’s” de habilidades y/o actitudes, acerca su mirada hacia las competencias y a una pedagogía que promueva el desarrollo de actitudes y habilidades, junto con un aprendizaje disciplinar. La diferencia entre dichos enfoques se puede visualizar mejor en la siguiente tabla comparativa.

**Tabla N°1: Comparación entre pedagogía por objetivos y educación basada en competencias**

Enfoque curricular	Perspectiva epistemológica	Diseño curricular	Enfoque didáctico	Prácticas pedagógicas	Recursos	Lógica de desarrollo de programas de estudios
<b>Pedagogía por objetivos (PPO)</b>	Conductismo	Recorte de los contenidos de aprendizaje en micro-objetivos	Contenidos disciplinarios	Énfasis en el docente	Contenidos disciplinarios, aislados y descontextualizados	Conocimiento descrito en el programa y situaciones como pretextos
<b>Educación basada en competencias (EBC)</b>	Socio-constructivismo	Abordaje por situaciones globales e interdisciplinarias	Situaciones de formación	Énfasis en el estudiante	Variedad de recursos contextualizados en la situación de formación	Situación en primer lugar y el conocimiento como recurso del desempeño competente

Fuente: (Alarcón Leiva, Hill, & Frites, 2014)

Si bien existe un acercamiento en la última actualización emanada desde el MINEDUC, el enfoque de una pedagogía por objetivos propone un diseño curricular donde los contenidos de aprendizaje son separados en micro-contenidos, también separados de las actitudes y habilidades que el estudiante debe desarrollar. No existe una intención clara de mezclar dichos OA’s actitudinales y de habilidades, sólo mediante la propia acción docente, que debe incorporarlos a medida que se desarrolla el plan de estudios. El enfoque por competencias nace del socio-constructivismo, abordando situaciones que involucren el desarrollo de los estudiantes a un nivel integral, con la participación ponderante de varias disciplinas, para generar el conocimiento. La finalidad en el modelo basado por competencias es que el estudiante aborde cada situación desde su interior y que el conocimiento sea el recurso que permita al docente evaluar si su desempeño es o no competente, pero dentro de la situación planteada. Por el contrario, en la pedagogía por objetivos la situación es el pretexto del porqué el conocimiento es necesario en cada nivel.

### 2.2.1. Competencias matemáticas

Según las aportaciones de diversos autores, ministerios de educación, entre otros, no existe consenso en torno a la noción de competencia matemática y de cómo esta pueda articularse en el modelo de educación basada en competencias. El Real Decreto 1513/2006 leído del libro de Martínez Montero (2008) , que fija lo que es, en la Educación Primaria de España, la competencia básica matemática consiste en:

La habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral. (Martínez Montero, 2008, pág. 28)

Así, se establece que la competencia no implica sólo el conocimiento, sino también la movilización de los elementos matemáticos básicos en situaciones de la vida cotidiana, junto con la puesta en práctica del razonamiento que permitan resolver problemas y/u obtener información para la toma de decisiones. Implica entonces una disposición de enfrentarse a estas situaciones y movilizar los elementos adecuados, los cuales deben ser seleccionados de acuerdo con el contexto y que suponen, al final de la educación obligatoria, su utilización de manera espontánea para dar respuesta a situaciones de la vida, con variados niveles de complejidad.

Para Solar, Rojas y Ortiz (2011), el modelo de competencia matemática se sustenta en la perspectiva funcional de la matemática. Este modelo se conforma por cuatro componentes: a) la Competencia matemática, basadas en los procesos matemáticos nucleares; b) los Procesos matemáticos, los cuales componen la competencia matemática, se encuentran de manera transversal a los contenidos matemáticos y se desarrollan a largo plazo; c) las Organizaciones matemáticas, las cuales dan estructura a los contenidos matemáticos y contemplan tareas, técnicas, variables didácticas y condiciones para que se realicen dichas tareas; y d) los Niveles de complejidad, que determinan el progreso de la competencia, de acuerdo con la realización de las tareas y de los procesos que conforman la competencia.

Ambas miradas, relacionadas con la concepción del concepto de competencia matemática, confluyen hacia la idea de un saber hacer que adquiera niveles de complejidad mayores a medida que el progreso de las competencias avanza. Es decir, a medida que los estudiantes van progresando, no solo en edad, sino en saberes, actitudes y habilidades movidas de acuerdo con situaciones planificadas, extraídas de los planes vigentes, y que solucionen, en parte, situaciones problema reales, cotidianos o propios de alguna disciplina profesional.

## **Capítulo III: Marco Metodológico**

### **3.1. Marco contextual de la investigación**

La población o universo, según Briones (1996, pág. 57) “es el conjunto de unidades que componen el colectivo en el cual se estudiará el fenómeno expuesto en el proyecto de investigación”. En la presente investigación, el universo lo componen los y las docentes que imparten la asignatura de matemática en el establecimiento educacional, Colegio Marista San Fernando, perteneciente a la red de colegios dependientes de la congregación de Hermanos Maristas en el país. Es un colegio particular pagado, ubicado en la comuna de San Fernando, provincia de Colchagua, región de O’Higgins.

Se trabaja con una muestra de expertos, la cual, según Hernández, Fernández y Sampieri (2014, pág. 387) es seleccionada cuando “es necesaria la opinión de expertos en un tema”, en particular, sobre las problemáticas establecidas en los objetivos de la presente investigación, acerca de la implementación del método Singapur en la enseñanza de la matemática, lo cual se desarrolla en la institución desde los niveles de Prekínder hasta 6° año básico. De acuerdo con estos criterios, se obtiene una muestra de 12 docentes expertas en el método, siendo éste el tamaño de la muestra para considerar en los análisis mediante el método Delphi y el método MICMAC.

### **3.2. Técnicas e instrumentos de recolección de datos**

Para la recolección de datos se utilizarán 2 técnicas diseñadas para la muestra que permitan mayor amplitud, diversidad, y veracidad de la información.

De acuerdo con el modelo propuesto por el método Delphi, la primera técnica de recolección de datos es un cuestionario de preguntas abiertas, ya que, de acuerdo con Hernández, Fernández y Sampieri (2014, pág. 221), proporcionan una información de amplio espectro, son útiles cuando no se tiene información sobre las respuestas de las personas involucradas y, con mayor relevancia en este estudio, permiten lograr una mayor profundización en las reflexiones de los expertos.

En base a las respuestas de las docentes expertas se confecciona un segundo instrumento o técnica de recolección de datos, el método de escalamiento de Likert. Esta escala, según Hernández, Fernández y Sampieri (2014, pág. 238), “consiste en un conjunto de ítems presentados en forma de afirmaciones o juicios, ante los cuales se pide la reacción de los participantes”.

### **3.3. Tipo de estudio**

La presente investigación corresponde a un tipo de estudio cuantitativo. Se elige este tipo principalmente porque permite identificar más profundamente aquellos elementos que nos ayuden a entender sobre su implementación, aprender sobre los actores que se ven involucrados y finalmente, los procesos o variables de carácter interno y externo, que inciden en su ejecución. Para lograr estos objetivos se ha recurrido a la técnica de muestreo guiado o dirigido, conocido como Método Delphi, principalmente porque se han seleccionado a profesoras de enseñanza prebásica y básica del establecimiento, que se encontraran aplicando el método Singapur, al momento de la realización de este trabajo. Dentro del mismo método Delphi se aplican técnicas de conteo de cantidad de preferencias y/o tendencias, frecuencias absolutas, desviaciones estándar y coeficientes de variación, formando parte del análisis cuantitativo del estudio.

En la parte final, para la elaboración del análisis y el enriquecimiento de las conclusiones, se recurre al Método MICMAC, por medio del cual se busca identificar las variables influyentes y dependientes del estudio, las que permiten un análisis reflexivo de carácter prospectivo. Este último método también es de naturaleza cuantitativa, ya que, por medio de una matriz numérica y un proceso iterativo de potencias, donde previamente se establece el grado de conexión entre cada una de las variables, se obtienen aquellas variables críticas del sistema, aquellas que debieran estar bajo control y finalmente reducir el sistema complejo de implementación de un método a puntos concretos que puedan ser utilizados para la mejora en su implementación.

### **3.4. Unidad de análisis**

Para obtener la información, se desarrollan reuniones, en sesiones consecutivas con las 12 docentes del centro educativo que imparten la asignatura en los niveles de prebásica y básica. Se ha escogido a estas docentes como grupo de muestreo debido a su directa relación con el método y además han sido capacitadas por el Instituto Félix Klein, dependiente de la Universidad de Santiago de Chile (USACH), entidad que lidera el proyecto de implementación del método Singapur en diversos centros educativos del país, en particular en los establecimientos de la congregación Marista, del cual es parte el establecimiento en el que se realiza el estudio.

Esta selección de basa en lo planteado por López-Gómez (2018, pág. 22), quien expone la idea de llevar a cabo un proceso nominativo para conformar el panel de expertos reconocidos y relevantes para el tema de investigación, tanto por su experiencia y conocimientos en el tema, como por su disposición para participar en la investigación. Por lo tanto, la unidad de análisis corresponde a cada una de las 12 docentes que participaron del estudio.

### 3.5. Operacionalización de las variables

El disponer de un buen sistema de variables es importante en el proceso de investigación ya que facilita todo un diseño, desarrollo y posterior análisis estadístico de los resultados.

Así mismo, para Bavaresco, las variables “representan las diferentes condiciones, cualidades, características o modalidades que asumen los objetos en estudio desde el inicio de la investigación” (2013, pág. 72). A tal efecto, se establecen las siguientes variables e indicadores que se conceptualizan más adelante. Otro elemento que se definirá en esta investigación fueron los indicadores, que como señala Altuve (1990) “*son una definición que asigna significado a una construcción conceptual de la variable, al especificar actividades u operaciones necesarias para medirlas*”

A continuación, se reseña un cuadro que recoge y relaciona distintos elementos de la investigación a partir de su objetivo general, basándose en las respuestas, ámbitos y dimensiones presentes en el estudio por medio de Delphi.

**Tabla N°2: Operacionalización de las variables**

<b>Objetivo general:</b> Determinar las variables que inciden directamente en la implementación efectiva del método Singapur en la institución educativa, con la finalidad de realizar una propuesta que propicie mejoras en los resultados educativos.			
<b>Objetivos específicos</b>	<b>Variable</b>	<b>Dimensión</b>	<b>Ítems</b>
a) Determinar las variables que inciden directa o indirectamente en el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes de la institución, mediante el uso del Método Delphi.	Uso de material concreto	Internas Favorables	1. ¿Cuáles son las variables internas y externas que considera que influyen favorable ó desfavorablemente en la generación del aprendizaje de la matemática en sus estudiantes?  4. ¿Qué cambios tuvo que realizar en sus prácticas pedagógicas para integrar el método Singapur al proceso de enseñanza y aprendizaje?
	Estructura organizada del método		
	Carácter lúdico		
	Aplicaciones en situaciones auténticas o cotidianas		
	Motivación de los estudiantes		
	Cantidad de horas de asignatura		
	Retroalimentación		
	Trabajo individual y colectivo		
	Facilidad de los niños a adaptarse a un método o estrategia		
	Experiencias previas de los estudiantes		

	<p>Diferencia en ritmos de aprendizaje de cada niño</p> <p>Cambio de texto de apoyo o de estudio</p> <p>Aumento en el número de estudiantes por sala</p> <p>Material concreto utilizado para otros fines (jugar y/o construir)</p> <p>Tiempos acotados para preparar actividades</p> <p>Abarcar más contenido en desmedro del uso de material concreto</p>	Internas Desfavorables	<p>1. ¿Cuáles son las variables internas y externas que considera que influyen favorable ó desfavorablemente en la generación del aprendizaje de la matemática en sus estudiantes?</p> <p>2. ¿Cuáles han sido las principales dificultades que usted tuvo en el proceso de implementación del método Singapur?</p> <p>4. ¿Qué cambios tuvo que realizar en sus prácticas pedagógicas para integrar el método Singapur al proceso de enseñanza y aprendizaje?</p>
	<p>Posibilidad de llevar a casa material concreto del colegio</p> <p>Existencia de capacitaciones de buena calidad</p>	Externas Favorables	<p>1. ¿Cuáles son las variables internas y externas que considera que influyen favorable ó desfavorablemente en la generación del aprendizaje de la matemática en sus estudiantes?</p> <p>5. ¿Qué conocimientos deberían adquirir los nuevos docentes en su formación (inicial y continua) para cumplir con estas nuevas exigencias?</p>
	<p>Apoyo de los padres mediante métodos distintos a Singapur</p> <p>Desconocimiento, por parte de los padres, del lenguaje técnico del método</p>	Externas Desfavorables	<p>1. ¿Cuáles son las variables internas y externas que considera que influyen favorable ó desfavorablemente en la generación del</p>

	Exceso de tecnología que provoca desmotivación en los estudiantes por aprender		aprendizaje de la matemática en sus estudiantes?
	No poseer material concreto en casa para aplicar lo aprendido en el colegio		5. ¿Qué conocimientos deberían adquirir los nuevos docentes en su formación (inicial y continua) para cumplir con estas nuevas exigencias?
	No existencia de material de apoyo en internet		
d) Diseñar colaborativamente una propuesta curricular que apoye la implementación del método Singapur, con foco en las variables clave obtenidas y en el desarrollo de competencias matemáticas.		Mejora Continua	3. ¿De qué manera cree usted que es posible solucionar dichas dificultades?

Fuente: Elaboración propia

El conjunto de variables consideradas fue obtenido por medio de la primera técnica de recolección de datos, el cuestionario abierto, por lo que la construcción de la segunda técnica se realiza a modo de retroalimentación de las respuestas de las expertas en el cuestionario inicial. La construcción del cuestionario abierto se realiza en conjunto con el panel de expertos, antes de la primera sesión de consulta abierta.

### 3.6. Método Delphi

El método Delphi es una técnica muy versátil, ya que hace uso de la información que proviene tanto de la experiencia como de los conocimientos de los participantes de un grupo, normalmente compuesto por expertos. Este método es el que se utiliza para recopilar información. El instrumento que se utiliza para esto es el cuestionario, el cual debe cumplir con aspectos formales, elaboración de preguntas, claridad, adaptación del lenguaje a las características del grupo, entre otras, como en cuanto a las cualidades técnicas que debe poseer, validez y fiabilidad. Otro aspecto relevante de las investigaciones por medio de Delphi es el anonimato de las respuestas, siendo éste un aspecto relevante, según Reguant-Álvarez y Torrado-Fonseca (2016, pág. 91), ya que los expertos pueden conocerse, pero no así sus respuestas en cada consulta. Se elimina así la posibilidad del sesgo relativo al prestigio o liderazgo de alguno de los encuestados, obteniendo así opiniones que se basan en las ideas que se tienen acerca del objeto en estudio y no de lo que deberían contestar de acuerdo con lo que la teoría dice o con lo que se espera que se conteste en una determinada pregunta.

Se elaboran así dos cuestionarios, uno en el inicio de la investigación, y uno en la fase intermedia a modo de feedback del cuestionario inicial, determinando aquellos factores o variables más relevantes. (tópicos pertenecientes el método Delphi). Para esto, se consideran los siguientes parámetros metodológicos:

- Selección y conformación del panel de expertos
- Número de expertos
- Calidad del panel
- Proceso iterativo en rondas
- Criterios por considerar para la finalización del proceso: consenso y estabilidad

### **3.6.1. Selección y conformación del panel de expertos**

Este es el punto referencial de los estudios Delphi, dado que la calidad del proceso y de sus resultados está condicionada por la adecuada selección de los expertos. Estos deben tener experiencia relacionada con el tema de investigación y a su vez tener la disposición para revisar su juicio inicial en el desarrollo del estudio. En conclusión, antecedentes, experiencia y disposición son las condiciones imprescindibles del candidato experto.

Tal como lo indican Reguant-Álvarez y Torrado-Fonseca (2016, pág. 93), en el presente estudio deben distinguirse dos tipos de expertos, por un lado, estarán aquellos que pasarán a ser las docentes informantes durante el proceso de encuestas y diálogos, son conocedoras del método Singapur, sin importar sus cargos y funciones dentro del centro educativo. Por otro lado, están aquellos que podrían denominarse especialistas en el método Singapur, ya que poseen trayectoria reconocida aplicando el método en el aula, son los encargados de animar su implementación en las aulas del centro educativo y poseen una mayor cantidad de capacitaciones relacionadas con el método mismo. Estos últimos conformarán el panel de expertos que delimitarán y buscarán llegar a consenso una vez que finalice el proceso de cuestionarios, para posteriormente listar las variables que serán utilizadas en la matriz de MICMAC.

### **3.6.2. Número de expertos**

El método Delphi no exige una muestra de expertos representativa de una población determinada, es decir, no hay normas específicas respecto al número de participantes. Sin embargo, para este estudio participarán las 12 docentes a cargo de dictar la asignatura de matemática mediante el método Singapur en el Establecimiento y que han sido capacitadas en el método por parte del Instituto Félix Klein, dependiente de USACH.

### **3.6.3. Calidad del panel**

Se explica a partir de los criterios aplicados en el proceso de selección y conformación de expertos. Así, los antecedentes del experto como la formación recibida, la investigación desarrollada y la experiencia profesional avalan la calidad del colectivo de expertos que conforman el panel. Los expertos escogidos, son docentes que han sido capacitadas en el Método Singapur, justificadas en el punto 3.3 Unidad de Análisis.

### **3.6.4. Proceso iterativo en rondas**

El proceso iterativo tiene que ver con el intercambio controlado de información entre el administrador del método Delphi y los expertos que conforman el panel. La iteración se organiza en rondas, mediante las que se lleva a cabo el estudio a través de una serie de 2 a 3 interrogatorios, usualmente en forma de cuestionario y que para el presente trabajo se estima realizar 2 rondas de preguntas. El proceso inicial exige previamente un adecuado diseño y elaboración del cuestionario, por lo que se escoge realizar un cuestionario de respuesta abierta, teniendo en cuenta el objeto y los objetivos de la investigación, determinar variables que influyan en la aplicación del método Singapur.

Después del primer cuestionario, para la construcción de la siguiente ronda de preguntas, se incorpora información de la ronda anterior. El administrador mantiene las condiciones de anonimato y respuesta individual. Se considera, para este segundo interrogatorio, un cuestionario de respuesta cerrada, donde mantener o no cada variable, valorando su importancia mediante una escala.

### **3.6.5. Criterios por considerar para la finalización del proceso: consenso y estabilidad**

Los criterios para finalizar el método tienen que considerar la medida del consenso y de la estabilidad en las respuestas del panel, que orientan el análisis de datos y la toma de decisiones.

Entre los distintos estadísticos para analizar las variables, se utilizarán como base para establecer aquellas que son clave o determinantes, están:

- La Media, entendida como el promedio de las valorizaciones realizadas por las docentes a cada variable
- El Coeficiente de variación, entendido como la desviación típica de las valorizaciones dadas a cada pregunta dividida por la media.

Se utiliza la Media como medida de centro, entendiendo que una Media mayor, realza el grado de importancia de dicha variable en el estudio. Por otra parte, un Coeficiente de Variación menor, indica cierta estabilidad y consistencia en las

respuestas entregadas por las docentes, indicando una variabilidad menor en las respuestas entregadas por el conjunto, la cual, sumada a una Media alta, revela una variable a considerar como clave o determinante en el proceso de implementación del método Singapur.

Una vez determinado el análisis estadístico, se llega a consenso y a la estabilidad en la validez de las respuestas y su grado de relación con la implementación del método en el establecimiento. Para establecer esto, mediante el trabajo de un panel de expertos, quienes, en conjunto con el administrador Delphi, proceden a listar y definir las variables, para su posterior uso en la matriz estructural propia del sistema MICMAC.

### **3.7. Validez del Instrumento**

Todo instrumento de recolección de datos debe resumir dos requisitos esenciales: validez y confiabilidad. Con la validez se determina la revisión de la presentación del contenido, el contraste de los indicadores con los ítems que miden las variables correspondientes. Se estima la validez como el hecho de que una prueba sea de tal manera concebida, elaborada y aplicada y que mida lo que se propone medir.

Los autores Hernández, Fernández y Sampieri expresan la validez como “el grado en que un instrumento mide realmente la variable que pretende medir” (2014, pág. 200). Es decir, la validez se considera como un conjunto específico en el sentido que se refiere a un propósito especial y a un determinado grupo de sujetos.

En nuestro caso, se validó a través de la técnica Juicio de Expertos. La validez de contenido del instrumento fue expresada por profesionales de alta trayectoria profesional en el ámbito de la elaboración de instrumentos, expertos en el área de la Educación Matemática. Los mismos tuvieron la oportunidad de hacer las debidas correcciones en cuanto al contenido, pertinencia, ambigüedad, redacción y otros aspectos que consideraron necesario realizar mejoras. Al cumplirse este procedimiento, las observaciones y sugerencias de los expertos permitieron el rediseño del primer y segundo instrumento de medición, para luego someter al segundo a la confiabilidad.

### **3.8. Confiabilidad del instrumento**

Se comprueba la confiabilidad de un instrumento de medición cuando permite determinar que él mismo mide lo que se pretende medir, y a pesar de ser aplicado varias veces, indica el mismo o una tendencia al mismo resultado. Para la ejecución del procedimiento metodológico se aplicó la prueba piloto ya validada, a docentes que no formaban parte de la muestra, pero presentaban las mismas características de los sujetos muestrales, es decir, ser docentes de la asignatura de matemática con conocimiento del método Singapur.

Para hallar el coeficiente de confiabilidad se procedió de la siguiente manera:

- a) Aplicación de la prueba piloto a un grupo de 11 sujetos no pertenecientes a la muestra de estudio, con características equivalentes a la misma.
- b) Codificación de las respuestas; transcripción de las respuestas en una matriz de tabulación de doble entrada con apoyo del programa Excel.
- c) Cálculo del Coeficiente de Alfa de Cronbach.

### 3.9. Validación del instrumento de recolección de datos Alfa de Cronbach y consistencia interna de los ítems de un instrumento de medida

Se trata de un índice de consistencia interna que toma valores entre 0 y 1 y que sirve para comprobar si el instrumento que se está evaluando recopila información defectuosa y por tanto nos llevaría a conclusiones equivocadas o si se trata de un instrumento fiable que hace mediciones estables y consistentes.

Alfa es por tanto un coeficiente de correlación al cuadrado que, a grandes rasgos, mide la homogeneidad de las preguntas promediando todas las correlaciones entre todos los ítems para ver que, efectivamente, se parecen.

Su interpretación será que, cuanto más se acerque el índice al extremo 1, mejor es la fiabilidad, considerando una fiabilidad respetable a partir de 0,80.

Su fórmula estadística es la siguiente:

$$\alpha = \frac{K}{K - 1} \cdot \left[ 1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right]$$

Donde:

$K$ : El número de ítems

$\sum S_i^2$ : Sumatoria de Varianzas de los Ítems

$S_t^2$ : Varianza de la suma de los Ítems

$\alpha$ : Coeficiente de Alfa de Cronbach

**Tabla N°3: Valores del cálculo de coeficiente de Alfa de Cronbach**

RANGO	MAGNITUD
0,81 – 1,00	Muy alta
0,61 – 0,80	Alta
0,41 – 0,60	Moderada
0,21 – 0,40	Baja
0,001 – 0,20	Muy baja

Fuente: Elaboración propia

En el caso de la investigación, al sustituir los valores numéricos obtenidos en la fórmula se obtuvo un coeficiente de confiabilidad de 0,8 descrito como una magnitud alta en la escala anterior. De esta forma se constató que el instrumento diseñado es válido y confiable para ser aplicado a la población de estudio.

### **3.10. Condición Ética que Asegura Confiabilidad de los Datos**

Las condiciones éticas que permiten asegurar la confiabilidad de los datos en la aplicación de los instrumentos de recolección, será primero, una carta de compromiso o convenio con el establecimiento educacional vía correo electrónico, donde se clarifican los objetivos, los procesos de recogida y entrega de información.

En segundo lugar, para la determinación de los valores asociados a la confiabilidad, se recurre a docentes pertenecientes a la red de colegios Maristas, que hayan sido capacitados en la metodología Singapur y que se encuentren implementándolo en el aula. Existen convenios de cooperación y transferencia entre los establecimientos de la red, por lo que se apeló a dichos convenios para confiar en los criterios de sus profesionales docentes.

Finalmente, como la investigación propone establecer bases para la mejora de los procesos de aplicación del método Singapur en el establecimiento, las docentes participantes acuerdan, mediante el tratamiento anónimo de los datos proporcionados, responder con total profesionalismo y fidelidad en cada etapa en la que participen.

### **3.11. Método MICMAC**

El método de Matriz de Impactos Cruzados Multiplicación Aplicada para una Clasificación, más conocido como método MICMAC, por sus siglas en español, se ubica dentro de las distintas técnicas pertenecientes al análisis estructural prospectivo.

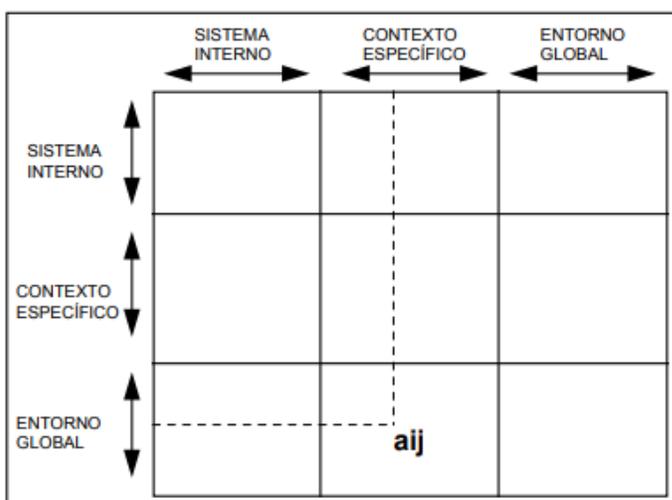
Este tipo de análisis, según Ballesteros y Ballesteros, se concibe como una herramienta que permite enlazar ideas pertenecientes a un sistema complejo, describiendo a dicho sistema por medio de una matriz que integra todos sus elementos constitutivos. Permite determinar sus variables influyentes, dependientes y esenciales para entender cómo evoluciona el sistema, permitiendo, de cierta forma, predecir algunos comportamientos del mismo sistema a futuro. (2008)

Uno de los mayores impulsores de este tipo de análisis fue Michael Godet, quien, desde los años ochenta desarrolló, en conjunto con su equipo de investigadores franceses, diversas aplicaciones en diferentes áreas, desde los negocios hasta temas relacionados con la sociedad. A juicio de Ballesteros y Ballesteros, “el principal mérito de este método radica en la ayuda que presta a un grupo para plantearse las buenas preguntas y construir reflexión colectiva.” (2008, pág. 194)

El proceso de prospectiva estratégica comprende, principalmente, tres etapas: la construcción de las bases, la identificación de cuestiones principales en juego, y la construcción de escenarios. Para el logro del propósito de la presente investigación, se considera, de la primera etapa, el ya mencionado método MICMAC, ya que solamente se pretende llegar a la identificación de las variables clave, las de influencia y las dependientes, con las cuales se puedan configurar los planes de acción internos y/o externos, con el fin de visualizar las mejoras en los aprendizajes de la matemática por medio del método Singapur.

Según Arcade, Godet, Meunier y Roubelat, “el método consiste en vincular las variables en una tabla de doble entrada, la matriz de análisis estructural, preparada especialmente para el caso. Las filas y columnas en esta matriz corresponden a las variables que surjan de la primera etapa” (1999, pág. 175), las cuales fueron determinadas por medio del método Delphi, analizadas y listadas por el panel de expertos en la secuencia sugerida por los mismos autores, lo cual se muestra en el siguiente gráfico.

**Imagen N°1: Matriz de análisis estructural 1**



Fuente: (Arcade, Godet, Meunier, & Roubelat, 1999)

Esta estructura matricial muestra, como ejemplo, una clasificación en 3 subgrupos de variables, Sistema Interno, Contexto Específico y Entorno Global. En el caso de la presente investigación estos subgrupos se consideran como dimensiones, las cuales son 4, dos internas y dos externas.

A continuación, el trabajo consiste en indicar el grado de influencia entre variables, asociadas por pares, por medio de apreciaciones cualitativas realizadas por el panel de expertos en una escala de 1 a 3, donde 1 corresponde a una leve influencia, 2 a una influencia moderada y 3 a una influencia fuerte o intensa, pudiendo también agregar un cuarto valor, asociado a una influencia potencial, simbolizada con la letra

P, cuando se percibe una posible influencia, no identificada o tratada por el sistema, al momento de realizar el estudio. Se muestra a continuación un ejemplo de matriz estructural.

### Imagen N°2: Matriz de análisis estructural 2

INFLUENCIA DE	SOBRE				
	1	2	3	4	5
VARIABLE 1			1		
VARIABLE 2	1		1		1
VARIABLE 3					
VARIABLE 4	1	1	1		1
VARIABLE 5			1		

Fuente: (Arcade, Godet, Meunier, & Roubelat, 1999)

Sobre la diagonal principal de la matriz (de izquierda a derecha, de arriba a abajo) se rellena sólo con ceros, debido a que una variable no se considera influyente sobre sí misma, por lo que sólo se analiza su influencia sobre las demás, considerando lo mencionado anteriormente, el grado de influencia de una sobre otra, entre parejas de variables.

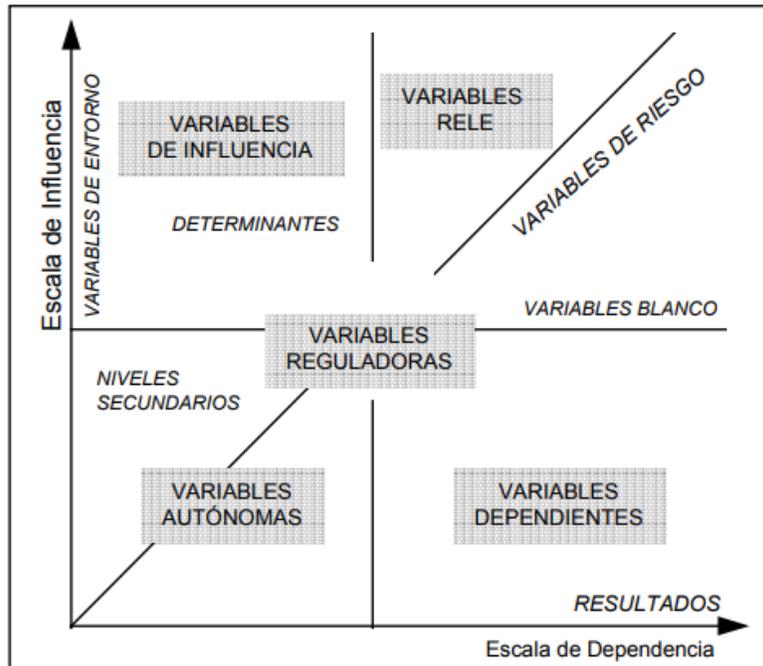
Una vez terminada la matriz, se procede, mediante un software específico, desarrollado por el equipo de Godet, a elevar dicha matriz a una potencia de valores sucesivos, no más de 9, generalmente logrando una estabilidad en los resultados en la segunda potencia. Con esto se estarían analizando miles, posiblemente millones de líneas de influencias directa e indirectas entre cada variable y aquellas con las que se relaciona dentro del sistema, lo cual no es posible de realizar de manera intuitiva por una o por un conjunto de personas.

Según los autores Arcade et al. (1999):

“Las variables que caracterizan el sistema estudiado y su entorno pueden proyectarse sobre el gráfico de influencia x dependencia. La distribución de la nube de puntos en este plano y en particular con respecto a los diversos cuadros que se forman alrededor de su centro de gravedad permite identificar cuatro categorías de variables” (pág. 183)

En particular, estas cuatro categorías de variables se pueden visualizar en la siguiente imagen:

**Imagen N°3: Gráfico de Influencia / Dependencia**



Fuente: (Arcade, Godet, Meunier, & Roubelat, 1999)

La distribución de las variables en este plano, en forma de nube de puntos, obedece a su rol dentro del sistema, donde se pueden observar cuatro categorías de variables. Estas categorías se diferencian entre sí de acuerdo con la función que cumplan en el sistema. A continuación, se definen cada una de ellas, para posteriormente, en el análisis y resultados, observar en qué categoría se ubica cada una, para así determinar su rol en el sistema.

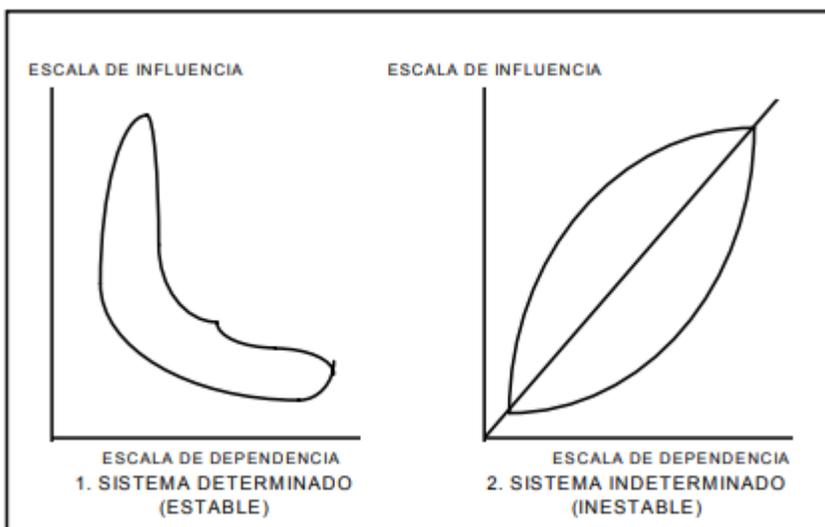
- **VARIABLES DETERMINANTES O INFLUYENTES:** Son variables muy influyentes, aunque en menor medida dependen de otras. Una gran parte de las variables del sistema dependen de ellas. Se ubican en el cuadro superior izquierdo y representan al motor o al freno del sistema, dependiendo de su funcionamiento y operatividad.
- **VARIABLES RELÉ O CLAVES:** Son variables muy influyentes, pero a la vez muy dependiente de otras. Se ubican en el cuadro superior derecho y son, por su naturaleza dependiente, las más inestables del sistema, ya que, al verse afectadas por alguna acción directa sobre ellas, influirán en muchas otras. A su vez, al afectar una variable de la cual dependa, esta se modificará y afectará a las demás, generando nuevamente inestabilidad en el sistema. Conviene distinguirlas entre las variables de riesgo, ubicadas sobre la diagonal, que son aquellas que tienen un mayor carácter estratégico,

pudiendo seleccionarlas para planes de acción y /o mejora. Las otras variables son aquellas que se ubican a lo largo del límite norte-sur del grafico de influencia, llamadas variables blanco, ya que posiblemente sean los objetivos para el sistema.

- **Variables dependientes o de resultado:** Estas variables se ubican en el cuadro inferior derecho, teniendo un tanto de influencia, pero son muy dependientes de las variables clave y/o de las influyentes y se consideran variables de salida del sistema.
- **Variables autónomas:** Son mas bien variables que aportan poca influencia en el sistema, por un lado, porque no aportan alguna ventaja, y por otro lado no detienen su avance. Aunque no parecieran coincidir con el sistema mismo, se pueden distinguir dos tipos, las variables desconectadas, ubicadas cerca del origen del sistema, bien excluida del sistema dinámico; y las variables secundarias, que, en sí son más autónomas, aportando más influencia que dependencia. Éstas se ubican en el cuadro inferior izquierdo, sobre la diagonal.
- **Variables reguladoras:** Están situadas en el centro del plano y actúan como llave de paso para cumplir los objetivos de las variables clave, por lo que determinan el funcionamiento del sistema en condiciones de equilibrio.

Para efectuar un análisis global del sistema, se considera cómo han de ubicarse las variables con su distribución mediante una nube de puntos. Esto se muestra la siguiente imagen referencial:

**Imagen N°4: Forma del sistema**



Fuente: (Arcade, Godet, Meunier, & Roubelat, 1999)

Si el sistema presenta una distribución de puntos en forma de L (imagen de la izquierda), se puede establecer que el sistema es más estable, lo que significa que, ante impulsos dados por variables determinantes, se puede anticipar, con cierto grado de certeza, cuál será la respuesta del sistema en términos evolutivos (Arcade, Godet, Meunier, & Roubelat, 1999).

Ante una distribución de puntos a lo largo de la diagonal, el sistema se considera como inestable o indeterminado, manteniendo alta incertidumbre al tratar de prever la evolución del sistema. Se acrecentaría más aún si los puntos se ubicaran mayoritariamente en el cuadrante superior derecho, ya que estos puntos se caracterizan por poseer una alta influencia, junto a una alta dependencia, lo cual genera un escenario de ambigüedad. (Arcade, Godet, Meunier, & Roubelat, 1999)

## Capítulo IV: Análisis y Resultados

En este capítulo se presentan los resultados cualitativos y cuantitativos de las dos técnicas de recogida de información, por un lado, está el cuestionario de respuesta abierta, de carácter cualitativos, mientras que por otro lado está la escala de apreciación o de Likert, de carácter cuantitativo.

La construcción del cuestionario de respuesta abierta se realiza en conjunto con el panel de expertos, siendo validada por este panel. Como su naturaleza es cualitativa, se esperan respuestas acordes al desempeño profesional docente, lo cual está en estrecha relación con el objeto y los objetivos del presente estudio.

Con respecto a la construcción de la segunda técnica de recogida de información, la escala de Likert se construye en base a las respuestas de las docentes en el primer cuestionario. Se realiza la validación de su confiabilidad mediante la prueba del coeficiente Alfa de Cronbach, para medir su consistencia interna, la cual arroja un valor medio de 0,8, que según Oviedo y Campo-Arias (2005), estaría por sobre el valor mínimo aceptable. Un coeficiente menor que el valor 0,7 indica que la consistencia interna de la escala sería baja, por lo que resultados y conclusiones no necesariamente representarían valores confiables.

### 4.1. Análisis y resultados del Cuestionario 1 aplicado a docentes

De los ítems 1 y 4 del cuestionario 1, se evidencian respuestas que permiten obtener 10 variables de carácter interno y que afectarían de manera favorable a la ejecución del método Singapur en la institución. A continuación, en la tabla n°4, se muestra el listado de dichas variables junto con una breve descripción o definición, construida en base a la interpretación de las respuestas de las expertas.

**Tabla N°4: Variables Dimensión 1 Internas Favorables**

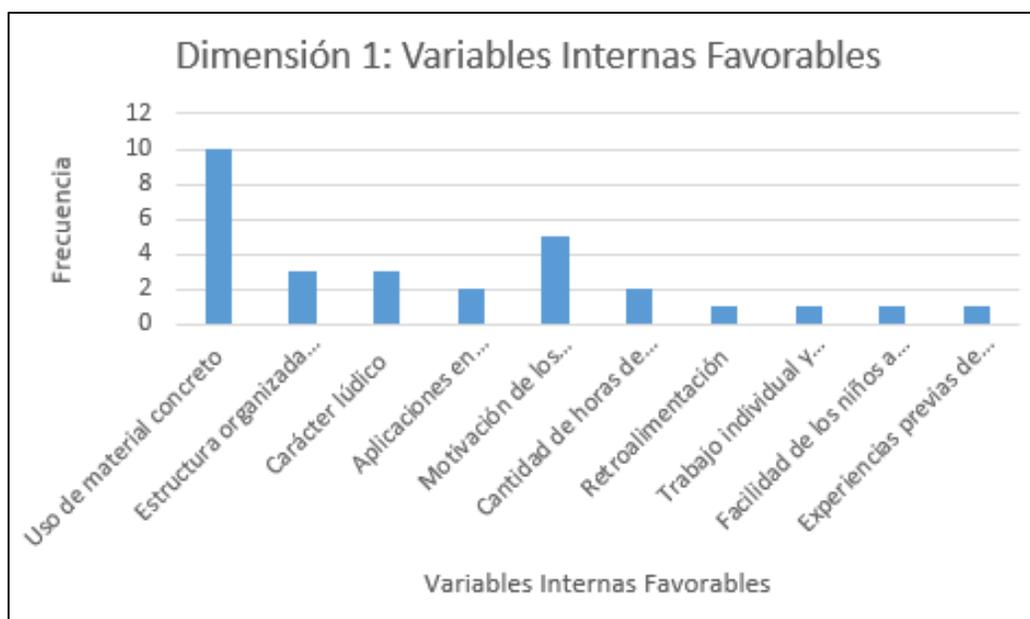
N° Var	Variable	Definición
1	Utilización de material concreto	Posibilidad de utilizar material concreto en el aula
2	Estructura organizada	Estructura organizada del método
3	Carácter lúdico	Carácter lúdico del método
4	Situaciones cotidianas o auténticas	Aplicaciones de la matemática en situaciones auténticas o cotidianas
5	Motivación	Motivación de los estudiantes
6	Cantidad de horas	Cantidad de horas para la enseñanza de la matemática
7	Retroalimentación	Retroalimentación de los objetivos de aprendizaje
8	Trabajo individual y colectivo	Posibilidad de realizar trabajos individuales y colectivos

N° Var	Variable	Definición
9	Adaptación al método	Facilidad de los estudiantes para adaptarse al método o estrategia
10	Experiencias previas	Experiencias previas de los estudiantes con el método

Fuente: Elaboración propia

Dichas variables se presentan con diversas frecuencias en las respuestas de las docentes, lo cual se evidencia en el siguiente gráfico.

**Gráfico N°5: Frecuencia de Variables Internas Favorables**



Fuente: Elaboración Propia

Se observa una prevalencia del uso de material concreto como herramienta para obtener mejores aprendizajes, con una tendencia casi generalizada, 10 docentes de 12 mencionan en sus respuestas a esta variable. En menor medida, 5 de las 12 docentes, mencionan que la motivación de los estudiantes por el aprendizaje de la matemática mediante el método Singapur es clave en el logro de los aprendizajes. Si bien el resto de las variables son mencionadas con menor frecuencia, en el segundo instrumento de recolección de datos, escala tipo Likert, se vuelven a mencionar todas, junto con la frecuencia con las que aparecieron en una primera instancia. Así, todas las docentes podrían observar lo que otras docentes habían mencionado, con la intención de poder validar su importancia y, en caso de no haberlas mencionado antes, puedan darle el valor que consideran, en cuanto al grado de influencia en la ejecución del método Singapur.

De los ítems 1, 2 y 4 del cuestionario 1, se evidencian respuestas que permiten obtener 6 variables de carácter interno y que afectarían de manera desfavorable en la ejecución del método Singapur en la institución. A continuación, en la tabla n°5,

se muestra el listado de dichas variables junto con una breve descripción o definición, construida en base a la interpretación de las respuestas de las expertas.

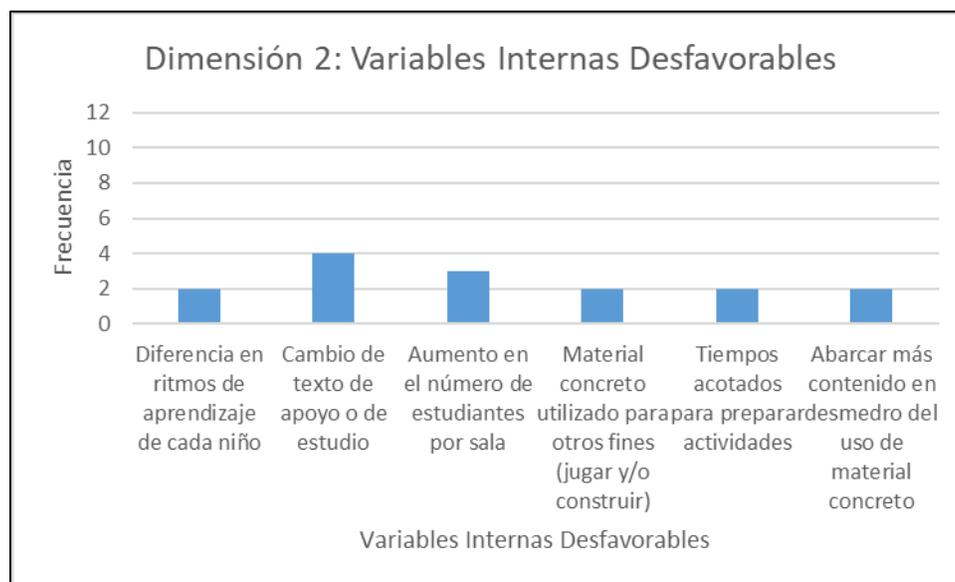
**Tabla N°5: Variables Dimensión 2 Internas Desfavorables**

N° Var	Variable	Definición
11	Diferentes ritmos de aprendizaje	Diferencia en ritmos de aprendizaje de cada niño
12	Cambios en textos de estudio	Cambio de texto de apoyo o de estudio
13	Número de estudiantes por sala	Aumento en el número de estudiantes por sala de clases
14	Material concreto para jugar	Uso de material concreto para otros fines (jugar y/o construir)
15	Tiempos acotados	Tiempos acotados para preparar las actividades de aprendizaje
16	Más contenido, menos uso de material concreto	Abarcar más contenido en desmedro del uso de material concreto

Fuente: Elaboración propia

Dichas variables se presentan con diversas frecuencias en las respuestas de las docentes, siendo observadas con menor frecuencia, lo cual se evidencia en el siguiente gráfico.

**Gráfico N°6: Frecuencia de Variables Internas Desfavorables**



Fuente: Elaboración propia

En cuanto a esta dimensión, no se observa una prevalencia de alguna variable por sobre las demás, siendo el cambio de texto de estudio aquella que se menciona con mayor frecuencia, en 4 ocasiones. En menor medida, 3 de las 12 docentes, mencionan que el aumento en la cantidad de estudiantes por sala influye negativamente en el aprendizaje de la matemática mediante el método Singapur.

Las demás variables sólo son mencionadas en dos oportunidades cada una, pero, al igual que en el caso de las variables de la primera dimensión, en el segundo instrumento de recolección de datos, escala tipo Likert, se vuelven a mencionar todas, junto con la frecuencia con las que aparecieron en una primera instancia, manteniendo la intención de hacerlas visibles al resto, para que puedan dar a conocer su valorización en todas las variables mencionadas por las docentes en el cuestionario.

De los ítems 1 y 5 del cuestionario 1, se evidencian respuestas que permiten obtener 2 variables de carácter externo y que afectarían de manera favorable en la ejecución del método Singapur en la institución. A continuación, en la tabla n°6, se muestran dichas variables junto con una breve descripción o definición, construida en base a la interpretación de las respuestas de las expertas.

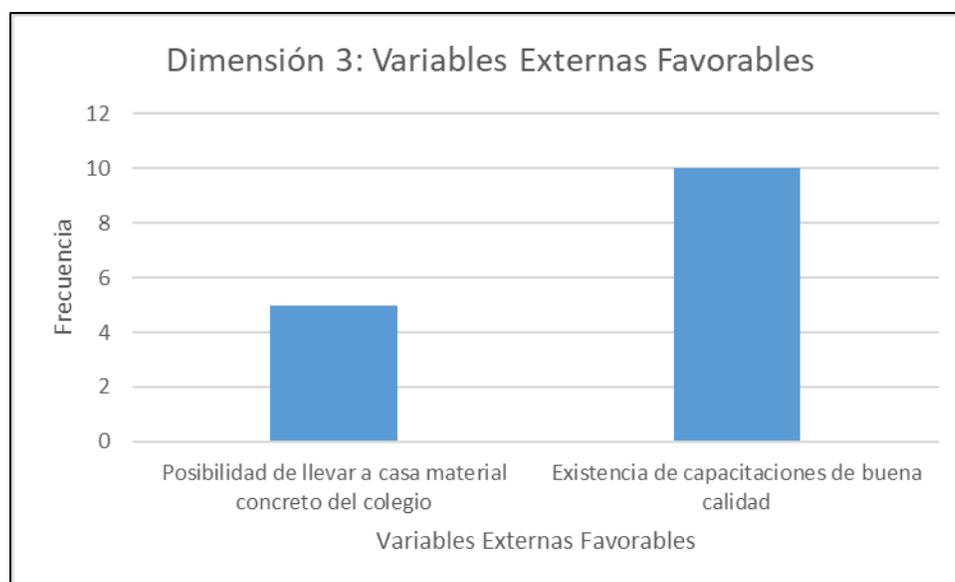
**Tabla N°6: Variables Dimensión 3 Externas Favorables**

N° Var	Variable	Definición
17	Material concreto a casa	Posibilidad de llevar el material concreto del colegio a casa
18	Capacitaciones de buena calidad	Existencia de capacitaciones de buena calidad

Fuente: Elaboración propia

En esta dimensión, a pesar de ser menor la cantidad de variables evidenciadas, presentan frecuencias mayores que otras variables presentes en las demás dimensiones, lo cual se evidencia en el siguiente gráfico.

**Gráfico N°7: Frecuencia de Variables Externas Favorables**



Fuente: Elaboración propia

Se observa que la posibilidad de contar con capacitaciones en el método Singapur de buena calidad, se considera favorable en la implementación de la metodología en la institución, con una tendencia casi generalizada, 10 docentes de 12 mencionan en sus respuestas a esta variable. Cabe mencionar que las capacitaciones realizadas a las docentes han sido impartidas exclusivamente por la entidad mencionada, sin recurrir a otras entidades, por lo que esta valoración positiva puede servir de retroalimentación hacia el ente capacitador. En menor medida, 5 de las 12 docentes, mencionan que la posibilidad de que los estudiantes puedan llevar a sus casas el material concreto disponible en el colegio es positiva para el logro de los aprendizajes en matemática. No se evidencian, en las respuestas de las docentes, otras variables externas que puedan favorecer en la ejecución del método, por lo que se consideran sólo éstas en la escala de Likert.

De los ítems 1 y 5 del cuestionario 1, se evidencian respuestas que permiten obtener 5 variables de carácter externo y que afectarían de manera desfavorable en la ejecución del método Singapur en la institución. A continuación, en la tabla n°7, se exponen dichas variables junto con una breve descripción o definición, construida en base a la interpretación de las respuestas de las expertas.

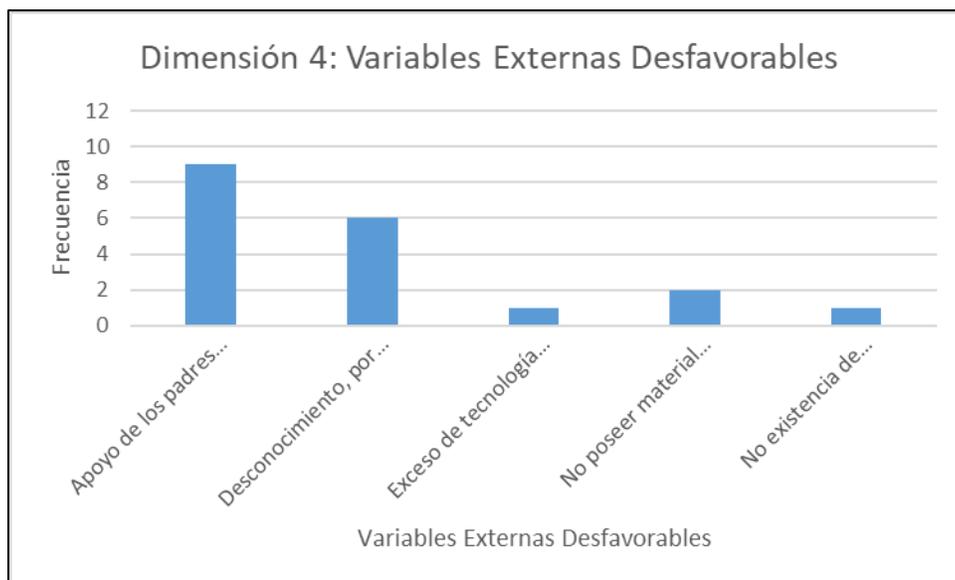
**Tabla N°7: Variables Dimensión 4 Externas Desfavorables**

N° Var	Variable	Definición
19	Apoyo de los padres	Apoyo de los padres mediante métodos distintos a Singapur
20	Lenguaje Técnico	Lenguaje técnico del método, desconocido por los padres y apoyos externos
21	Exceso en el uso de tecnología	Exceso de tecnología que provoca desmotivación por aprender
22	Sin material concreto en casa	No poseer material concreto en casa para aplicar lo aprendido en el colegio
23	Inexistencia de material en internet	Inexistencia de material de apoyo en internet

Fuente: Elaboración propia

Estas variables se presentan con diversas prevalencias, concretamente, hay dos variables que tienen una mayor presencia. Esto se visualiza en el gráfico n°8 que se muestra a continuación.

**Gráfico N°8: Frecuencia de Variables Externas Desfavorables**



Fuente: Elaboración propia

En lo que respecta a esta última dimensión, se observa una prevalencia de dos variables por sobre las demás, siendo el apoyo de los padres mediante métodos distintos al método Singapur aquella que se menciona con mayor frecuencia, en 9 ocasiones. En menor cantidad, pero significativa aún, 6 de las 12 docentes, mencionan que el desconocimiento de los padres del lenguaje técnico del método influye negativamente en el aprendizaje de la matemática mediante el método Singapur. Las demás variables son mencionadas en menos oportunidades, pero, al igual que en el caso de las variables de la primera y segunda dimensión, en el segundo instrumento de recolección de datos, escala tipo Likert, se vuelven a mencionar todas, junto con la frecuencia con las que aparecieron en una primera instancia, manteniendo la intención de hacerlas visibles al resto, para que puedan dar a conocer su valoración en todas las variables mencionadas por las docentes en el cuestionario.

El cuestionario 1 presenta un ítem, el número 3, del cual se esperaba recabar información temprana acerca de las posibles acciones o procedimientos para el proceso de mejora continua, configurando una propuesta curricular que permita mejorar la adquisición de las competencias matemáticas que propone el método, lo cual será considerado al finalizar el análisis de variables, a través del método MICMAC, una vez que se establezcan las variables con mayor prevalencia entre todas las recabadas en el cuestionario 1. Como segunda fase del método Delphi, se procede a aplicar la escala tipo Likert, de la cual se muestran a continuación sus resultados.

## 4.2. Análisis y resultados de Escala tipo Likert aplicada a docentes

La escala de tipo Likert (ver Anexo 2), se construye en base a las evidencias recogidas del cuestionario 1, basándose en la estructura del método Delphi, en el cual se estima que, en esta segunda ronda, se puede establecer una cierta estabilidad en las respuestas de las expertas, sumado con la estabilidad y confiabilidad mostrada por la escala. De esta forma, se construye una escala que considera las 4 dimensiones observadas, de acuerdo con el tipo de influencia, favorable o desfavorable, y si se trata de variables o factores internos o externos a la institución.

La valoración en la escala sigue lo establecido en la literatura, en la que se contemplan 5 niveles o grados, en los cuales el encuestado puede marcar una preferencia. En el caso de la escala utilizada en el presente estudio, se consideraron de manera directa 4 niveles donde clasificar el grado de importancia que se estima que posee cada variable. El quinto valor se considera como valor cero, cuando el experto no considera que la variable influye positiva o negativamente en el desarrollo del método Singapur. Para esto, se le solicita que marque una X en cada variable en la que se estima un cierto grado de importancia. En caso contrario, no debe asignar un valor al grado de importancia.

Los resultados se presentan separadas por dimensión en las tablas, n°8, 9, 10 y 11, las cuales han sido obtenidas a partir de las evidencias de la escala Likert aplicada a las 12 docentes expertas participantes.

En las tablas se presentan: la frecuencia absoluta, es decir, la cantidad de veces que se valora dicha variable; la media, entendida como la suma de los valores observados, dividida por el número de valoraciones realizadas; la desviación estándar o típica, que, de acuerdo con Hernández, Fernández y Baptista (2014, pág. 288), se considera como el “promedio de desviación de las puntuaciones con respecto a la media que se expresa en las unidades originales de medición de la distribución”. Finalmente se considera el coeficiente de variación, que para López-Gómez, se entiende “como la desviación típica de las respuestas dadas a la pregunta dividida por la media” (2018, pág. 28). Este último valor, en conjunto con la media, serán los valores que se considerarán para determinar las variables de entrada a considerar para el análisis mediante el método MICMAC, teniendo en cuenta el criterio de un valor de la media alta, con un coeficiente de variación bajo, en puntos porcentuales, donde se consideran un mínimo de 2 variables por dimensión y un máximo de 5, considerando excepciones en caso de que alguna variable sea significativamente valorada, o por el contrario, no sea suficiente para ser considerada como influyente en el sistema.

**Tabla N°8: Resultados Escala Likert: Frecuencia, Media, Desviación Estándar y Coeficiente de Variación de las Variables Internas Favorables**

<b>Dimensión 1: Internas favorables</b>	<b>f</b>	<b>Media</b>	<b>Desv. Est.</b>	<b>CV%</b>
Uso de material concreto	12	3,917	0,289	7,370
Estructura organizada del método	11	3,417	1,240	36,296
Carácter lúdico	12	3,750	0,452	12,060
Aplicaciones en situaciones auténticas o cotidianas	11	3,500	1,168	33,364
Motivación de los estudiantes	11	3,500	1,168	33,364
Cantidad de horas de asignatura	11	2,917	1,084	37,153
Retroalimentación	11	3,250	1,138	35,021
Trabajo individual y colectivo	10	2,750	1,357	49,338
Facilidad de los niños a adaptarse a un método o estrategia	9	2,250	1,603	71,225
Experiencias previas de los estudiantes	7	1,667	1,670	100,182

Fuente: Elaboración propia

De la dimensión 1, el panel de expertos, considerando los criterios de selección, mayor media y menor coeficiente de variación, considera representativas las siguientes variables:

- Uso de material concreto
- Estructura organizada del método
- Carácter lúdico
- Aplicaciones en situaciones auténticas o cotidianas
- Motivación de los estudiantes

**Tabla N°9: Resultados Escala Likert: Frecuencia, Media, Desviación Estándar y Coeficiente de Variación de las Variables Internas Desfavorables**

<b>Dimensión 2: Internas desfavorables</b>	<b>f</b>	<b>Media</b>	<b>Desv. Est.</b>	<b>CV%</b>
Diferencia en ritmos de aprendizaje de cada niño	11	3,000	1,206	40,202
Cambio de texto de apoyo o de estudio	12	3,250	0,754	23,193
Aumento en el número de estudiantes por sala	9	2,250	1,658	73,703
Material concreto utilizado para otros fines (jugar y/o construir)	8	2,250	1,712	76,100
Tiempos acotados para preparar actividades	12	3,000	1,044	34,816
Abarcar más contenido en desmedro del uso de material concreto	11	2,583	1,165	45,077

Fuente: Elaboración propia

Para la Dimensión 2, el panel de expertos selecciona las siguientes variables, siguiendo los mismos criterios descritos anteriormente:

- Diferencia en ritmos de aprendizaje de cada niño
- Cambio de texto de apoyo o de estudio
- Tiempos acotados para preparar las actividades

**Tabla N°10: Resultados Escala Likert: Frecuencia, Media, Desviación Estándar y Coeficiente de Variación de las Variables Externas Favorables**

<b>Dimensión 3: Externas favorables</b>	<b>f</b>	<b>Media</b>	<b>Desv. Est.</b>	<b>CV%</b>
Posibilidad de llevar a casa material concreto del colegio	6	1,333	1,557	116,775
Existencia de capacitaciones de buena calidad	11	3,333	1,155	34,641

Fuente: Elaboración propia

Para la dimensión 3, el panel de expertos estima que sólo una de las variables presentes sea la que deba incluirse en el posterior análisis mediante MICMAC, debido al bajo valor de la media y al alto coeficiente de variación de la variable “Posibilidad de llevar a casa el material concreto del colegio”. Por otra parte, debido a un alto valor en su media y a un bajo coeficiente de variación, se selecciona entonces a la siguiente variable:

- Existencia de capacitaciones de buena calidad

**Tabla N°11: Resultados Escala Likert: Frecuencia, Media, Desviación Estándar y Coeficiente de Variación de las Variables Externas Desfavorables**

<b>Dimensión 4: Externas desfavorables</b>	<b>f</b>	<b>Media</b>	<b>Desv. Est.</b>	<b>CV%</b>
Apoyo de los padres mediante métodos distintos a Singapur	9	3,000	1,044	34,816
Desconocimiento, por parte de los padres, del lenguaje técnico del método	10	2,833	1,115	39,340
Exceso de tecnología que provoca desmotivación en los estudiantes por aprender	4	1,167	1,749	149,954
No poseer material concreto en casa para aplicar lo aprendido en el colegio	7	1,833	1,697	92,547
No existencia de material de apoyo en internet	8	1,667	1,371	82,241

Fuente: Elaboración propia

El panel de expertos, para la dimensión 4, selecciona las siguientes variables que cumplen con los criterios anteriormente mencionados para su elegibilidad:

- Apoyo de los padres mediante métodos distintos a Singapur
- Desconocimiento, por parte de los padres, del lenguaje técnico del método

Sin embargo, debido a que la variable “Desconocimiento, por parte de los padres, del lenguaje técnico del método” puede verse incluida en la primera variable seleccionada, se considera para su ingreso al análisis mediante MICMAC, sólo a la variable “Apoyo de los padres mediante métodos distintos a Singapur”.

En resumen, se listan las variables a considerar para el análisis mediante el método MICMAC, en la siguiente tabla:

**Tabla N°12: Variables Internas, Externas, Favorables y Desfavorables definitivas, seleccionadas por panel de expertos**

Dimensión	N° Variable	Variable
Internas Favorables	$V_1$	Uso de material concreto
	$V_2$	Estructura organizada del método
	$V_3$	Carácter lúdico
	$V_4$	Aplicaciones en situaciones auténticas o cotidianas
	$V_5$	Motivación de los estudiantes
Internas Desfavorables	$V_6$	Diferencia en ritmos de aprendizaje de cada niño
	$V_7$	Cambio de texto de apoyo o de estudio
	$V_8$	Tiempos acotados para preparar actividades
Externa Favorable	$V_9$	Existencia de capacitaciones de buena calidad
Externa Desfavorable	$V_{10}$	Apoyo de los padres mediante métodos distintos a Singapur

Fuente: Elaboración propia

### 4.3. Análisis y resultados del método MICMAC

Siguiendo la secuencia propuesta por el método MICMAC, las fases de este método se ejecutan de la siguiente manera. En primer lugar, se conforma un panel de expertos, el cual se dedica a enlistar el conjunto de variables que conformarán la matriz. Este listado se realiza a partir de las variables detectadas por medio de Delphi, como proceso previo, por lo cual sólo se llega a consenso sobre la definición de cada una de ellas, su carácter interno o externo, sus implicancias dentro del sistema, su evolución temporal, proyección futura, problemas que ocasionan o que podrían ocasionar y una evaluación de las posibles interrupciones que pudiesen ejecutarse en los diversos escenarios futuros del sistema.

Finalmente, a modo de simplificar su nomenclatura, se le asigna un nombre corto, con el cual funcionarán dentro de la matriz que se ingresa al programa MICMAC, desarrollado por Godet y su equipo de prospectiva francés, lo cual se visibiliza en la siguiente tabla.

**Tabla N°13: Listado de Variables**

N°	Nombre largo	Nombre corto	Descripción
1	Utilización de material concreto	Mat Conc	Se refiere a la posibilidad de utilizar material concreto en el aula
2	Estructura organizada	Estr org	Se refiere a la estructura organizada del método
3	Carácter lúdico	Car lud	Se refiere al carácter lúdico del método
4	Situaciones cotidianas o auténticas	Sit cotid	Se refiere a las aplicaciones en situaciones auténticas o cotidianas
5	Motivación	Mot	Se refiere a la motivación de los estudiantes por el aprendizaje mediante el método
6	Diferentes ritmos de aprendizaje	Ritm Apr	Se refiere a la diferencia en ritmos de aprendizaje de cada niño
7	Cambios en textos de estudio	Texto estu	Se refiere al cambio de texto de apoyo o de estudio
8	Tiempos acotados	Tiem acot	Se refiere a los tiempos acotados para preparar las actividades de aprendizaje
9	Capacitaciones de buena calidad	Capacit	Se refiere a la existencia de capacitaciones de buena calidad
10	Apoyo de los padres	Apoy Pad	Se refiere al apoyo de los padres mediante métodos distintos a Singapur

Fuente: Elaboración propia en software LIPSOR-EPITA-MICMAC

La siguiente etapa contempla vincular las variables en la matriz de análisis estructural, determinando en conjunto con el panel de expertos, el agrado de asociación o de disociación entre cada par de variables, de menos a más, en la escala de 0 a 3, dando espacio a la existencia de alguna relación Potencial, simbolizada con la letra P. Esto se muestra en la siguiente tabla de doble entrada.

**Tabla N°14: Matriz de influencia directa**

	1 : Mat Conc	2 : Estr org	3 : Car lud	4 : Sit cotid	5 : Mot	6 : Ritm Apr	7 : Texto estu	8 : Tiem acot	9 : Capacit	10 : Apoy Pad
1 : Mat Conc	0	1	3	3	3	2	0	0	0	2
2 : Estr org	3	0	3	3	2	2	2	3	0	1
3 : Car lud	3	2	0	3	3	3	0	2	0	0
4 : Sit cotid	2	2	2	0	3	3	0	3	0	P
5 : Mot	2	1	2	2	0	2	0	2	0	1
6 : Ritm Apr	2	2	2	3	2	0	0	2	0	1
7 : Texto estu	3	3	3	3	3	2	0	3	0	2
8 : Tiem acot	3	3	3	3	2	3	3	0	0	2
9 : Capacit	3	3	3	2	2	2	1	0	0	2
10 : Apoy Pad	1	0	1	2	3	1	0	0	0	0

© LIPSOR-EPITA-MICMAC

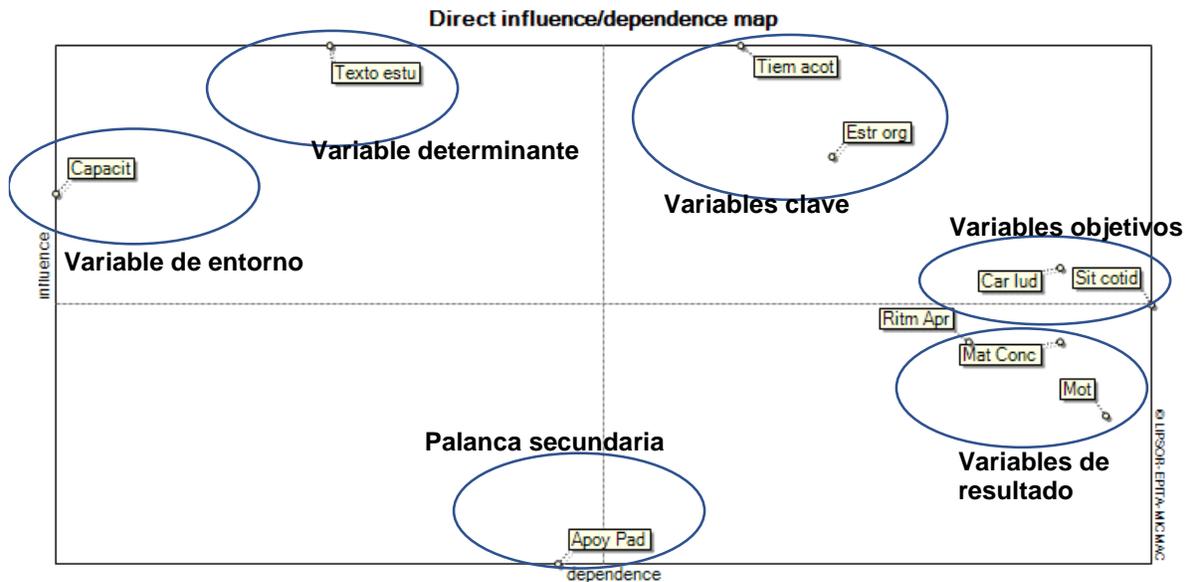
Fuente: Elaboración propia en software LIPSOR-EPITA-MICMAC

En la tabla se aprecian ceros en la diagonal principal (arriba abajo, de izquierda a derecha) debido a que corresponde al grado de influencia de una variable sobre sí misma. En cuanto a los demás valores, se aprecia la estimación que realizó el panel

acerca de la influencia de cada variable de la columna izquierda sobre cada una de las variables de la fila superior.

Se procede así a ejecutar el proceso de iteración, con lo cual se determina el mapa o gráfico de influencia / dependencia, el cual se muestra a continuación.

**Gráfico N°9: Gráfico de influencia / dependencia**



En base al gráfico de influencia / dependencia, se presenta una distribución de las variables que permite clasificarlas de acuerdo con su ubicación en el plano. No se observa un sistema que tienda a ser completamente estable (forma de L), ni tampoco a ser muy inestable (alineación en diagonal creciente), sino que se observa una distribución que posee variables en la mayoría de las categorías y subcategorías, lo cual indica que existen variables que el sistema deba considerar en las posibles acciones a ejecutar.

La distribución de las variables, según la categoría, se presenta a continuación:

**Variables Determinantes.** Se encuentran en la zona superior izquierda del plano de influencia y dependencia, son las variables que según su evolución a lo largo del periodo de estudio se convierten en frenos o motores del sistema, es decir que pudieran ser propulsoras o inhibidoras del sistema. El objetivo es que sean propulsoras y determinen las conductas adecuadas del sistema. En la nube de puntos se identifica la siguiente variable:

- Texto estu (Cambios en textos de estudio)

**Variables de Entorno.** Son las variables con escasa dependencia del sistema, pueden ser consideradas un decorado del sistema, se encuentran en la zona media de la parte izquierda del plano de influencia y dependencia. El objetivo es complementar su valor agregado al sistema. En el estudio se observa la siguiente variable:

- Capacit (Capacitaciones de buena calidad)

**Variables Reguladoras.** Son las variables situadas en la zona central del plano de influencia y dependencia, se convierten en llave de paso para alcanzar el cumplimiento de las variables clave. Determinan el buen funcionamiento del sistema en condiciones normales. Se sugiere evaluar de manera consistente y con frecuencia periódica estas variables. En el estudio no se visualizan de este tipo de variables.

**Palanca secundaria.** Corresponde a un subgrupo de variables, ubicadas bajo las variables reguladoras, ofreciendo un nivel medio de influencia, y baja dependencia. Son menos motrices, es decir, afectan en menor medida a la evolución y funcionamiento del sistema. En el estudio se identifica la siguiente variable:

- Apoy Pad (Apoyo de los padres)

**Variables clave.** Ubicadas en la zona superior derecha, sobre la diagonal, están las variables más motrices del sistema, muy dependientes e influyentes. Es posible observar dos variables en el gráfico:

- Tiem acot (Tiempos acotados)
- Estr org (Estructura organizada)

**Variables objetivos.** Se ubican sobre la línea central, siendo muy dependientes y medianamente motrices. En el gráfico se observan dos variables pertenecientes a esta categoría, las cuales son:

- Car lud (Carácter lúdico)
- Sit cotid (Situaciones cotidianas o auténticas)

**Variables de resultado.** Su característica es tener baja motricidad y alta dependencia, siendo, junto con las variables objetivos, indicadores descriptivos de cómo evoluciona un sistema. En el gráfico se observan tres variables que pertenecen a esta categoría, ellas son:

- Ritm Apr (Diferentes ritmos de aprendizaje)
- Mat Conc (Utilización de material concreto)
- Mot (Motivación)

## Capítulo V: Conclusiones y Recomendaciones

### 5.1. Conclusiones

En este estudio, se hizo referencia el uso del método Singapur para la enseñanza de la matemática, el cual “plantea una metodología de acercamiento que evoluciona desde el uso de material concreto a la representación pictórica del problema y, posteriormente, a la utilización de símbolos y de un lenguaje más abstracto. A partir de este proceso, se espera que los estudiantes puedan reconocer la relación entre los datos y la incógnita del problema, comprenderlo mejor y resolverlo.” (Márquez, Fuentes, Matus Cánovas, Barbé, & Espinoza, 2016)

Respecto a las preguntas de investigación planteadas, ¿La implementación del método Singapur ha sido la adecuada? Y ¿Se está abarcando de manera integral la propuesta metodológica del método, considerando todos los factores o variables, ya sea de carácter interno o externo a la institución? Se concluye de la primera, que, teniendo como base las conversaciones y respuestas del grupo de docentes que implementan el método en la institución, la ejecución ha tenido algunos nudos críticos, no abordados por la institución en cuanto a buscar posibles soluciones ni ha tratar de implementar planes de mejora, basándose en la evidencia de los resultados en pruebas de carácter interno y externo, principalmente en pruebas estandarizadas como la prueba Simce y los Diagnósticos Integrales de Aprendizaje. De la segunda pregunta, se rescata la implementación “purista”, en palabras de las docentes, pensando en que el método se ejecuta en el aula siguiendo el proceso Concreto – Pictórico – Simbólico, partiendo con el material concreto, lo cual es valorado como aspecto positivo, lo que genera gran motivación por parte de los estudiantes.

Respecto al planteamiento del objetivo general, este se desglosaba en cuatro objetivos específicos.

Con relación al primero de estos, que mencionaba el determinar las variables que inciden directa o indirectamente en el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes de la institución, mediante el uso del Método Delphi. Se concluye, en base al desarrollo de los talleres Delphi, que las docentes identifican diversas variables o situaciones de carácter interno y externo a la institución, que pudiesen afectar a la correcta ejecución del método Singapur para el aprendizaje de la matemática.

Estas variables, obtenidas luego de dos sesiones de consulta, son validadas por el panel de expertos, clasificándolas para luego utilizarlas en la construcción de la matriz a utilizar en MICMAC.

El segundo de los objetivos específicos menciona el analizar las relaciones entre las variables clave o críticas, por medio del método de Matriz de Impactos Cruzados Multiplicación Aplicada para una Clasificación (MICMAC). Se pudo concluir con los resultados que el sistema presenta consistencia, hay variables que se manejan dentro de la institución, como lo son el conjunto de variables objetivos y de resultado, las cuales son precisamente lo que se espera lograr con la enseñanza de la matemática por medio de Singapur, generar mayor motivación en los estudiantes, incorporando los diferentes ritmos de aprendizaje, por medio del uso del material concreto. Si bien las variables objetivos, el carácter lúdico del método y la generación de situaciones auténticas o cotidianas, son muy dependientes y medianamente influyentes, son parte de la base del método, pero están influidas por las variables clave, la estructura organizada del método y los tiempos acotados que tienen las educadoras para la planificación de actividades.

Otra de las variables, ampliamente mencionada en las sesiones Delphi, hace mención del apoyo de los padres en casa, por medio de métodos distintos de enseñanza de la matemática, la cual aparece con un nivel medio de influencia y baja dependencia de las demás variables, por lo que no afectaría directamente a aquellas variables clave, ni a las variables de resultado u objetivo.

El tercero menciona el utilizar el análisis estructural prospectivo en diversas instancias, procesos y estamentos colegiales, con la finalidad de generar los proyectos de mejora al interior de la institución. Se concluye que, basándose en la implementación del estudio, es factible realizar mayores instancias de participación del profesorado, donde este tipo de análisis permita visualizar variables que permitan simplificar el abordaje de estrategias de mejora, ya que se busca en aquellas que producen nudos críticos, haciendo énfasis en sus relaciones y en el cómo se afectan entre sí o se ven afectadas por agentes externos.

El cuarto de los objetivos específicos menciona: Diseñar colaborativamente una propuesta curricular que apoye la implementación del método Singapur, con foco en las variables clave obtenidas y en el desarrollo de competencias matemáticas, se pudo concluir con los resultados obtenidos que uno de los principales frenos, que pudiese actuar como motor de la implementación, es el contar con un mejor texto de estudio. Junto con esto, el implementar capacitaciones constantes, sobre todo a los docentes que se incorporan a la institución, ya que se identifica como variable con alta influencia, poca dependencia de las demás, debido a que se trata de una variable de entorno, pero que incide en muchas otras, sobre todo en la implementación del método en la sala de clases.

Finalmente, respecto al Objetivo general, que era el “Determinar las variables que inciden directamente en la implementación efectiva del método Singapur en la institución educativa, con la finalidad de realizar una propuesta curricular que propicie mejoras en los resultados educativos.” Se concluye en base a los resultados obtenidos que se pudo identificar variables, como los tiempos acotados

y el cambio del texto de estudio, que inciden en la correcta ejecución del método, en particular para el diseño de situaciones auténticas, que permitan un correcto desarrollo de las competencias matemáticas, de la mano del carácter lúdico del método, pero sin dejar de lado la estructura CPA, base de la metodología.

Estas situaciones son consideradas como base de las recomendaciones que se mencionan a continuación, como parte del plan de mejora para la implementación curricular de la asignatura de matemática.

## **5.2. Recomendaciones**

Es necesario implementar planes de capacitación frecuentes, constantes y actualizadas sobre la metodología Singapur, por parte de instituciones externas capacitadoras, como lo es el Instituto Félix Klein, dependiente de USACH, u otra similar. Estos planes apuntan a los y las docentes que se incorporan a la institución y que desconocen la metodología, pero también a los docentes en ejercicio, principalmente para actualizar y compartir prácticas efectivas de aula, a fin de generar mejores procesos de enseñanza – aprendizaje de la matemática.

Por otra parte, se recomienda una revisión de los textos de estudio, previo a la adquisición de tales, ya que como institución se realiza una compra masiva, en la cual todos trabajan con una misma editorial. Esta revisión es solicitada por el equipo de docentes, para que efectivamente se ajuste a lo que esperan implementar en el aula, como parte de lo que la metodología propone y no desde lo que un texto de apoyo establece. Surge también la propuesta de generar un texto de autoría propia, donde cada docente aporte a su construcción, por nivel educativo, previo acuerdo con el ente rector. Esta propuesta ha sido parte del diálogo entre pares en diversas instancias, inclusive dentro de las sesiones Delphi, razón por la cual se le atribuye una gran influencia y una baja dependencia a la variable texto de estudio, dado que la decisión de utilizar uno u otro texto de estudio se basa casi exclusivamente en decisiones congregacionales.

Finalmente, se propone realizar este tipo de investigaciones a modo de innovación en los procesos internos de la institución, en pos de mejorar significativamente los aprendizajes de los estudiantes en la asignatura de matemática. Junto con ello, resulta fundamental la participación de toda la comunidad educativa para la mejora continua de la innovación. En este sentido, se consideran pilares fundamentales para el éxito de esta iniciativa el trabajo colaborativo e interdisciplinario entre los docentes y estudiantes, el desarrollo de las habilidades y la competencia matemática.

En este contexto, la innovación se puede transferir a las demás áreas curriculares, puesto que la lógica de determinación de variables internas y externas que afectan la implementación curricular no está ligada únicamente al área de matemática. Sin duda difundir la idea innovadora a todas las disciplinas y niveles de enseñanza

provocará una mejora significativa en los resultados obtenidos en mediciones internas y externas, posicionando a la institución educativa en una entidad dedicada totalmente al logro de los aprendizajes de sus estudiantes, donde todos los actores de la comunidad educativa tendrán acceso y participación al éxito de la misma bajo los niveles de desempeño establecidos en el proyecto.

La innovación se promoverá a nivel institucional involucrando al equipo de gestión, docentes del área específica, docentes de otras disciplinas curriculares, padres de familia y estudiantes quienes participarán asiduamente en diversos espacios formativos sobre metodologías activo-participativas, método Singapur, estrategias evaluativas y desarrollo curricular por competencias. Asimismo, brindarán las aportaciones pertinentes para el diseño de situaciones auténticas, la construcción de proyectos interdisciplinarios a fin de potenciar la competencia matemática y la especificación de los ambientes de aprendizaje en que se desarrollarán las situaciones auténticas.

Por su parte, la continuidad a la misma se realizará a través del desarrollo constante de jornadas de reflexión que tendrán como propósito revisar la optimización y mejora de la innovación; en consecuencia, se podrán determinar los resultados parciales del desarrollo de las situaciones auténticas según los contextos cotidianos.

Finalmente, para el éxito de una transferencia equilibrada es necesario evaluar los riesgos asociados a la implementación del proyecto innovador. En este sentido, la resistencia de la organización al cambio representa un factor ineludible en cualquier proceso de cambio, los profesores del área de matemática se pueden mostrar con la mejor disposición para desarrollar la innovación, sin embargo, los más arraigados a su metodología de trabajo acostumbrada y la poca colaboración de los docentes de otras disciplinas curriculares puede ser un factor que se vislumbre en el avance de la misma. En este caso es pertinente evaluar la magnitud del cambio a implementar, así como la progresión de hitos formativos para todo el nivel y por supuesto la resistencia al cambio.

## FUENTES DE INFORMACIÓN

### Fuentes Bibliográficas

- Alarcón Leiva, J., Hill, B., & Frites, C. (2014). Educación basada en Competencias: Hacia una pedagogía sin dicotomías. *Scielo*, 35(127), 569-587. Obtenido de <https://www.scielo.br/j/es/a/Nk3ycyQgQDj8Ks5WNmv6pvJ/?format=pdf&lang=es>
- Altuve, S. (1990). *Metodología de la Investigación. Módulo Instruccional*. Caracas: Universidad Experimental Simón Rodríguez.
- Arcade, J., Godet, M., Meunier, F., & Roubelat, F. (1999). Análisis estructural con el método MICMAC y Estrategia de los actores con el método MACTOR. (J. C. Glenn, Ed.) *Metodología de Investigación de Futuros*, 165-233.
- Ballesteros Riveros, D. P., & Ballesteros Silva, P. P. (2008). Análisis estructural prospectivo aplicado al sistema logístico. *Scientia et Technica*, 194-199.
- Banco Mundial. (5 de Mayo de 2022). *Datos*. Obtenido de Banco Mundial: <https://datos.bancomundial.org/indicador/sp.pop.totl?locations=SG>
- Bavaresco de Prieto, A. (2013). *Proceso Metodológico en la Investigación (Cómo hacer un Diseño de Investigación)* (Sexta ed.). Maracaibo, Venezuela.
- Briones, G. (1996). *Metodología de la investigación cuantitativa en las ciencias sociales*. Bogotá: INSTITUTO COLOMBIANO PARA EL FOMENTO DE LA EDUCACIÓN SUPERIOR, ICFES.
- Cornejo, R., & Redondo, J. (2007). Variables y factores asociados al aprendizaje escolar. Una discusión desde la investigación actual. *Estudios Pedagógicos*, XXXIII(2), 155-175.
- Corvalán, O., Tardif, J., & Montero, P. (2013). *Metodologías para la innovación curricular universitaria basado en el desarrollo de competencias*. DF México, México: ANUIES.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, M. (2014). *Metodología de la Investigación*. México D.F.: McGraw Hill Education.
- López-Gómez, E. (2018). El método Delphi en la investigación actual en educación: una revisión teórica y metodológica. *Educación XXI*, 17-40.
- Manríquez, L. (2012). ¿Evaluación en competencias? *Estudios Pedagógicos*, 38(1), 353-366.

- Márquez, F., Fuentes, J., Matus Cánovas, C., Barbé, J., & Espinoza, L. (2016). Qué y cuánto aprenden de matemáticas los estudiantes de básica con el Método Singapur: evaluación de impacto y de factores incidentes en el aprendizaje, enfatizando en la brecha de género. *Calidad en la educación*, 90-131.
- Martínez Montero, J. (2008). *Competencias básicas matemáticas: una nueva práctica*. Madrid: Wolters Kluwer España.
- MINEDUC. (2019). *Fundamentos Bases Curriculares para 3° y 4° Medio. Plan de Formación General. Plan de Formación Diferenciada Humanista-Científico*. UCE, Unidad de Currículum y Evaluación. Santiago: Ministerio de Educación.
- Ministry of Education Singapore. (2012). *Primary Mathematics Teaching and Learning Syllabus*. Curriculum Planning and Development Division.
- Ministry of Education Singapore. (2013). *Primary Mathematics Teaching and Learning Syllabus*. Curriculum Planning and Development Division.
- Ministry of Education Singapore. (2020). *MATHEMATICS SYLLABUS Primary One to Six*.
- Oviedo, H., & Campo-Arias, A. (Diciembre de 2005). *Aproximación al uso del coeficiente alfa de Cronbach*. Recuperado el 20 de Mayo de 2022, de [http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0034-74502005000400009](http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0034-74502005000400009)
- Reguant-Álvarez, M., & Torrado-Fonseca, M. (2016). El método Delphi. *Revista d'Innovació i Recerca en Educació*, 87-102.
- Obtenido de <http://dx.doi.org/10.35381/r.k.v6i3.1339>
- Solar, H., Rojas, F., & Ortiz, A. (2011). Competencias Matemáticas: Una línea de investigación. *Conferencia Interamericana de Educación Matemática*. Recife.
- Tardif, J. (2008). Desarrollo de un programa por competencias: De la intención a su implementación. *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*, 1-16.
- Zapatera, A. (2020). EL MÉTODO SINGAPUR PARA EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS. ENFOQUE Y CONCRECIÓN DE UN ESTILO DE APRENDIZAJE. *LA PSICOLOGÍA ANTE RETOS DE FUTURO. ABRIENDO CAMINOS*, 263-273.
- Zúñiga, G. (2013). *Metodología Singapur: el caso del Método del Modelo de Barras. Una mirada Socioepistemológica*. Valparaíso.

## ANEXOS

### Anexo 1: Cuestionario 1 de Respuesta Abierta

Estimada colega:

Se solicita responder a cada una de las siguientes interrogantes, recordando su rol como docente de matemática por medio de Método Singapur en el o los niveles que atiende. Se espera que sus respuestas puedan dar a conocer los beneficios, dificultades y posibles mejoras que usted visibiliza en la aplicación del método en el aula.

Fase 1 de definición:

1ª Consulta:

1. ¿Cuáles son las variables internas y externas que considera que influyen favorable ó desfavorablemente en la generación del aprendizaje de la matemática en sus estudiantes?

2. ¿Cuáles han sido las principales dificultades que usted tuvo en el proceso de implementación del método Singapur?

3. ¿De qué manera cree usted que es posible solucionar dichas dificultades?

4. ¿Qué cambios tuvo que realizar en sus prácticas pedagógicas para integrar el método Singapur al proceso de enseñanza y aprendizaje?

5. ¿Qué conocimientos deberían adquirir los nuevos docentes en su formación (inicial y continua) para cumplir con estas nuevas exigencias?

## Anexo 2: Cuestionario tipo Escala de Likert

2ª Consulta:

Estimada colega:

Teniendo como base las respuestas de la 1ª Consulta, en particular a la siguiente: “¿*Cuáles son las variables internas y externas que considera que influyen favorable ó desfavorablemente en la generación del aprendizaje de la matemática en sus estudiantes?*”, el grupo ha reflejado sus aportes por medio de variables que pueden ser clasificadas en 4 dimensiones (Internas favorables, Internas desfavorables, Externas favorables y Externas desfavorables)

A continuación, se muestran las categorías que el grupo ha mencionado en cada dimensión y su frecuencia de aparición ( $f$ ). Le solicito que confirme y valore cada una de ellas

Señale con una X si está de acuerdo en que se trata de una variable que influye favorable o desfavorablemente en el aprendizaje de la matemática en sus estudiantes			Grado de Importancia			
Dimensión 1: Internas favorables	$f$	Si (X)	Muy Poco	Poco	Bastante	Muy
			Valore			
Uso de material concreto	10		1	2	3	4
Estructura organizada del método	3		1	2	3	4
Carácter lúdico	3		1	2	3	4
Aplicaciones en situaciones auténticas o cotidianas	2		1	2	3	4
Motivación de los estudiantes	5		1	2	3	4
Cantidad de horas de asignatura	2		1	2	3	4
Retroalimentación	1		1	2	3	4
Trabajo individual y colectivo	1		1	2	3	4
Facilidad de los niños a adaptarse a un método o estrategia	1		1	2	3	4
Experiencias previas de los estudiantes	1		1	2	3	4

Dimensión 2: Internas desfavorables	<i>f</i>	Si (X)	Muy Poco	Poco	Bastante	Muy
			Valore			
Diferencia en ritmos de aprendizaje de cada niño	2		1	2	3	4
Cambio de texto de apoyo o de estudio	4		1	2	3	4
Aumento en el número de estudiantes por sala	3		1	2	3	4
Material concreto utilizado para otros fines (jugar y/o construir)	2		1	2	3	4
Tiempos acotados para preparar actividades	2		1	2	3	4
Abarcar más contenido en desmedro del uso de material concreto	2		1	2	3	4
Dimensión 3: Externas favorables	<i>f</i>	Si (X)	Muy Poco	Poco	Bastante	Muy
			Valore			
Posibilidad de llevar a casa material concreto del colegio	1		1	2	3	4
Existencia de capacitaciones de buena calidad	3		1	2	3	4
Dimensión 4: Externas desfavorables	<i>f</i>	Si (X)	Muy poco	Poco	Bastante	Muy
			Valore			
Apoyo de los padres mediante métodos distintos a Singapur	9		1	2	3	4
Desconocimiento, por parte de los padres, del lenguaje técnico del método	6		1	2	3	4

Exceso de tecnología que provoca desmotivación en los estudiantes por aprender	1		1	2	3	4
No poseer material concreto en casa para aplicar lo aprendido en el colegio	2		1	2	3	4
No existencia de material de apoyo en internet	1		1	2	3	4