



UNIVERSIDAD DE TALCA
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL EN MINAS

**EFECTO DE LA ESTIMACIÓN MULTIVARIABLE DE KRIGING DE LA
INTENSIDAD DE FRACTURA Y CV**

MARTINA ISIDORA CERECEDA VIDAL

**MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERA CIVIL DE MINAS**

PROFESOR GUÍA

Dr. Amin Hekmatnejad

CURICÓ-CHILE

2021

CONSTANCIA

La Dirección del Sistema de Bibliotecas a través de su encargado Biblioteca Campus Curicó certifica que el autor del siguiente trabajo de titulación ha firmado su autorización para la reproducción en forma total o parcial e ilimitada del mismo.



Two circular official stamps and handwritten signatures in blue ink. The left stamp is from the 'DIRECCIÓN SISTEMA DE BIBLIOTECAS UNIVERSIDAD DE TALCA' and the right stamp is from the 'SISTEMA DE BIBLIOTECAS CAMPUS CURICO'.

Curicó, 2022

RESUMEN

Dentro del análisis de parámetros geotécnicos como es el caso de intensidad de fracturas presentes en los macizos rocosos, estos corresponden a estudios fundamentales para la toma de decisiones tales como la fragmentación inducida y/o el hundimiento presentado en los actuales modelos geomecánicos en método de explotación subterráneos.

La importancia de utilizar técnicas adecuadas para la estimación de estos parámetros, abarcan la selección de información que represente claramente la base de estudio. En el caso de las herramientas geoestadísticas, se considera la naturaleza de la variable, como en el caso de la aditividad y la direccionalidad.

La base de datos corresponde al valor de intensidad de fractura determinado por P_{32} y la variable CV, correspondiendo respectivamente a superficie de fractura por unidad de volumen y un vector normal al plano de fractura; encontrándose un set de fracturas con vectores unitarios de los cuales enfatiza su análisis en la direccionalidad de la ubicación paralela o no paralela de los polos.

Dichas variables se referencian con coordenadas presentes en X, Y, Z en el espacio.

Para este estudio se analizará la correlación existente entre las variables de intensidad de fracturas, de las cuales se estimarán por Kriging y luego Co-Kriging en el caso de asumir la correlación existente entre ellas.

La metodología de estudio busca la mejor estimación geoestadística presente dentro de las aplicadas en la base de datos otorgada, comparando los resultados obtenidos a lo largo de la memoria mediante variogramas, análisis exploratorio de datos, gráficos pertinentes, estadísticas y claramente poder asumir las ventajas y desventajas de la realización de estimación por Kriging Ordinario por cada variable (P_{32} y CV) por si sola junto con la estimación por Co-Kriging asumiendo la correlación presente entre ellas.

Finalmente se obtendrá un comportamiento general de las variables de interés mediante estimación geoestadística, considerando la reducción del error mejorando el modelamiento interpretativo de ambas estimaciones en estudio.

AGRADECIMIENTOS

En general debo agradecer a todos aquellos mentores que aportaron día a día durante mis años de estudio en la Universidad de Talca tanto académica y emocionalmente, por su empatía, dedicación, energía, conocimientos, tolerancia en momentos de estrés y tensión semestral.

Es muy importante para mí, el haberme sentido capaz de cumplir mis metas gracias a la docencia de la universidad en general, todos aquellos profesores que depositaron un grano de confianza en mis capacidades, aquellos que también corrigieron mis errores a lo largo de los cinco años de estudio y la comprensión total por algunos inconvenientes que surgieron en el camino.

Gracias a todos ustedes, por guiarme para ser una profesional y sentirme satisfecha con lo aprendido durante todo este tiempo, por las noches de desvelo para obtener la aprobación académica, por darme el aliento a nunca desertar y luchar día a día por mí misma, a demostrarme que, si, es posible surgir en la vida, destacar con la humildad siempre por delante y por sobre todo justificar con fundamentos válidos maduramente cada episodio del transcurso de mis estudios.

Fueron años de estudio llenos de felicidad, compañerismo, risas, aprendizaje, crecimiento personal, madurez, etc; momentos que siempre llevaré en mi memoria, momentos que más de alguna vez me demostraron lo certero que fue seguir mis estudios luego de ser mamá y nunca darme por vencida hasta en el peor evento que pudo haber surgido, jamás sentí desgano, jamás deserté. Nuevamente gracias.

DEDICATORIA

Esta memoria va dedicada principalmente a mi otra mitad, mi hija Agustina, la cual fue, es y será el motor de mi vida, acompañándome desde mi inicio de embarazo en mis estudios, por hacerme una mamá capaz y fuerte, por darme motivos para demostrarte que gracias a ti en mayor parte soy lo que soy hoy en día, por hacerme tolerante a cuidarte junto con estudiar día y noche sin fallar en ningún momento, por esos desvelos juntas con el objetivo de cumplir uno de mis sueños, para ti hija mía.

También a mi familia, mamá, gracias por hacerme una mujer fuerte, por decirme objetivamente tus puntos de vista y demostrarme que gracias a ti nada me hace débil, absolutamente nada, por tu carácter envidiable que siempre tendré de ejemplo para adversidades de la vida, eres la mejor. Catalina, gracias por darme ese empujón de hermana, por sentirte orgullosa de mí, de mis logros y capacidades, por ser otro ejemplo en mi vida debido al éxito que has conseguido a tu corta edad, demostrándome que todo es posible con pasión y coraje, te adoro hermana. Abuela, gracias por ser una gran mujer y velar por el cuidado de mi hija mientras yo muchas veces me encontré estudiando o en clases, por hacerte cargo de mí durante todo este tiempo, por ser una abuela ejemplar, siempre te lo agradeceré. Papá, gracias por tu amor, tu cariño, tu ánimo, por preocuparte de mi hija, ser un abuelo tremendo y demostrarme tu carisma siempre, tu felicidad, por eso, te quiero mucho.

Por último, agradecer a Nicolás, por estar presente durante todo mi transcurso académico, por tener esa paciencia para explicarme a base de tus grandes conocimientos todas mis dudas respecto a mis estudios, por desvelarte conmigo reiteradas veces para poder aprobar mis ramos, por todas esas noches ayudándome en proyectos, acompañarme en mis peores momentos, ser mi compañero y nunca dejarme sola a pesar de todo, por ser un papá ejemplar. Gracias a ti comprendí muchísimo, gracias a tu incondicional ayuda durante estos años y por sobre todo demostrarme y transmitirme el gusto por la minería, gracias Nico.

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN.....	i
AGRADECIMIENTOS	ii
DEDICATORIA	iii
TABLA DE CONTENIDO	iv
INTRODUCCIÓN	1
OBJETIVOS	2
Objetivo General	2
Objetivos Específicos.....	2
ALCANCES.....	3
REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	4
Geoestadística	4
Aditividad.....	4
Noción de Soporte.....	5
Variograma Experimental	5
Variograma Modelado.....	7
Variogramas Directos y Cruzados.....	9
Estimadores Lineales.....	10
Otros Tipos de Interpolación.....	16
Geotécnia y Parámetros Geotécnicos	17
Discontinuidades	21
Discrete Fracture Network (DFN).....	22
Parámetros para la construcción de un DFN	23
P_{10} y P_{32}	24
Propiedades de DFN.....	24
Varianza Circular	25
METODOLOGÍA	26
ANÁLISIS DE ESTUDIO DE LAS VARIABLES P_{32} Y CV	27
Recepción y Validación de Base de Datos	28
Distancias Compósitos Variables P_{32} y CV.....	30
Análisis Exploratorio de Datos (EDA).....	31
Ubicación en el espacio.....	31
Distribución estadística de valores	33

Medidas de Dispersión.....	34
Nube de Dispersión.....	35
Nube Direccional.....	36
Derivas P_{32} y C.V.....	39
Probability Plot.....	43
Datos Escapados (Outliers).....	45
Variografía.....	51
Validación Cruzada.....	79
Determinación de planes de búsqueda.....	80
Estimación por Kriging Ordinario y Co-Kriging.....	91
ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	94
Validación Global.....	94
P_{32} y CV% muestras reales.....	94
P_{32} y CV (Estimación por Kriging Ordinario).....	95
P_{32} y CV (Estimación por Co-Kriging).....	96
P_{32} y CV (Vecino más Cercano).....	97
Resumen Estimaciones.....	98
Validación Local.....	99
P_{32} por Kriging Ordinario.....	99
P_{32} por Co-Kriging.....	102
P_{32} Co-Kriging-Vecino más Cercano.....	106
CV por Kriging Ordinario.....	107
CV por Co-Kriging.....	110
CV Kriging Ordinario-Vecino más Cercano.....	113
CV Co-Kriging-Vecino más Cercano.....	114
Validación Visual.....	119
P_{32} Estimación Kriging Ordinario.....	119
P_{32} por Co-Kriging.....	120
CV por Kriging Ordinario.....	121
CV por Co-Kriging.....	122
CONCLUSIONES.....	129
PLANIFICACIÓN.....	130
BIBLIOGRAFÍA.....	131

INTRODUCCIÓN

Dentro de las etapas más importantes de un proyecto minero, es estudiar la factibilidad de su puesta en marcha, construcción y producción. La factibilidad es definida por las variables obtenidas a partir de las campañas de exploración y prospección realizadas con anterioridad y que poseen una alta inversión, tales como la alteración, litologías, leyes, entre otros.

La geoestadística y las técnicas del Kriging, en general, permiten interpolar y cuantificar la incertidumbre de la estimación de estas variables. Si las variables regionalizadas están contenidas en un mismo soporte o regularizadas y/o están medidas en una misma dirección, entonces pueden ser estimadas a partir de métodos de interpolación geoestadísticos.

En el contexto de los proyectos mineros subterráneos por hundimiento, una de las formas de entender el comportamiento del macizo rocoso durante la propagación del caving, sea por el método de hundimiento cual sea, es a través del modelamiento numérico Synthetic Rock Mass (SRM), el cual utiliza 3 sub-modelos; el modelo de partículas Bonded Particle Model (BPM) para la representación de roca intacta, el modelo Smooth Joint Contact Model (SJCM) para representar las propiedades mecánicas de las discontinuidades, y por último el Discrete Fracture Network (DFN) que representa la dirección, orientación e intensidad de dichas fracturas y discontinuidades.

Para cuantificar la intensidad de fracturamiento, actualmente se utiliza la intensidad de fractura o P_{32} (superficie de fractura por volumen [m^2/m^3]) ya que dicha variable es aditiva y no direccional. De la misma manera, existe el concepto de Varianza Circular (CV) el cual mide que tan variable son las direcciones de los sets de fracturas, y de esta manera definir si existirán colgaduras, caída de rocas, etc. Estas variables son importantes para definir las condiciones de hundimiento o Caving en los actuales métodos subterráneos del actual siglo tales como Panel, Block o Sublevel Caving.

El presente trabajo se centra en una base de datos proporcionada por simulaciones realizadas en software Fracman, a través de la generación de fracturas y sondajes en diversas direcciones y así entregar los valores de P_{32} – CV. El propósito principal de este trabajo es estimar por Kriging Ordinario (KO) y Co-Kriging (CK) Ordinario ambas variables a través de una estimación puntual en un modelo de bloques de 20 x 20 x 20 y así comparar los resultados obtenidos, destacando el impacto en la metodología de la estimación, aspectos geoestadísticos y aplicación minera.

OBJETIVOS

Objetivo General

- Realizar una estimación de P_{32} y CV por Kriging Ordinario cada una por si sola y Co-Kriging en conjunto y comparar los resultados obtenidos desde un punto de vista geoestadístico y minero.

Objetivos Específicos

- Validar la base de datos y establecer los alcances requeridos para realizar la estimación.
- Realizar un Análisis Exploratorio de Datos (EDA) y Análisis Estructural (Variografía) para cada una de las variables y por ambos métodos de estimación.
- Determinar los mejores planes de búsqueda para ambos métodos de estimación (Validación Cruzada)
- Ejecutar la estimación por KO y CK.
- Validar ambas estimaciones y realizar las comparaciones correspondientes.

ALCANCES

- La base de datos proporcionada es una información generada a partir de una simulación realizada con la ayuda del software Fracman, por lo que, a priori los valores de las muestras y a obtener en todo el presente trabajo, pueden escapar de la realidad en caso concretos de la minería.
- La variable CV es un parámetro prácticamente nuevo (Dr. Amin Hekmatnejad) dentro del estudio de las fracturas y el DFN aplicado en minería subterránea.
- La base de datos evidencia compósitos no regularizados a un tamaño constante, el tamaño del compósito tiende a ser de 1 m y 2 m, pero no está definido como tal. De acuerdo con las restricciones de la geoestadística, la propiedad de aditividad para ambos parámetros sería nula al no contenerse en soportes con tamaño regular (regularización), y, a priori, la variabilidad estructural para cada parámetro es intrínseca, entregando valores de efecto pepa muy elevados. Para el presente trabajo, se forzará a asumir que el muestreo simulado esta regularizado a 1 m.
- No existe una topografía asociada a la base de datos para limitar el modelo de bloques en los collares de los sondajes proporcionados, por lo que, a priori, existirán bloques en el “aire” o por sobre los sondajes, generando una sobreestimación en el espacio.
- Las estimaciones realizadas en este trabajo solo contemplan una primera pasada, debido al tratamiento de variables geotécnicas que no requieren ser categorizadas como recursos (Ley de cobre total).

REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

Dentro de la geotecnia, el comportamiento de las rocas depende de factores presentes como su porosidad, contenido de agua, temperatura, etc. Así también las discontinuidades como planos débiles (planos de estratificación, diaclasas, foliación, orientación de minerales) controlando el comportamiento de la geomecánica de los macizos rocosos (Bienawski, 1978). Es por esto por lo que existe diferencia entre roca intacta y macizo rocoso, basándose en la ausencia de irregularidades e influencia en el comportamiento geomecánico en el caso de roca intacta, mientras que el macizo rocoso presenta estructuras geológicas que alteran su comportamiento como tal.

Geoestadística

La geoestadística se define como el estudio de fenómenos regionalizados, es decir, que se extienden en el espacio y presentan una cierta continuidad. Por “espacio”, entenderemos en general el espacio geográfico, pero puede también tratarse del eje temporal o de espacios más abstractos. El objeto sobre el cual trabajaremos será una descripción matemática del fenómeno regionalizado, a saber, una o varias funciones numéricas llamadas variables regionalizadas, que miden ciertas propiedades o atributos relacionados con este fenómeno. El concepto de geoestadística se basa en el estudio de la información de la superficie terrestre, dando relación al estudio que conlleva el material rocoso presente en ella y estimar la relación de las variables asociadas. Estudiar las variables geotécnicas como variables regionalizadas por métodos geoestadísticos debe tener claridad sobre la naturaleza de ellas, restricciones, particularidades, etc.

La información disponible dentro del análisis geoestadístico debe ser abarcada por etapas, la primera es identificar el análisis exploratorio de datos (EDA) con la finalidad de ubicar o localizar espacialmente los datos, su variabilidad, observaciones, etc. Luego de esto se determinan los procedimientos asociados y en este caso de manera experimental utilizando una base de datos y la observación de los parámetros que contenga en profundidad.

Para el análisis estructural se considera la no dependencia de las variables de estudio, es decir, el valor en un sitio posee relación con las o la variable de estudio por lo que se define una estructura espacial, esta estructura se puede describir matemáticamente a través de un variograma.

Aditividad

Se considera que una variable es aditiva cuando se cumple la siguiente condición: se conoce la variable $Z(x)$ en dos soportes V_1 y V_2 , con valores medios respectivos Z_1 y Z_2 , entonces el valor medio de la variable Z en el soporte homogeneizado $V_1 \cup V_2$ es igual al promedio ponderado de Z_1 y Z_2 .

Ejemplos de variables relacionadas con el rubro minero no aditivas son: el work index (índice de trabajo), la recuperación metalúrgica y la solubilidad en yacimientos de óxidos de cobre.

Noción de Soporte

Una variable regionalizada puede definirse, no sólo en cada punto del espacio, sino que también en una superficie (2D) o en un volumen (3D). La superficie o el volumen sobre el cual se considera la variable regionalizada se denomina soporte. En general, el soporte de las mediciones es muy pequeño (asimilado a un “punto”), mientras que el que interesa en la práctica puede ser más voluminoso (por ejemplo, las unidades selectivas de explotación en evaluación minera o las unidades de remediación en contaminación de suelo). Esta noción es esencial debido a la dependencia que existe entre el soporte y la distribución estadística de los valores, conocida como efecto de soporte: los soportes voluminosos presentan una menor cantidad de valores extremos y una mayor cantidad de valores intermedios que los soportes puntuales. Así, la distribución de los valores (en especial, su varianza) depende del soporte sobre el cual está definida la variable regionalizada. Este efecto queda ilustrado en la Figura 2, que muestra la distribución de la ley de cobre en un yacimiento medida sobre tres soportes distintos. Se observa que la forma del histograma tiende a simetrizarse cuando aumenta el soporte y que la varianza disminuye, aunque se mantiene constante el valor promedio.

Variograma Experimental

Un Variograma Experimental es una función que considera la distancia y dirección, asimila la similitud de los datos que se encuentran a una distancia h en una dirección determinada. Con esto se cuantifica la continuidad espacial de la variable.

A medida que aumenta la cercanía de las variables en su distancia, se infiere que el Variograma aumente con h por la similitud que presentan los datos.

Las variables (Ilustración 1) que conforman un Variograma son las siguientes:

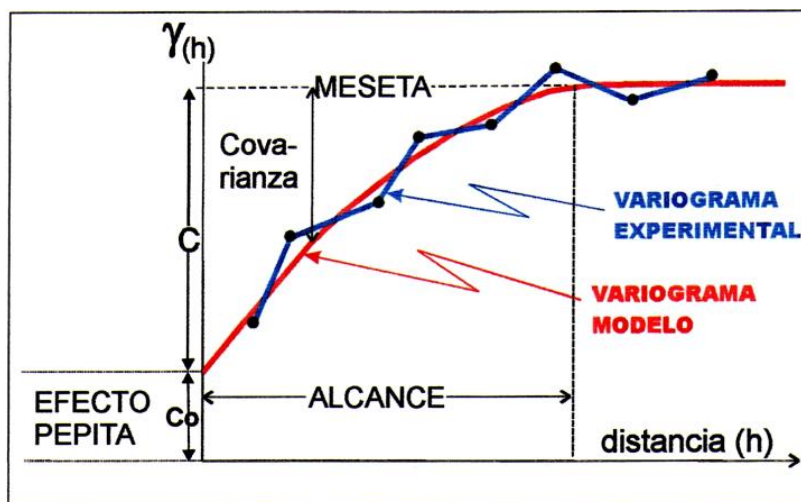


Ilustración 1: Variables y gráfica de un Variograma (Poppe, 2020).

Donde:

Meseta: Punto de estabilización del Variograma, la distancia h al alcanzar la meseta presenta más homogeneidad en relación con Y(h).

Alcance: Distancia h donde se alcanza la meseta. Hay que tener en cuenta que la direccionalidad infiere en la continuidad, por lo que se debe trabajar con Variogramas en cada una de las direcciones. En caso de que se presente solo una dirección, se debe utilizar un Variograma Omnidireccional.

Efecto Pepita: Si la distancia h es cercana a cero, se dice que existe una similitud y cercanía de los datos, el valor de la variable es parecido a otra variable en sitios muy cercanos.

Matemáticamente se define como:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2}n \sum [Z(xi) - Z(xi + h)]^2$$

Donde:

n= Número de datos.

h= Distancia entre los pares.

Z(xi)= Localización y valor de la muestra.

Dentro del Variograma se consideran los siguientes modelos teóricos:

Comportamiento en el origen: Este parámetro puede ser continuo, discontinuo o suave.

Comportamiento al infinito: Definido por el Alcance y Meseta presente en el Variograma.

Comportamiento direccional: Representado por isotropías y anisotropías presentes.

Los modelos teóricos del Variograma son los siguientes:

Tabla 1: Modelos Teóricos del Variograma.

Modelos Teóricos del Variograma		
Efecto Pepita	Comportamiento discontinuo en el origen	$\gamma(r) = \begin{cases} 0 & \text{para } r = 0 \\ C & \text{para } r > 0 \end{cases}$
Modelo Esférico	Comportamiento lineal en el origen	$\gamma(r) = \begin{cases} C \left(\frac{3r}{2a} - \frac{1r^3}{2a^2} \right) & \text{para } 0 \leq r \leq a \\ C & \text{para } r \geq a \end{cases}$
Modelo Exponencial	Comportamiento lineal en el origen	$\gamma(r) = \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{r}{a}\right) \right\}$
Modelo Gaussiano	Comportamiento parabólico en el origen	$\gamma(r) = \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{r^2}{a^2}\right) \right\}$
Modelo Potencia	Variograma sin meseta	$\gamma(r) = \omega r^\theta$

Para el análisis del Variograma Experimental existe la probabilidad de un Variograma incompleto en relación a la direccionalidad y preferencias de esta, como también puede existir un grado de imperfecciones como datos experimentales inciertos. Esto requiere de un modelamiento para realizar un ajuste del Variograma Experimental, utilizando los modelos de ajuste variográfico descritos en la (Tabla 1).

Variograma Modelado

Dentro del Variograma Experimental, existen distintas escalas de variaciones en la variable regionalizada. Por lo que se puede obtener un modelo elemental con la suma de distintos *modelos o estructuras anidadas* (Emery, 2013).

La sumatoria de los modelos del variograma con la finalidad de obtener estructuras anidadas se presenta con el siguiente modelo general:

$$\gamma(\mathbf{h}) = \gamma_1(\mathbf{h}) + \gamma_2(\mathbf{h}) + \dots + \gamma_s(\mathbf{h})$$

Existen jerarquía dentro de las estructuras, es decir, una está contenida en la estructura de otra en sumatoria.

Respecto al tamaño de escala de las estructuras, aquellas con escalas pequeñas se podrá identificar si y solo si la malla de muestreo es lo suficientemente fina, mientras que una escala de la estructura amplia se visualizará siempre y cuando el diámetro del dominio muestreado es bastante grande (Emery, 2013).

Al igual que en el Variograma Experimental, el **Efecto Pepita** está presente en los Variogramas Modelados, donde se observan microestructuras o con escalas pequeñas respecto a la escala general de observación. El Efecto Pepita representará una discontinuidad en el origen.

El **efecto del soporte** corresponde a una variable inversamente proporcional a la variabilidad de la variable regionalizada, es decir, mientras menor sea el tamaño del soporte, mayor es la variabilidad. Relacionado con el Efecto Pepita, en el caso que exista un soporte muy amplio puede discretizar un posible Efecto Pepita y viceversa dentro de un soporte muy pequeño se observaría una componente pepítica produciendo una discontinuidad dentro del Variograma.

Dentro de los errores existen **errores de medición** y **errores de ubicación de los datos** refiriéndose al Efecto Pepita como aquel que se observa en ambos tipos de errores, donde las mediciones son afectadas por la discontinuidad en el origen que produce dicho efecto y también el posicionamiento de los datos.

Anisotropía

La direccionalidad del Variograma y su posible dependencia de la orientación, indica una anisotropía presente. En este caso se deben determinar posibles orientaciones a lo largo del Variograma Experimental utilizando la herramienta de Mapa Variográfico.

Los tipos de anisotropías son las siguientes:

- **Anisotropía Geométrica:** El Mapa Variográfico presenta esferas concéntricas en el caso de 2 dimensiones y elipsoides en el caso de 3 dimensiones.
- **Anisotropía Zonal:** En este tipo de anisotropía se hace referencia a una dependencia de “zonas” y no coordenadas específicas dentro del Variograma, existiendo preferencia por ejemplo en la dirección vertical de una estructura que en dirección horizontal.
- **Anisotropías Complejas:** Se refiere a la suma de anisotropías zonales y geométricas dentro de un Variograma con ángulos y coeficientes de anisotropías presentes.

Por último, dentro del modelamiento de un Variograma se deben determinar **Reglas de Ajuste**, en las cuales se deben visualizar claramente las estructuras presentes en el Variograma Experimental, para así llegar a estructuras anidadas. Las componentes de importancia son los alcances y mesetas del Variograma para una adecuada determinación de las características de este.

Variogramas Directos y Cruzados

Se define al Variograma Directo cuando se realiza el modelamiento de la continuidad espacial de una cierta variable (Estimación por Kriging), mientras que en el Variograma Cruzado corresponde a la interacción de dos variables en el espacio (Estimación por Co-Kriging).

Se representan el Variograma Directo:

$$y(h) = \frac{1}{2} \text{var} \{Z_i(x+h) - Z_i(x)\}$$

$$y(h) = \frac{1}{2} E\{[Z_i(x+h) - Z_i(x)]^2\}$$

Variograma Cruzado:

$$y(h) = \frac{1}{2} \text{cov} \{Z_i(x+h) - Z_i(x), [Z_j(x+h) - Z_j(x)]\}$$

$$y(h) = \frac{1}{2} E \{Z_i(x+h) - Z_i(x), [Z_j(x+h) - Z_j(x)]\}$$

Donde:

Z_i, Z_j : Funciones aleatorias que representan las variables aleatorias.

X : Posición en el espacio.

h : Vector de separación.

Si $Z_i = Z_j$ en el Variograma Cruzado se define como Variograma Directo.

Estimadores Lineales

Para predecir el valor de la variable regionalizada en un punto específico a partir de los datos de estudio, se debe realizar uso de estimadores. Uno de estos es Kriging, el cual se basa en el análisis del valor estimado y los datos en un punto dado (Emery, 2013).

Las consideraciones de Kriging son las siguientes:

- La lejanía del valor a estimar en cuanto a su posición, este tendrá menos “peso” o más bien menos influencia.
- La estructura de la variable, en caso de que esta sea continua, la estimación por Kriging hará referencia a los datos más cercanos privilegiándolos.
- Si la variable no es continua, y presenta efecto Pepita se infiere que los datos tendrán los mismos pesos.
- Si existen direcciones considerables o representativas, se consideran los datos que estén dentro de esas direcciones de mayor alcance.

Para generalizar, los problemas de estimación local no consideran la totalidad del campo, se debe definir una vecindad de Kriging haciendo referencia al dominio del espacio para estimar y los datos utilizados en ella.

Los parámetros que se definen dentro de una vecindad de Kriging son las siguientes:

- a) Tamaño de la vecindad:** El tamaño de la vecindad debe permitir un equilibrio entre varios factores:
 - Precisión de las estimaciones, aumenta cuando la vecindad es más grande.
 - Tiempos de cálculo, confiabilidad del modelo de Variograma para grandes distancias.
 - Cambios en la continuidad espacial de la variable regionalizada: debido a todos estos factores, se tiende a elegir una vecindad de tamaño limitado.
- b) Forma de la vecindad:** Se debe tomar en cuenta la anisotropía de la variable regionalizada, revelada por el Análisis Variográfico. En el caso que exista una anisotropía geométrica, se determina una elipse como la forma de la vecindad idéntica en orientación y excentricidad con la elipse de la anisotropía. Existe una división de la elipse por cuadrantes u octantes, en ellos se determina una cantidad específica de datos.

Kriging Ordinario (KO)

Hipótesis: La variable regionalizada es la realización de una función aleatoria Z estacionaria tal que:

$$\begin{cases} \forall \mathbf{x} \in V, E[Z(\mathbf{x})] = m \text{ desconocida} \\ \forall \mathbf{x}, \mathbf{x} + \mathbf{h} \in V, cov[Z(\mathbf{x} + \mathbf{h}), Z(\mathbf{x})] = C(\mathbf{h}) \end{cases}$$

Donde V representa la vecindad de Kriging.

Determinación del estimador:

Las etapas del Kriging otorgan:

Linealidad: Se asegura la restricción al tomar como estimador en \mathbf{X}_0 .

$$Z^*(\mathbf{X}_0) = a + \sum_{a=1}^n \lambda_a Z(\mathbf{X}_a)$$

Insesgo: El valor esperado del error de estimación es:

$$E[Z^*(X_0)] = a + \sum_{a=1}^n \lambda_a E[Z(X_a)] - E[Z(X_0)] = a + \left(\sum_{a=1}^n \lambda_a - 1\right)m$$

Como se desconoce el valor de la media m , este valor esperado es nulo si:

$$a = 0 \text{ y } \sum_{a=1}^n \lambda_a = 1$$

Esto corresponde a que todos los datos son iguales a una misma constante, el valor estimado será el que reemplazará la constante.

Optimalidad: La varianza del error de estimación es:

$$var[Z^*(X_0)] = \sum_{a=1}^n \sum_{\beta=1}^n \lambda_a \lambda_\beta C(X_a - X_\beta) + C(0) - 2 \sum_{a=1}^n \lambda_a C(X_a - X_0)$$

Varianza de Kriging Ordinario: La varianza del error en X_0 se define así:

$$\begin{aligned}\sigma_{KO}^2(X_0) &= \sigma^2 - \sum_{a=1}^n \lambda_a C(X_a - X_0) - \mu \\ &= \sum_{a=1}^n \lambda_a \gamma(X_a - X_0) - \mu\end{aligned}$$

Donde $\sigma^2 = C(0)$ corresponde a la varianza de la función aleatoria Z , lo que se define como la meseta del Variograma. La segunda ecuación se aprecia que σ^2 no está presente en ella, entonces se dice que KO puede utilizarse incluso cuando la meseta no se observa en el Variograma (modelo potencia) (Emery, 2013).

Previo a la determinación de la forma matricial de Kriging Ordinario, se considera el parámetro de **óptimalidad** que considera la varianza del error de estimación con la siguiente estructura:

$$var[Z^*(X_0) - Z(X_0)] = \sum_{a=1}^n \sum_{\beta=1}^n \lambda_a \lambda_\beta C(X_a - X_\beta) + C(0) - 2 \sum_{a=1}^n \lambda_a C(X_a - X_0)$$

Se minimiza la expresión bajo la *condición de insesgo*, que impone que la suma de las incógnitas es igual a 1. Esto logra introduciendo una incógnita adicional llamada multiplicador de Lagrange, que se denota como μ (Emery, 2013):

$$\begin{aligned}var[Z^*(X_0) - Z(X_0)] \\ = C(0) + \sum_{a=1}^n \sum_{\beta=1}^n \lambda_a \lambda_\beta C(X_a - X_\beta) - 2 \sum_{a=1}^n \lambda_a C(X_a - X_0) + 2\mu \underbrace{\left(\sum_{a=1}^n \lambda_a - 1 \right)}_{=0}\end{aligned}$$

Y se minimiza la función de las $n+1$ variables $\lambda_1, \dots, \lambda_n, \mu$. Calculando las $n+1$ derivadas parciales de esta función y luego anulándolas, se obtiene el sistema (Emery, 2013):

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial \lambda_a} = 0: \sum_{\beta=1}^n \lambda_\beta C(X_a - X_\beta) + \mu(X_a - X_0) \\ \frac{\partial}{\partial \mu} = 0: \sum_{a=1}^n \lambda_a = 1 \text{ (condición de insesgo)} \end{cases}$$

La forma matricial de Kriging Ordinario es la siguiente:

$$\begin{pmatrix} C(x_1 - x_1) & \dots & C(x_1 - x_n) & 1 \\ C(x_n - x_1) & \dots & C(x_n - x_n) & 1 \\ 1 & & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_n \\ \mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C(x_1 - x_0) \\ C(x_n - x_0) \\ 1 \end{pmatrix}$$

Este Kriging se denomina Kriging Ordinario, donde la Covarianza corresponde a una herramienta semejante al Variograma (Emery, 2013) donde se representa su similitud de la siguiente relación:

$$\gamma(h) = C(0) - C(h)$$

El sistema de ecuaciones finales del Kriging Ordinario son las siguientes:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{a=1}^n \lambda_a = 1 \\ a = 0 \\ \forall a = 1 \dots n, \sum_{\beta=1}^n \lambda_\beta \gamma(\mathbf{x}_a - \mathbf{x}_\beta) - \mu = \gamma(\mathbf{x}_a - \mathbf{x}_0) \end{array} \right.$$

Donde las dos primeras funciones corresponden al “insesgo”, mientras que el factor $\gamma(\mathbf{x}_a - \mathbf{x}_\beta)$ mide la redundancia entre datos y por último $\gamma(\mathbf{x}_a - \mathbf{x}_0)$ mide la influencia de los datos sobre el valor a estimar \mathbf{x}_0 (Estimación Local, 2014).

Matricialmente:

$$\begin{pmatrix} \gamma(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_1) & \dots & \gamma(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_n) & 1 \\ \gamma(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_1) & \dots & \gamma(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_n) & 1 \\ 1 & & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_n \\ -\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_0) \\ \gamma(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_0) \\ 1 \end{pmatrix}$$

Donde las primeras componentes de la matriz corresponden al valor de la función del modelo teórico como resultado del Variograma obtenido en el análisis estructural, el cual depende de la distancia entre $(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)$, la variable λ_j pertenece al peso asignado a cada observación j en la combinación lineal de la estimación. Por último $\gamma(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0)$ es el valor de la función del Variograma evaluado para la distancia de separación entre el punto \mathbf{x}_i específicamente y el valor a estimar \mathbf{x}_0 (Velasquez, 2011).

Co-Kriging (CK)

Este tipo de estimador correlaciona dos variables tomando en cuenta los datos de ambas haciendo una versión multivariable de Kriging. Es decir, se deben medir la correlación existente en las dos variables (Poppe, 2020). Se denota a Z_0^* al vector de variables estimadas en cierta localización sin datos, la ecuación para su estimación por Cokriging es la siguiente:

$$Z_0^* = \sum_{a=1}^n \lambda_a Z_{x_a} + \sum_{a=1}^m \beta_a S_{x_a}$$

Donde:

- Z: Variable primaria.
- S: Variable secundaria.
- λ_a, β_a : Matriz de ponderadores asociados a la ubicación a .
- n, m : Número de datos existentes de la variable regionalizada.

Suponiendo la condición de **insesgo** para el estimador, se da la condición:

$$E \left[Z_0^* - \sum_{a=1}^n \lambda_a Z_{x_a} + \sum_{a=1}^m \beta_a S_{x_a} \right] = 0$$

Se define un Variograma Cruzado, utilizando Z_1 y Z_2 como dos variables en estudio como:

$$\lambda_{12}(h) = \frac{1}{2} cov \{ Z_1(x+h) - Z_1(x), Z_2(x+h) - Z_2(x) \}$$

Se plantea la siguiente ecuación:

$$\gamma_{12}(h) = \frac{1}{2|N(h)|} \sum_{N(h)} [Z_1(x_\alpha) - Z_1(x_\beta)][Z_2(x_\alpha) - Z_2(x_\beta)]$$

Donde $N(h) = \{(\alpha, \beta) \text{ tal que, } x_\alpha - x_\beta = h, \text{ siendo ambas variables } Z_1 \text{ y } Z_2 \text{ son medidas en } x_\alpha \text{ y } x_\beta \}$

En el caso de determinar el Variograma Cruzado Experimental, se deben determinar las variables en ambos sitios.

En este caso se utilizarán $n+1$ parámetros de Lagrange. Teniendo solo una variable secundaria, el sistema de ecuaciones de Co-Kriging es el siguiente:

$$\begin{pmatrix} C_Z & C_{ZS} & 1 & 0 \\ C_{SZ} & C_S & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda \\ \beta \\ \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{Zx} \\ C_{Sx} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Donde C_Z, C_S, C_{ZS}, C_{SZ} pertenecen a los valores de la función obtenida en el Variograma, sin embargo, esta variable al igual que en Kriging Ordinario depende de la distancia entre $(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)$. Las variables $\lambda, \beta, \mu_1, \mu_2$ son los pesos asignados a cada observación j en la combinación lineal de la estimación.

Por último C_{Zx}, C_{Sx} son las funciones del Variograma evaluado en el valor a estimar \mathbf{x}_0 .

Comparaciones Kriging y Co-Kriging

Las ventajas de utilizar Co-Kriging para estimar más de una variable y no utilizar Kriging por separado, son las siguientes:

- Mejora la coherencia de los resultados de la estimación, teniendo en cuenta la linealidad de las variables.
- Es importante estimar por Co-Kriging cuando se requiere considerar la correlación de las variables.

Otros Tipos de Interpolación

Interpolación Inverso a la Distancia (ID2)

El valor estimado es un promedio de todos los puntos de datos dentro del elipsoide de búsqueda. El ponderador se obtiene con el inverso a la distancia al sector o punto de interpolación.

La representación matemática de este tipo de interpolación se basa en la siguiente fórmula:

$$Z_p = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{Z_i}{(d_i)^2}}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{d_i}\right)^2}$$

Donde:

Z_p : Valor estimado en el punto p .

n : Número de puntos usado en la interpolación.

Z_i : Es el valor conocido en el i -ésimo punto.

d_i : Distancia desde el punto conocido i al punto a estimar p .

Por último, la potencia del inverso a la distancia en este caso es al cuadrado.

Interpolación por Vecino más Cercano (NN)

La interpolación por el “Vecino más Cercano” se basa en ponderar según el dato o valor más próximo al sector a estimar, otorgando la máxima ponderación a dicho valor que se encuentre cercano al sitio estimado, mientras que los datos restantes más alejados se le otorga una ponderación mínima o despreciable dentro de la interpolación (Emery, 2013).

Geotécnia y Parámetros Geotécnicos

La geotecnia o ingeniería geotécnica es la rama de la ingeniería civil relacionada con el estudio de las propiedades mecánicas, hidráulicas y comportamiento desde un punto de vista ingenieril de los materiales de la tierra.

En minería, las aplicaciones de la geotécnia están enfocadas directamente al comportamiento del macizo rocoso al realizar labores tanto subterráneas como a cielo abierto. El comportamiento geotécnico define la forma en que se realizarían las operaciones unitarias de la mina, el modelo litológico de la mina, el comportamiento de la roca al realizar tronaduras, definición de explosivos en determinados sectores de explotación, entre otros.

Existen diversos parámetros geotécnicos que definen el comportamiento del macizo rocoso como se muestra en la Tabla 2.

Tabla 2: Variables Geotécnicas.

Variables Geotécnicas	
RMR	Rock Mass Rating
GSI	Geological strength Index
RQD	Rock Quality Designation
FF	Frecuencia de Fractura
UCS	Uniaxial Compresive Strength
Q	Rock Tunneling Quality Index
MRMR	Mining Rock Mass Rating

Las definiciones de la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** son las siguientes:

- **Rock Mass Rating (RMR):** El índice Rock Mass Rating corresponde a la asignación de 5 factores de los cuales se obtiene un puntaje que condicionará el macizo rocoso. Los factores son los siguientes:
 - a. Resistencia a la compresión uniaxial (UCS)
 - b. Rock Quality Designation (RQD)
 - c. Espaciamiento de discontinuidades
 - d. Condición de discontinuidades
 - e. Condición de aguas subterráneas

- Los factores descritos se le asignan los puntajes presentes en la tabla:

Tabla 3: Parámetros de Clasificación en Macizo Rcoso (Villa, 2014).

A. CLASSIFICATION PARAMETERS AND THEIR RATINGS									
Parameter		Range of values							
1	Strength of intact rock material	Point-load strength index	>10 MPa	4 - 10 MPa	2 - 4 MPa	1 - 2 MPa	For this low range - uniaxial compressive test is preferred		
		Uniaxial comp. strength	>250 MPa	100 - 250 MPa	50 - 100 MPa	25 - 50 MPa	5 - 25 MPa	1 - 5 MPa	< 1 MPa
	Rating	15	12	7	4	2	1	0	
2	Drill core Quality RQD		90% - 100%	75% - 90%	50% - 75%	25% - 50%	< 25%		
	Rating		20	17	13	8	3		
3	Spacing of discontinuities		> 2 m	0.6 - 2 . m	200 - 600 mm	60 - 200 mm	< 60 mm		
	Rating		20	15	10	8	5		
4	Condition of discontinuities (See E)		Very rough surfaces Not continuous No separation Unweathered wall rock	Slightly rough surfaces Separation < 1 mm Slightly weathered walls	Slightly rough surfaces Separation < 1 mm Highly weathered walls	Slickensided surfaces or Gouge < 5 mm thick or Separation 1-5 mm Continuous	Soft gouge >5 mm thick or Separation > 5 mm Continuous		
	Rating		30	25	20	10	0		
5	Ground water	Inflow per 10 m tunnel length (l/m)	None	< 10	10 - 25	25 - 125	> 125		
		(Joint water press) (Major principal σ)	0	< 0.1	0.1, - 0.2	0.2 - 0.5	> 0.5		
	General conditions		Completely dry	Damp	Wet	Dripping	Flowing		
	Rating		15	10	7	4	0		

- **Geological Strength Index (GSI):** Permite estimar la resistencia, bajo ciertas condiciones como fracturas generadas en el macizo rocoso.

La asignación de calidad de macizo rocoso e intervalos de GSI se presentan a continuación:

Tabla 4: Calidad del Macizo Rocosos en Parámetro GSI.

Calidad del macizo	Clase	Intervalo GSI
Muy mala	v	0-20
Mala	IV	20-40
Regular	III	40-60
Buena	II	60-80
Muy buena	I	80-100

- **Rock Quality Designation (RQD):** Estima cuantitativamente la calidad del macizo rocoso a través de testigos de sondaje, los cuales presentan trozos mayores a 10 cm intactos a lo largo del sondaje.
- El cálculo de RQD se realiza con la siguiente ecuación:

$$RQD = \frac{\sum \text{Largo de piezas de testigo} > 10 \text{ cm de largo}}{\text{Total largo de testigo}} \times 100$$

También se relaciona con la calidad de la roca:

Tabla 5: Calidad de roca según el parámetro RQD.

RQD	Calidad de la roca
< 25%	Muy mala
25-50 %	Mala
50-75%	Regular
75-90%	Buena
90-100%	Muy buena

En el caso que no existan testigos para el análisis de RQD, se debe estimar mediante el número de discontinuidades por unidad de volumen con la siguiente ecuación:

$$RQD = 115 - 3.3 J_v$$

Donde J_v corresponde a números de discontinuidades por unidad de volumen (m^3).

- **Frecuencia de fractura (FF):** Cantidad de número de fracturas por unidad de largo, medidas en un testigo.

Existen diversos sets de fracturas o discontinuidades con características similares. La estimación de FF depende de la direccionalidad que presente el sondaje. Finalmente, la suma de las FF presentes, serán de acuerdo con el set estructural que represente las discontinuidades.

- **Uniaxial Compressive Strength (UCS):** Es la resistencia a la compresión uniaxial de la roca intacta, el factor influyente en la disminución de UCS corresponde a la porosidad, contenido de agua, microfisuras, meteorización, etc.

Es un parámetro que no considera la direccionalidad, sino como material homogéneo por lo que resta representatividad en la obtención de su valor.

- **Tunneling Quality Index (Q):** Estima el soporte necesario en la construcción de túneles de roca dura, se define como:

$$Q = \left(\frac{RQD}{jn}\right) * \left(\frac{Jr}{Ja}\right) * \left(\frac{Jw}{SRF}\right)$$

Donde: **RQD**= Rock Quality Designation, **Jn**= Número de sets de fracturas en el macizo rocoso, **Jr**= Se calcula en función de la rugosidad de las estructuras más débiles, **Ja**= Alteración de las estructuras, **Jw**= Condición de contenido de agua presente en el macizo rocoso, **SRF**= Stress Reduction Fraction, se asocia al esfuerzo y como condiciona al macizo rocoso.

- **Mining Rock Mass Rating (MRMR):** Considera factores de utilidad para aplicaciones mineras, depende de tres parámetros de los cuales se obtiene un puntaje para determinar la calidad del macizo rocoso:

BS: Es la resistencia a la compresión uniaxial de los bloques que constituyen al macizo rocoso, esta depende de UCS o a la compresión uniaxial de la roca intacta propiamente tal y así también de la presencia de vetillas.

Js: Espaciamiento de las estructuras abiertas.

Jc: corresponde al análisis de las discontinuidades, considera rugosidad, alteraciones de la roca caja y potencia. En caso de que exista material de relleno se considera su competencia presente.

La clasificación del macizo rocoso respecto al valor obtenido de MRMR es:

Tabla 6: Calidad de roca según parámetro MRMR.

Calidad de la roca	Clase	MRMR
Muy mala	5	<20
Mala	4	<40
Regular	3	<60
Buena	2	<80
Muy buena	1	<100

Discontinuidades

Corresponde a cualquier fisura o grieta dentro del macizo rocoso, son superficies planas paralelas entre sí, presentando separaciones en centímetros o metros.

Los tipos de discontinuidades presentes en un macizo rocoso son las siguientes:

Tabla 7: Tipos de Discontinuidades Geológicas (Villa, 2014).

Tipos de Discontinuidades Geológicas	
Diaclasas	Planos de discontinuidades más frecuentes formadas por tectonismo, enfriamiento y reducción de carga listostática.
Planos de Estratificación	Planos relacionados a la deposición de sedimentos, suelen tener un espaciado sistemático que varía entre pocos centímetros a varios metros.
Fallas Geológicas	Son planos de origen tectónico que afectan las rocas, suelen causar movimiento relativo entre los bloques que componen el macizo rocoso
Esquistosidad o Foliación	Son planos o discontinuidades que se forman principalmente por tectonismo intenso, y se asocian a la fábrica de las rocas metamórficas (esquistos, gneis).

La descripción de discontinuidades del macizo rocoso tiene como parámetros:

- Orientación
- Espaciado
- Continuidad o persistencia
- Rugosidad
- Abertura
- Relleno

La **orientación** de las discontinuidades se mide por su rumbo y buzamiento, correspondiendo a la disposición del plano de las discontinuidades. La formación por el ángulo de máxima pendiente del plano y la horizontal corresponde a **Dip** mientras que el ángulo formado por el norte magnético y la horizontal de la línea de máxima pendiente corresponde a **Dip Direction**.

El **espaciado** es la diferencia perpendicular a las discontinuidades o la distancia que separa ambas.

La **continuidad o persistencia** es la extensión de la roca en una discontinuidad.

Rugosidad corresponde a la irregularidad o aspereza que presenta una discontinuidad en su superficie, mientras mayor sea este parámetro, la competencia del macizo rocoso es mayor y así cuando la rugosidad es menor, su competencia decrece. La **abertura** corresponde a la separación que existe entre las paredes o superficies rocosas de una discontinuidad y el **relleno** son materiales que se alojan en los espacios de las discontinuidades, en caso de que estos sean más suaves como las arcillas en relación con materiales duros como sílice, presenta menor competencia del macizo rocoso.

Discrete Fracture Network (DFN)

Existen varias metodologías para representar la geometría y anisotropía de las discontinuidades junto con sus propiedades mecánicas.

- a) **Discrete Fracture Network Model:** En este modelo se representa la geometría de las fracturas (largo e intensidad) y como está distribuido en el espacio.
- b) **Smooth Joint Contact Model:** En este modelo se representan las condiciones o propiedades mecánicas, las cuales se definen por deformidad y resistencia.
- a) **Discrete Fracture Network (DFN):** El uso de la herramienta DFN se define como la creación de geometrías realistas considerando lo importante que es la heterogeneidad en un macizo rocoso y con fracturas presentes.

Se crea un modelo tridimensional de un medio con fracturas, definiendo las variables existentes a través de distribuciones estadísticas.

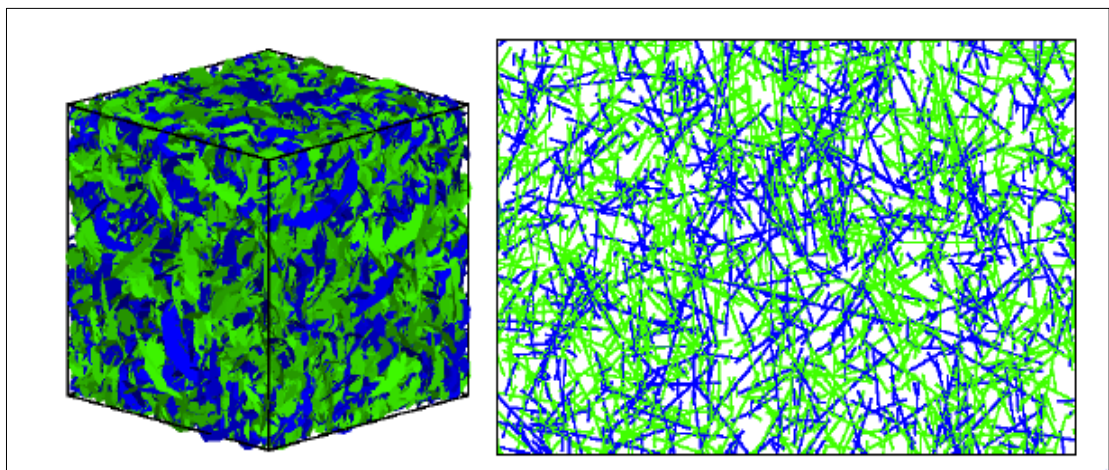


Ilustración 2: DFN en 2 y 3 dimensiones con dos Sets de Discontinuidades (Morales, 2013).

Parámetros para la construcción de un DFN

Los siguientes parámetros son necesarios para la construcción del modelo:

- a) **Orientación de discontinuidades:** Se debe construir distribuciones empíricas para cada set de estructuras.
- b) **Distribución de tamaños:** Se realiza un ajuste para otorgar consistencia a las observaciones de carácter cualitativo, esta información es escasa en algunos casos.
- c) **Intensidad de fracturas:** Se definen en un sistema P_{xy} donde x e y pertenecen a:
 - **Variable X:** Ubicación en el espacio donde está la muestra. 3D corresponde a volumen, 2D es superficie y por último 1D es una línea.
 - **Variable Y:** Es la dimensión donde se mide la intensidad de fractura. 0D es un número, 1D una línea, 2D es un plano y por último 3D es un volumen.

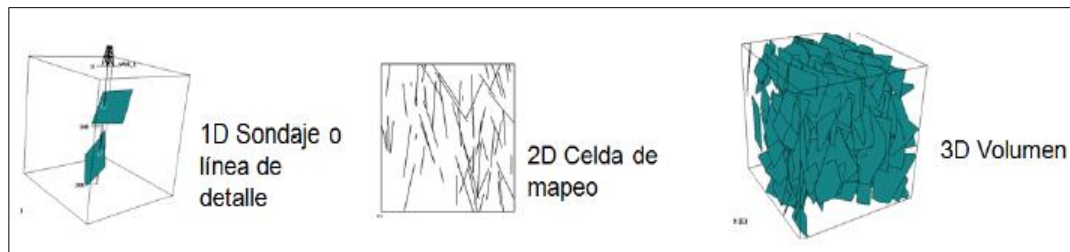


Ilustración 3. Dimensiones en el espacio donde se mide la intensidad de fractura de un DFN (Morales, 2013).

P₁₀ y P₃₂

Estos dos parámetros representan lo siguiente:

- **P₁₀**: Es la frecuencia de fractura o número de fractura por unidad de metro. Este parámetro es anisotrópico.
- **P₃₂**: Corresponde a la superficie de fractura por unidad de volumen.

La fórmula para P₃₂ es la siguiente:

$$P_{32} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^N \frac{1}{\cos(W_i - \alpha)}$$

Donde:

N: Número total de fracturas intersectadas en el sondaje.

L: Largo del sondaje.

W_i: Ángulo que forma el plano normal a la fractura en el sondaje.

α: Ángulo del vector perpendicular al plano de la fractura con el sondaje.

La ponderación por el inverso de $\cos(W_i - \alpha)$ asigna menos importancia a las fracturas que son perpendiculares al pozo en comparación con fracturas que no lo son, de acuerdo con la corrección de Terzaghi (Terzaghi, 1965).

Propiedades de DFN

Se deben definir ejes coordenados y así unidades consistentes dentro de los modelos.

Las propiedades que caracterizan un DFN son las siguientes:

- a. **N-Joints**: Número total de discontinuidades que posee el DFN.
- b. **N-Joints sets**: Según el dominio estructural presente, corresponde al número de sets de propiedades.
- c. **Center**: Promedio del centro de cada discontinuidad ponderada por el inverso de su tamaño. Centro del sistema.
- d. **P₃₂ (x, y, z)**: Intensidad de Fractura medida en (m²/m³)
- e. **Size**: Corresponde al tamaño de bloque en donde se incluye el volumen del DFN. No tiene relación en cómo se distribuyen los largos.

Varianza Circular

Dentro de las características de las fracturas presentes en un macizo rocoso, existen orientaciones de fracturas referenciadas a un plano de fractura, las cuales se identifican por vectores direccionales definiéndose la variable CV.

Junto con la importancia de la variable P_{32} como superficie de área de fractura por unidad de volumen (m^2/m^3) dentro de un macizo rocoso, la variable CV dentro de un plano de fractura se expresa como un vector normal dentro de un set de fracturas (Hekmatnejad, 2020).

Según N set de fracturas existen N vectores unitarios, los cuales presentan la propiedad de “aditividad” resultando un vector R en sumatoria de dichos vectores.

Los vectores unitarios se encuentran dispersos en el espacio, no presentan polos paralelos por lo que la longitud media corresponde a la relación entre los parámetros del vector resultante R y los N set de fracturas.

Los valores de CV son los siguientes según la orientación de los polos:

- **Valor 0:** Polos paralelos.
- **Valor 1:** Polos orientados en distintas direcciones.

Dentro de un pozo con un set de fracturas presentes en él, se modela la ecuación del cálculo de CV representada como:

$$C.V._{Total} = 1 - \frac{\left\| \sum_{i=1}^N \frac{U_i}{|\cos\theta_i|} \right\|}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{|\cos\theta_i|}}$$

Donde:

N: Número total de fracturas interceptadas en el pozo.

U_i : Vector unitario del total de fracturas interceptadas.

θ_i : Ángulo entre el eje de perforación y el vector unitario.

$1/\cos(\theta_i)$: Factor de ponderación considerando fracturas subparalelas al pozo.

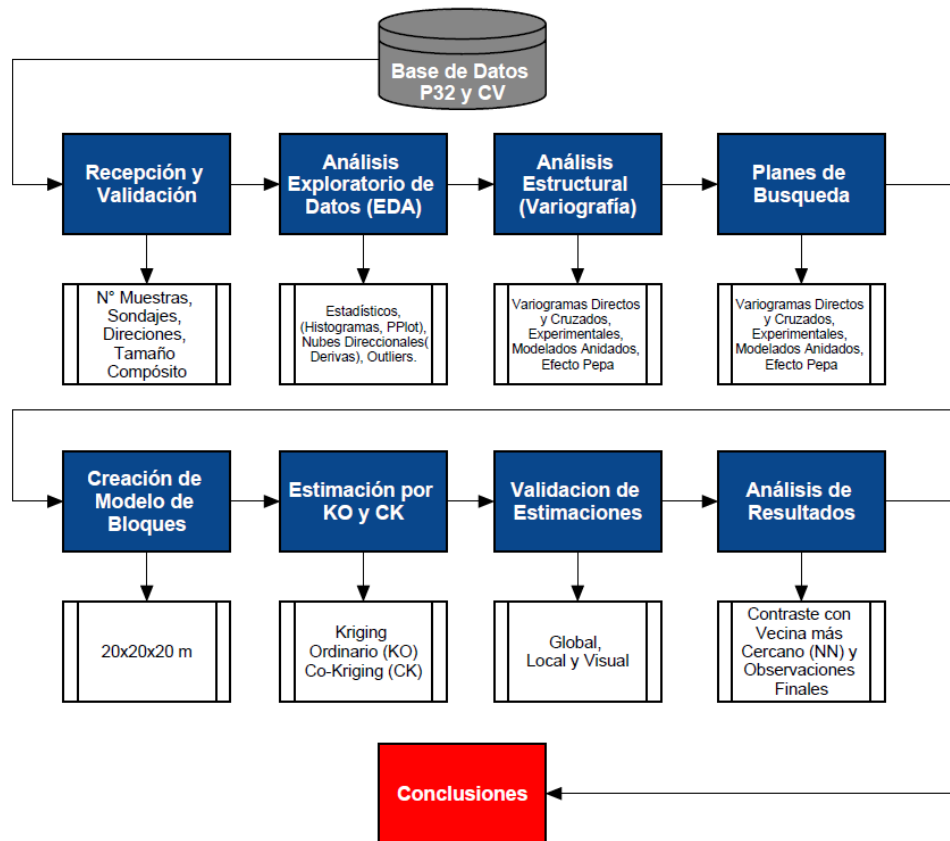
La interacción de las discontinuidades recae en la naturaleza de los esfuerzos aplicados en eventos geológicos. En caso de que no se presente esta información en los datos se realiza una sensibilización con realizaciones aleatorias para obtener los resultados pertinentes (Morales, 2013).

El análisis del volumen tiene importancia en el DFN donde debe ser representativo para la geometría de las discontinuidades.

METODOLOGÍA

La metodología del presente trabajo consiste en:

1. Recepción de una base de datos simulada con valores compositados de P_{32} y CV. Cuantificar de manera general el N° de sondajes, Direcciones de Sondajes y tamaño del compósito.
2. Análisis Exploratorio de Datos (EDA) de ambas variables, estudiar su correlación y poblaciones estadísticas y detectar valores escapados (outliers).
3. Análisis Estructural y/o Variografía de cada una de las variables tanto para obtener un variograma anidado modelado (directo) para estimar por KO P_{32} y CV por separado y un Variograma anidado modelado (cruzado) para estimar por CK P_{32} y CV en conjunto.



ANÁLISIS DE ESTUDIO DE LAS VARIABLES P₃₂ Y CV

Dentro del análisis sobre las fracturas en macizos rocosos, es importante destacar la variable de estudio P₃₂, la cual es relevante para la definición de un DFN y corresponde a la superficie o área de fractura por unidad de volumen (m²/m³) dentro de un macizo rocoso.

Las consideraciones de este parámetro dentro de una red de fracturas, indica la no direccionalidad y también por ser una variable aditiva, por lo que se puede describir el grado de fractura en los macizos, siendo una de las variables más indicadas.

Junto con la orientación de la fractura referente a un plano de fractura y direcciones posibles de vectores que indiquen el sentido de ellas, se define la variable CV.

La variable CV se expresa como un vector normal al plano de fractura, existiendo un set con N fracturas de las cuales hay N vectores unitarios (vector normal) y de forma aditiva uniéndose entre ellos, obteniendo un vector resultante R.

La relación entre los parámetros N y R indica el valor de longitud media resultante, ya que, existen vectores unitarios dispersos en el espacio (los polos no son paralelos).

Los límites de obtener un valor de CV, indican que el valor 0 corresponde a polos paralelos mientras que 1 para polos orientados en distintas direcciones.

La ecuación que modela el cálculo de CV en un pozo con set de fracturas que se encuentran interceptadas en él es la siguiente:

$$C.V._{Total} = 1 - \frac{\left\| \sum_{i=1}^N \frac{U_i}{|\cos\theta_i|} \right\|}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{|\cos\theta_i|}}$$

Donde:

N: Corresponde al número total de fracturas interceptadas en el pozo.

U_i: Pertenece al vector unitario del total de fracturas interceptadas.

θ_i: Ángulo entre el eje de perforación y el vector unitario

1/cos(θ_i): Factor de ponderación considerando fracturas subparalelas al pozo.

Recepción y Validación de Base de Datos

El estudio de la Base de Datos otorgada corresponde a 9957 supuestos compósitos de sondajes (Ilustración 4), existiendo direcciones heterogéneas en su distribución en el espacio y de los cuales se presenta la variable P_{32} correspondiente a la superficie de fractura por unidad de volumen y la variable CV correspondiente al estudio de la orientación de las fracturas dentro de un pozo.

En la siguiente ilustración (Ilustración 4) se presenta en vista isométrica en tres dimensiones (X, Y, Z) los compósitos distribuidos en el espacio, donde los sondajes presentan diferentes direcciones (verticales, sub-verticales y horizontales) y por ende con variaciones en los tres ejes coordenados.

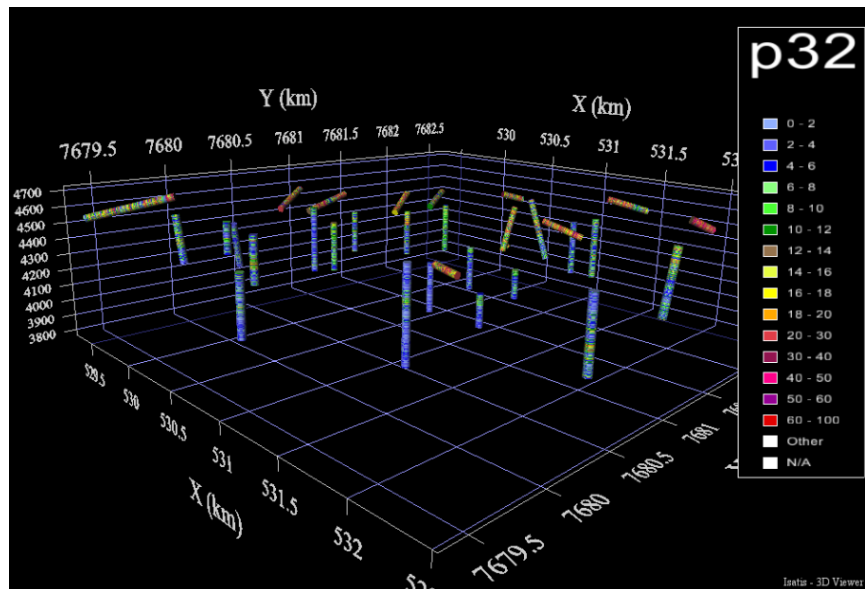


Ilustración 4: Compósitos en un espacio de tres dimensiones de las variables de estudio P_{32} .

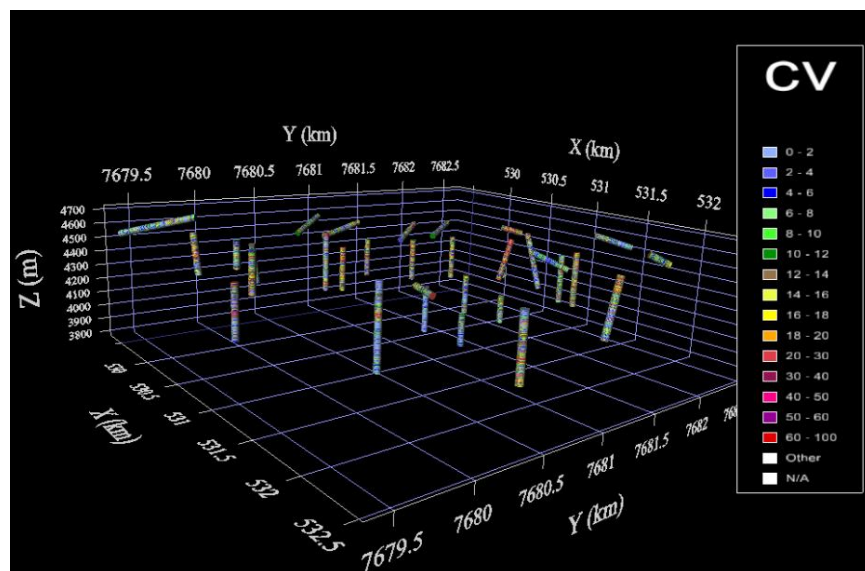


Ilustración 5: Compósitos en un espacio de tres dimensiones de la variable de estudio C.V.

Se comprueba un total de 32 sondajes con las variables de interés de estudio en direcciones heterogéneas, de las cuales el porcentaje total de direcciones verticales, sub-verticales, inclinados y horizontales se presenta a continuación:

Tabla 8: Clasificación de sondajes respecto a su dirección en porcentaje y metros perforados.

Tipo	Ángulo (°)	Longitud Perforada (m)	N° Muestras	Proporción (%)
Sub-Horizontal	5	203	202	29%
	15	1,704	1614	
	20	634	631	
	25	426	423	
Inclinado	50	51	51	1%
Sub-Vertical	65	479	470	18%
	70	355	350	
	75	1,006	969	
Vertical	90	5,592	5247	53%
Total		10,450	9957	100%

Existe una clasificación de sondajes en el espacio, donde se determina un límite en los grados para identificarlos según su inclinación, el tipo de sondaje con mayor porcentaje es de tipo vertical con un 53%, luego un 29% para sondajes sub-horizontales, mientras que en menor proporción llegando a 1% (51 muestras respecto a 9957) sondajes de tipo inclinado (30°-55° aproximadamente).

Cada sondaje presenta fracturas con los parámetros P_{32} y CV, de los cuales posteriormente se analizará la distancia entre compósitos.

Distancias Compósitos Variables P₃₂ y CV

Dentro del análisis el cálculo de la distancia entre dos puntos en un espacio tridimensional es el siguiente:

$$AB = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2}$$

Las 9957 muestras y sus distancias obtenidas a partir de coordenadas en X, Y, Z se presentan en el siguiente histograma:

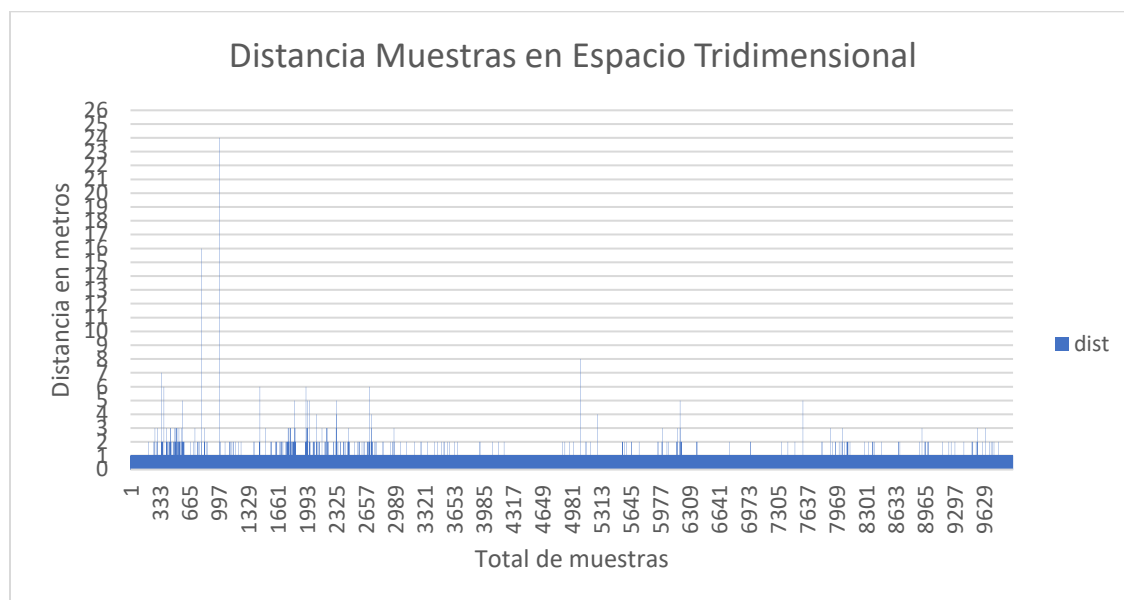


Ilustración 6: Distancia de las muestras en el espacio.

En la Ilustración 6 se observa de un total de 9957 muestras con sus distancias representadas en la gráfica, una media ponderada de 1 metro referente a la distancia promedio en los compósitos, sin embargo, existen muestras con distancias superiores a 1 metro e incluso hasta llegar a valores de 24 metros (valor alejado de la media ponderada); por ende, las distancias entre las muestras no se encuentran regularizadas.

Análisis Exploratorio de Datos (EDA)

El objetivo del EDA se centra en definir Unidades de Estimación (UE). Una UE corresponde a una población de datos y cada una de estas poblaciones pueden o no, contener datos atípicos que será necesario su tratamiento para mejorar la continuidad estructural de la variable regionalizada y mejorar la calidad de la estimación.

Ubicación en el espacio

Para definir la continuidad de las variables de estudio (C.V y P_{32}) y ver su ubicación en el espacio correspondiente a la base de datos, es necesario realizar una proyección a través de un mapa de datos (Ilustración 7).

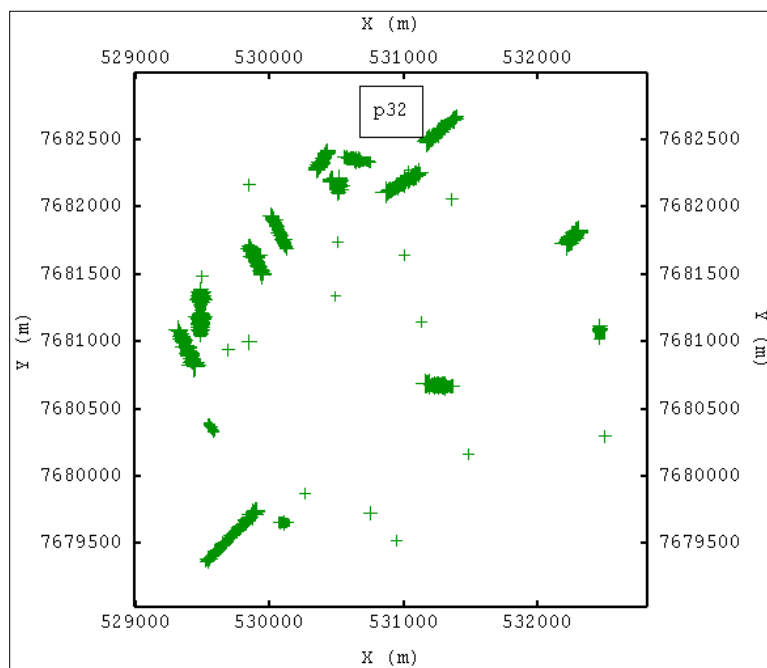


Ilustración 7: Mapa de Datos de la variable P_{32} (Vista planta).

Se observa que dentro de la distribución de compósitos en vista XY o vista planta (Ilustración 7), existen sondajes totalmente verticales, los cuales se demuestran con cruces en la visualización del mapa de datos y que porcentualmente corresponden al 53% de los sondajes totales.

También existen sondajes horizontales, inclinados y sub-verticales, según la clasificación utilizada en la heterogeneidad de ángulos de Dip referenciados anteriormente en la Tabla 8: Clasificación de sondajes respecto a su dirección en porcentaje y metros perforados. Tabla 8.

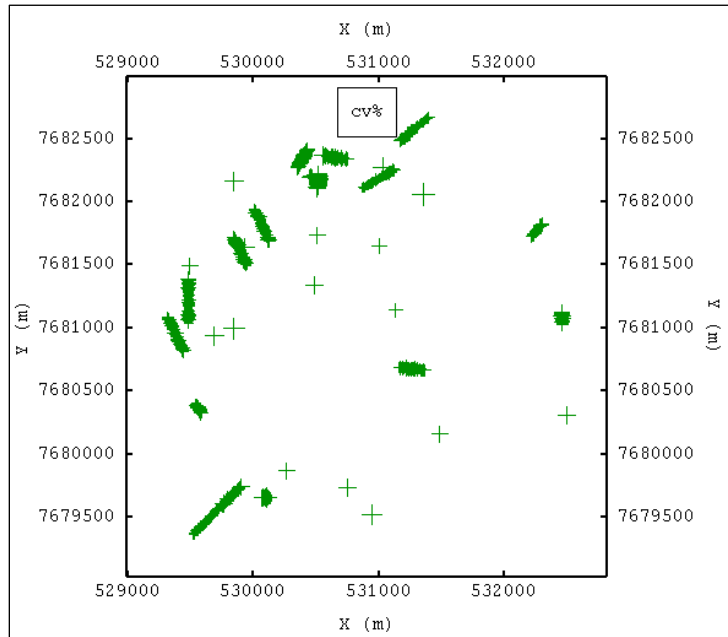


Ilustración 8: Mapa de Datos de la variable C.V (Vista planta).

En la distribución de los compósitos en la variable CV en vista planta (Ilustración 8), se observa una distribución similar en el espacio de la variable P_{32} , donde las cruces indican los sondeos perfectamente verticales o Dip 90° mientras que existen al igual que la variable P_{32} sondeos horizontales, sub-horizontales e inclinados.

Finalmente, el alcance en el eje X (Este) y eje Y (Norte), corresponden a 4000 metros en ambas direcciones. Los 9957 datos se encuentran distribuidos en este sector del espacio.

Distribución estadística de valores

Histograma

La importancia del Histograma corresponde a la herramienta más adecuada para poder analizar la distribución de frecuencias de las variables de estudio, junto con establecer datos atípicos o Outliers presentes en la base de datos.

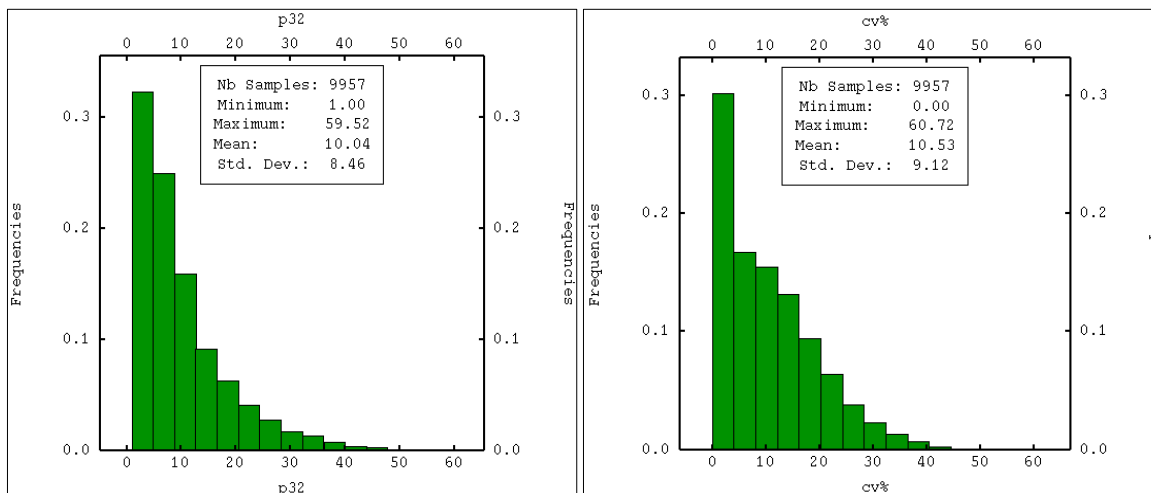


Ilustración 9: Histogramas Variables P32 y CV.

De un total de 9957 muestras en relación con los valores de P_{32} y CV en los gráficos de Histograma respectivamente (Ilustración 9), se indican que la moda o la mayor cantidad de datos fluctúan entre los valores de 0 hasta 10 aproximadamente, mientras que la media para la variable P_{32} corresponde a 10,04 y para la variable C.V un valor de 10,53. La similitud de datos con los valores de mínimos y máximos también es considerable, debido a que la mayor concentración de datos perteneces a valores bajos. El máximo alcanza aproximadamente el valor de 60 en ambas variables de estudio.

Finalmente, la desviación estándar de los datos respectivamente alcanza el valor de 8,46 en la variable P_{32} y de 9,12 en la variable C.V.

Medidas de Dispersión

Dentro de las medidas de dispersión en estadística básica, es importante y conveniente tabular estos resultados obtenidos tanto por el Histograma de la distribución de los datos en el espacio, junto con el análisis estadístico básico presentado por los 9957 datos iniciales.

A continuación, se presentan los valores obtenidos de las gráficas:

Tabla 9: Estadísticas Básicas P₃₂.

P₃₂	
Cuenta	9957
Mínimo	1,0
Máximo	59,52
Media	10,04
Des. Estándar	8,46

Tabla 10: Estadísticas Básicas CV.

C.V	
Cuenta	9957
Mínimo	0,0
Máximo	60,72
Media	10,53
Des. Estándar	9,12

En las tablas (Tabla 9-Tabla 10) se indica una desviación estándar de 8,46 y 9,12 en P₃₂ y C.V respectivamente, es decir, los datos presentan dispersión entre ellos, acotándose la mayor cantidad entre valores de 0 a 10 aproximadamente a pesar de que presentan resultados elevados llegando a 60,72 como máximo y 59,52 en ambas variables.

Nube de Dispersión

Una Nube de Dispersión o Nube de Correlación abarca un estudio de las variables P_{32} y C.V con relación al análisis del espacio muestral y cómo se comportan en conjunto.

Las dos variables en este caso están situadas y medidas en el mismo soporte en los ejes coordenados de X, Y, Z; donde se visualizan a través de Este, Norte y Cota respectivamente. El objetivo es obtener la correlación o relación dentro de la nube de dispersión y con esto también verificar datos atípicos o puntos específicos que se ubiquen alejados visualmente de la gráfica.

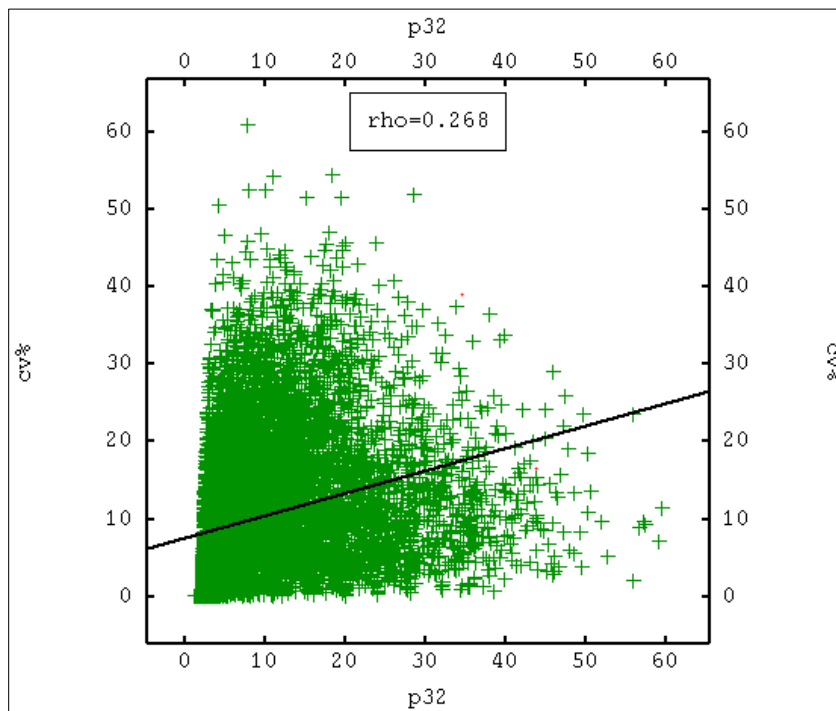


Ilustración 10: Nube de Correlación entre las variables P32 y C.V.

En (Ilustración 10) el cúmulo verde corresponde a la mayor correlación entre las dos variables de interés, es decir, los valores de ambas variables que superan el entre 30 y 40, posiblemente pertenezcan a datos atípicos u outliers.

La mayor concentración de puntos es entre los valores desde 0 hasta 20 aproximadamente en ambos casos, correspondiendo a 9957 puntos en su totalidad de los cuales si se observan datos escapados que superan con creces la escala promedio (media) resultante de 10 aproximadamente en P_{32} y C.V.

Nube Direccional

La Nube Direccional abarca la visualización de la distribución espacial de cada variable en los tres ejes coordenados, Este, Norte y Cota; con la finalidad de determinar la continuidad del valor medio o si experimenta algún cambio o datos atípicos al igual que el análisis de nube de correlación o dispersión.

Se presenta una Nube Direccional de las variables P_{32} y C.V en el eje X o Este:

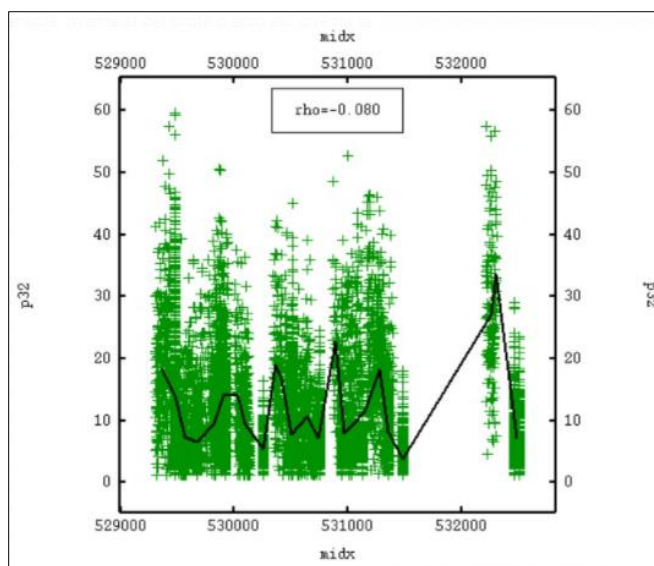


Ilustración 11: Nube Direccional de la variable P_{32} en el eje X o Este.

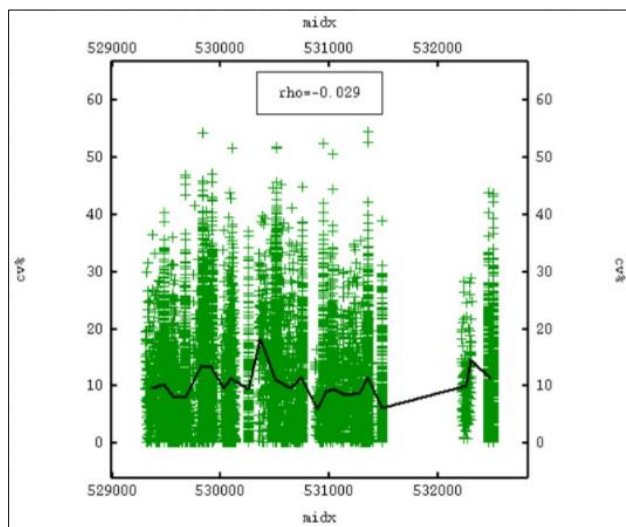


Ilustración 12: Nube Direccional de la variable C.V en el eje X (Este).

Similar a la Nube de Correlación, ambas variables presentan posibles datos atípicos sobre los valores de 30 a 40 a lo largo del eje X o Este (Ilustración 11-Ilustración 12), también se establece una visualización definida de alta concentración de datos entre los valores desde 0 a 20 aproximadamente abarcando 4000 metros en el espacio (dirección Este).

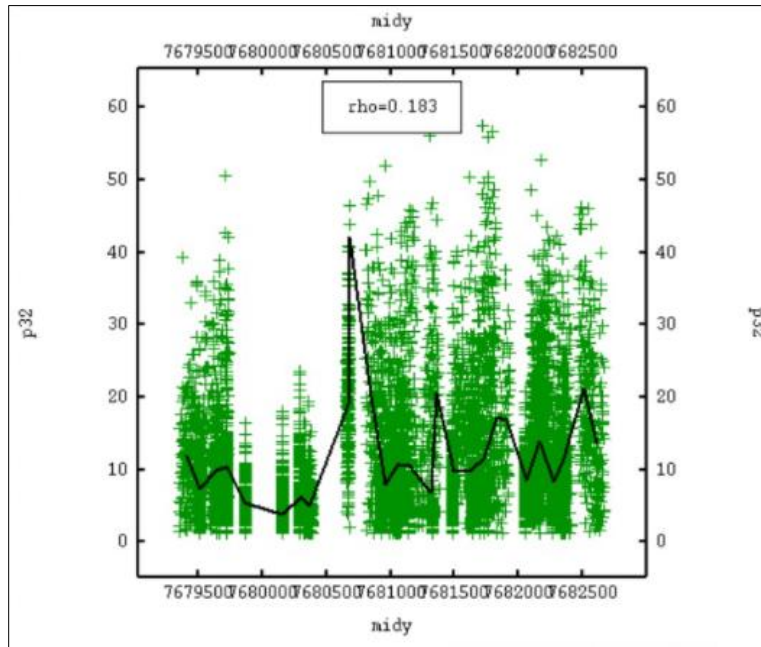


Ilustración 13: Nube Direccional de la variable P_{32} en el eje Y (Norte).

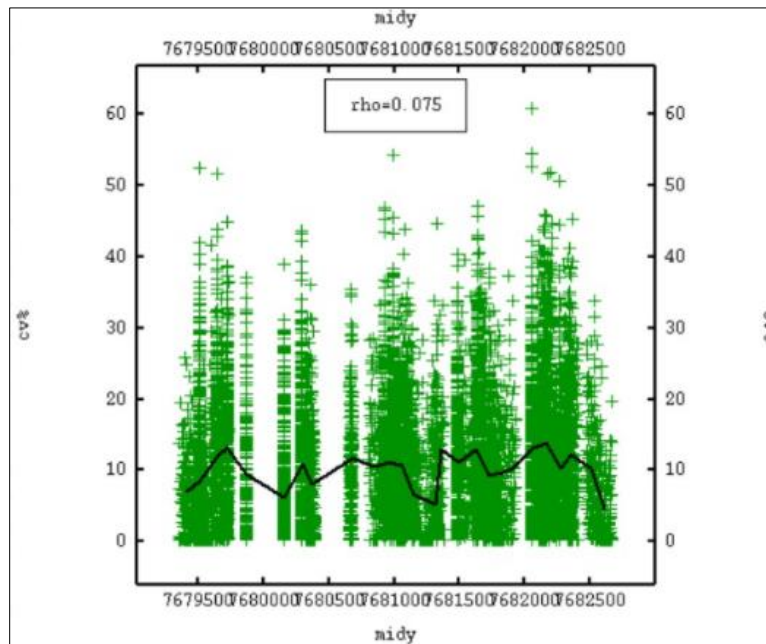


Ilustración 14: Nube Direccional de la variable C.V en el eje Y (Norte).

Las gráficas a lo largo del eje Y o Norte (Ilustración 13), presentan un análisis semejante que el caso anterior en dirección Este, se aprecia que la distribución de datos va disminuyendo desde los valores de 30 hasta alcanzar el máximo valor de 60, tanto para superficie de fractura por unidad de volumen y CV.

Por último, se observa la nube direccional de ambas variables de estudio en el eje Z (Cota):

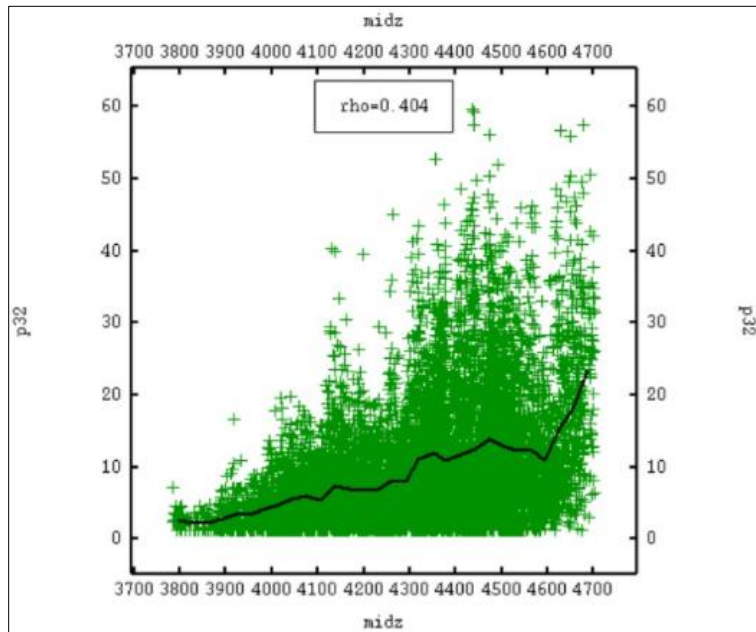


Ilustración 15: Nube Direccional de la variable P_{32} en el eje Z (Cota).

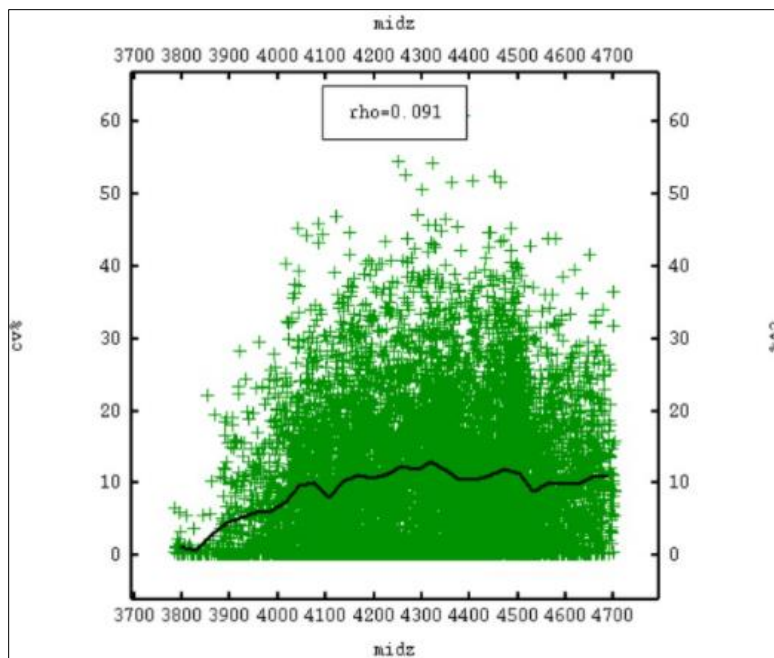


Ilustración 16: Nube Direccional de la variable CV en el eje Z (Cota).

En el caso de la variable P_{32} (Ilustración 15), la mayor concentración de datos abarca entre las cotas 4300 y 4700, por otra parte, la variable CV a lo largo del eje Z o cota (Ilustración 16), presenta una concentración similar en todas las cotas presentes en la gráfica hasta llegar al valor de 30 a 40 aproximadamente. Esto quiere decir que existe posibles datos escapados en ambas variables.

Derivas P_{32} y C.V.

Derivas Variable P_{32}

Se muestra una deriva local en tajadas de 50 metros de la variable P_{32} y C.V respectivamente en los tres ejes coordenados (X, Y, Z) (Ilustración 17-Ilustración 18-Ilustración 19), junto con el gráfico de barras que representa la cantidad de las muestras a la misma distancia de la deriva distribuida de la siguiente forma:

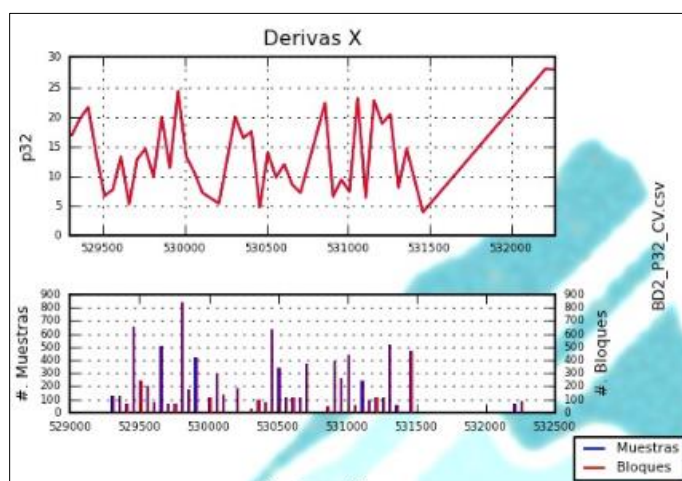


Ilustración 17. Derivas y gráfico de barras en X de la variable P_{32} .

El gráfico de barras respecto a las derivas según el eje Este presenta la mayoría de los datos de forma oscilante, mientras que en las derivas el valor más alto sobre la tendencia de la media es en valores donde se concentra la mayor parte de los datos. Finalmente, la representatividad no es lo bastante alta en el eje X.

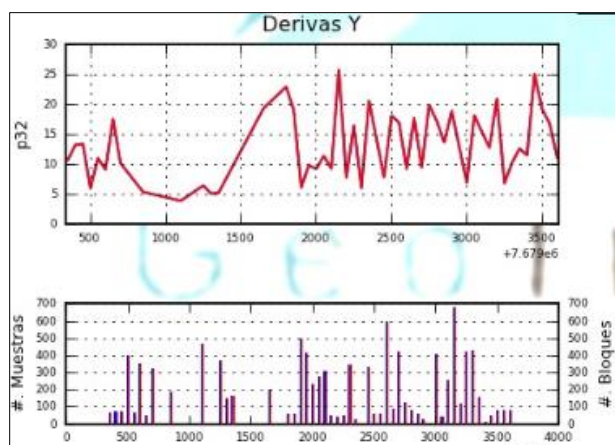


Ilustración 18: Derivas y gráfico de barras en Y de la variable P_{32} .

La representatividad en la cantidad de muestras presentes en el gráfico de barras respecto a las derivas es baja (Ilustración 18), debido a que el valor más alto de la deriva al igual que en el eje X (Este) es oscilante en el eje Y (norte). Los picos alcanzan valores con 500, 600 y 700 (equivalente al 10% de las muestras totales) muestras de los cuales las medias en las derivas si alcanzan valores altos como 15-20 en P_{32} , sin embargo, no es representativo.

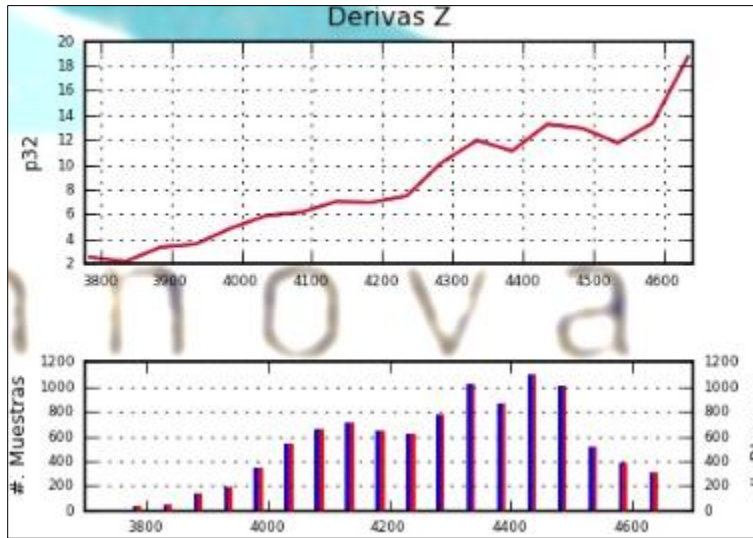


Ilustración 19: Derivas y gráfico de barras en Z de la variable P_{32} .

La distribución de cantidad de muestras en tajadas de 50 metros está caracterizada a lo largo de la Cota o eje Z de forma más regularizada que en los casos anteriores en los ejes X e Y. Aun así, el valor más alto de la tendencia de la media se representa aproximadamente cercano a la coordenada 4600 con una representatividad baja de 300 muestras (correspondiente a menos de un 5%), mientras que la mayor cantidad de muestras en los gráficos de barras corresponden a un máximo de 1000 muestras con una tendencia media de 12-14 en la variable P_{32} .

Derivas Variable CV

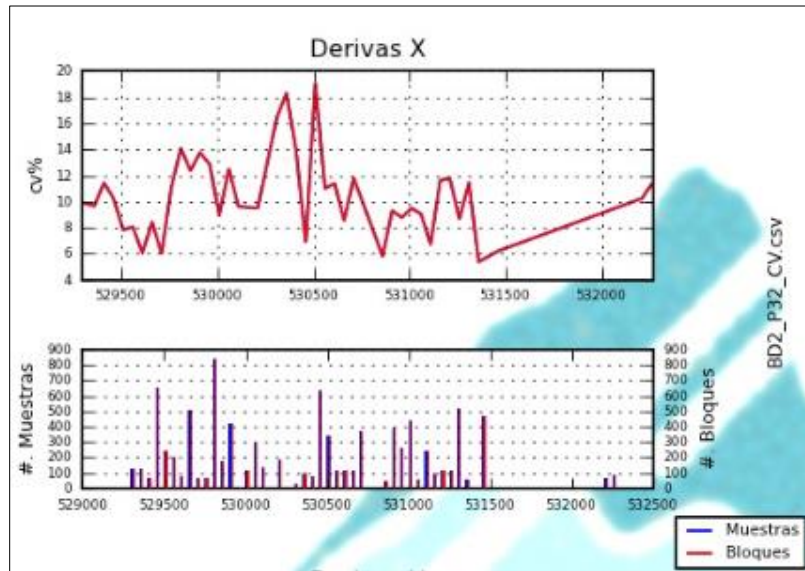


Ilustración 20: Derivas y gráfico de barras en X de la variable C.V.

La variable C.V presenta similitud con la variable P_{32} en relación a la distribución de las tendencias de las medias, como en este caso del eje X o Este, existe poca representatividad debido a que la cantidad de muestras en las medias más altas, llegan a valores como máximo de 800 muestras y la deriva no es constante, no es continua y alcanza valores aleatorios a lo largo del eje X (Ilustración 20).

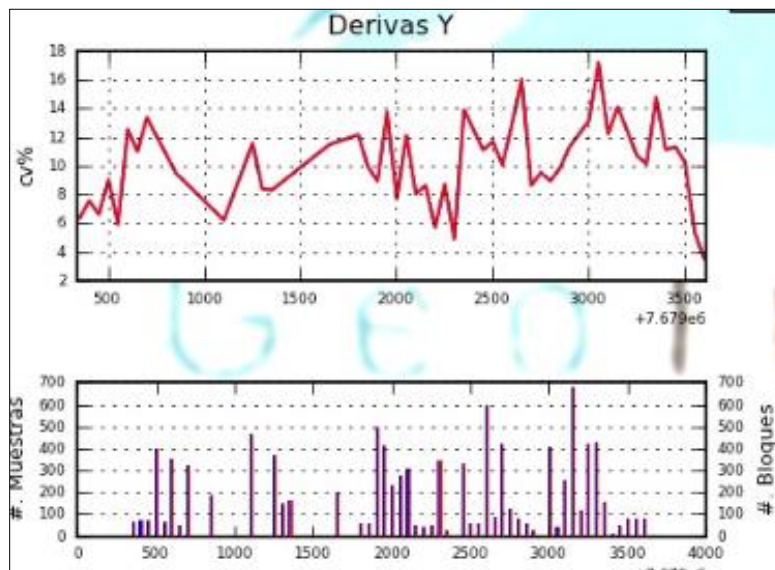


Ilustración 21: Derivas y gráfico de barras en Y de la variable C.V.

La deriva a lo largo del Norte presenta poca representatividad (Ilustración 21), es una tendencia poco continua y al igual que en el eje X, presenta cantidades de muestras más altas alcanzando como máximo las 600 muestras aproximadamente (correspondiente a menos del 10%).

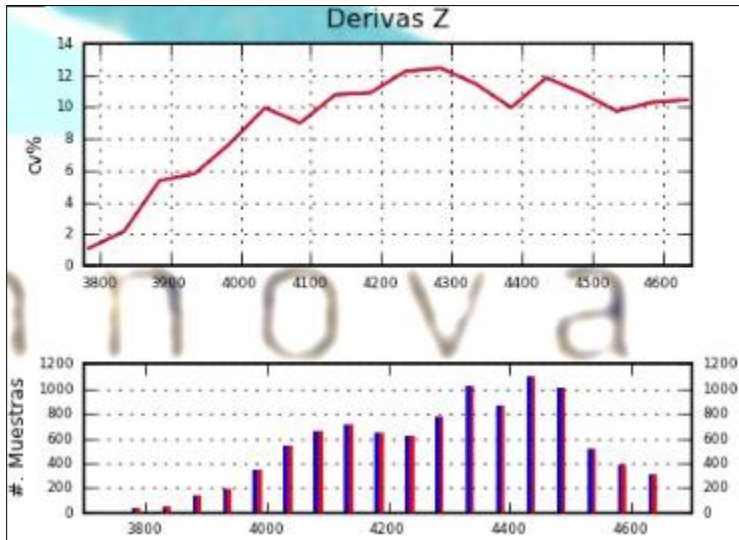


Ilustración 22: Derivas y gráfico de barras en Z de la variable C.V.

La tendencia de la gráfica de la variable CV en el eje Z o Cota, es bastante similar que la deriva de la variable P_{32} en este eje (Ilustración 22), donde los valores más altos de las medias corresponden a cuatro grupos de 1000- 900- 1100- 1000 muestras en la coordenada 4400 metros en Cota con valores de medias de 10 a 12 aproximadamente en la variable C.V.

Probability Plot

En el siguiente gráfico de probabilidad acumulada en escala logarítmica (Ilustración 23), se puede apreciar la distribución de poblaciones en torno a las variables de estudio, el desplazamiento espacial de las muestras o si existe una posible subdivisión de dos o más poblaciones dentro de una misma variable.

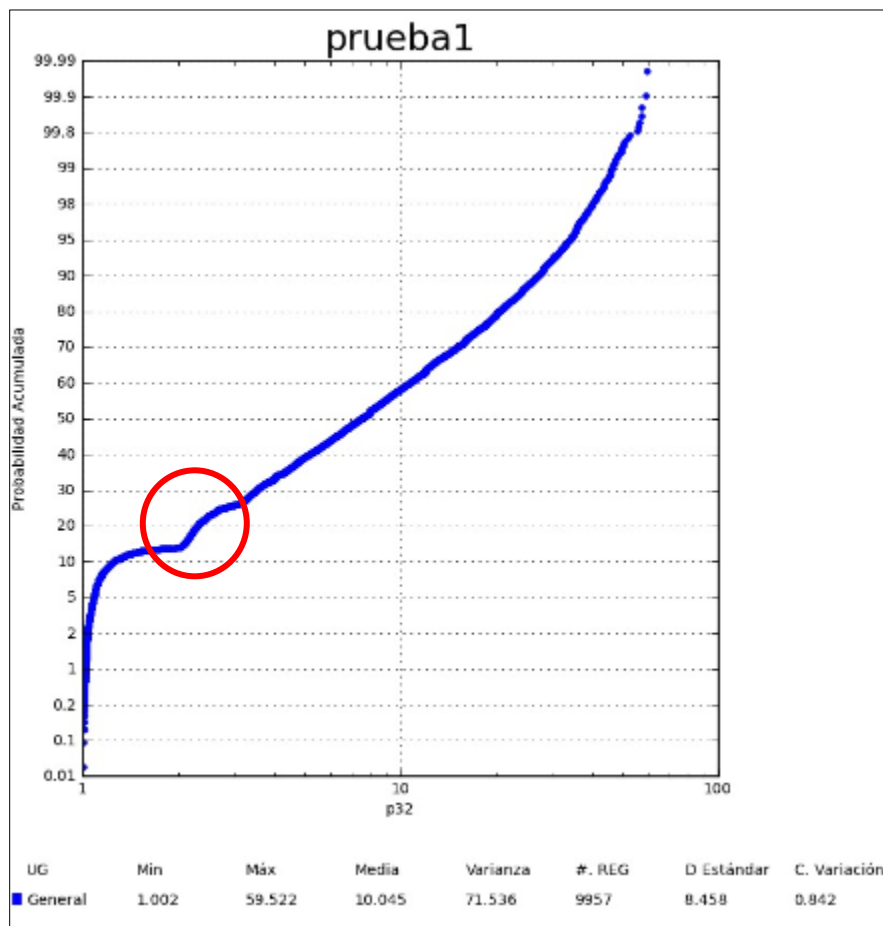


Ilustración 23: Probability Plot variable P_{32} .

En la tendencia de la gráfica a escala logarítmica, se aprecia un pequeño cambio de continuidad en los valores de 2,0 en la variable P_{32} .

A continuación (Ilustración 24) se analiza la gráfica Pplot de la variable CV en escala logarítmica:

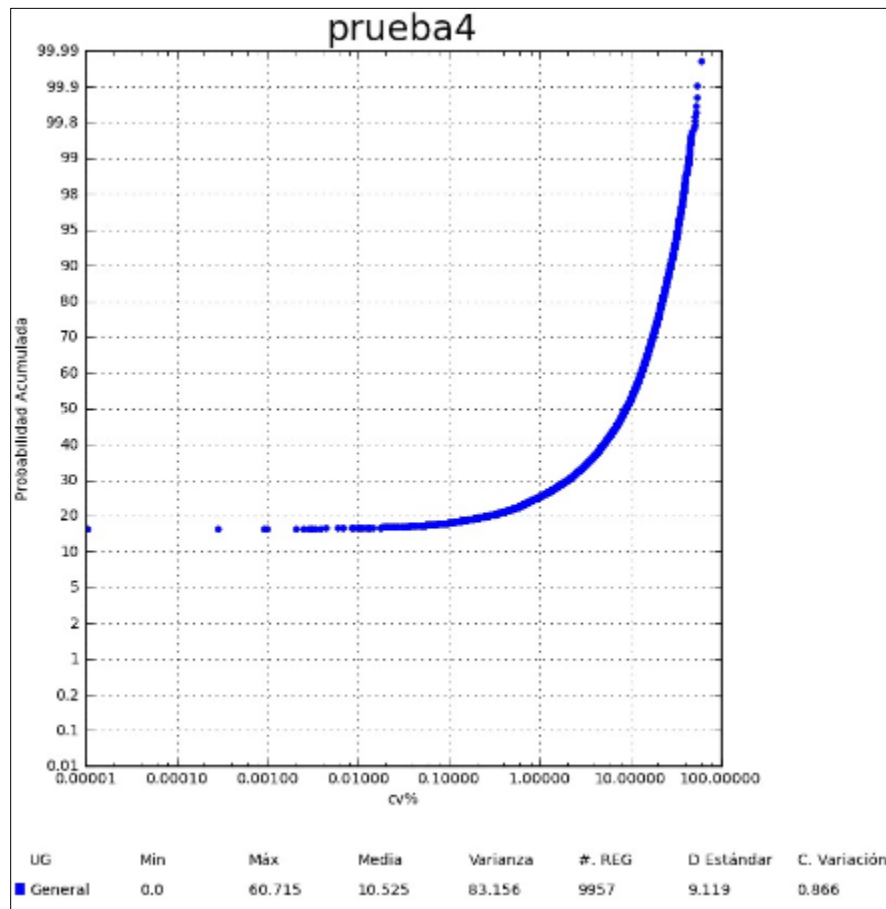


Ilustración 24: Probability Plot variable C.V.

En este caso, la gráfica a escala logarítmica presenta en la variable CV una tendencia sin cambios de continuidad, es decir, según esta variable no es posible detectar poblaciones distintas.

Datos Escapados (Outliers)

Corresponden a aquellos datos que posiblemente pudiesen alterar la estadística y variografía del análisis de estudio, esto se puede observar espacialmente a través de un chequeo de datos, de los cuales en nubes de correlaciones y direccionales se visualizan en su ubicación.

Para efectos de la confiabilidad de los datos, la cantidad total de descarte en valores aberrantes será de un 5% de un total de 9957 muestras en la base de datos (aproximadamente como máximo permisible 498 datos).

Se detectan Outliers mediante la visualización directa en las nubes de direccionalidad en el espacio (ejes X, Y, Z).

Outliers Variable P₃₂

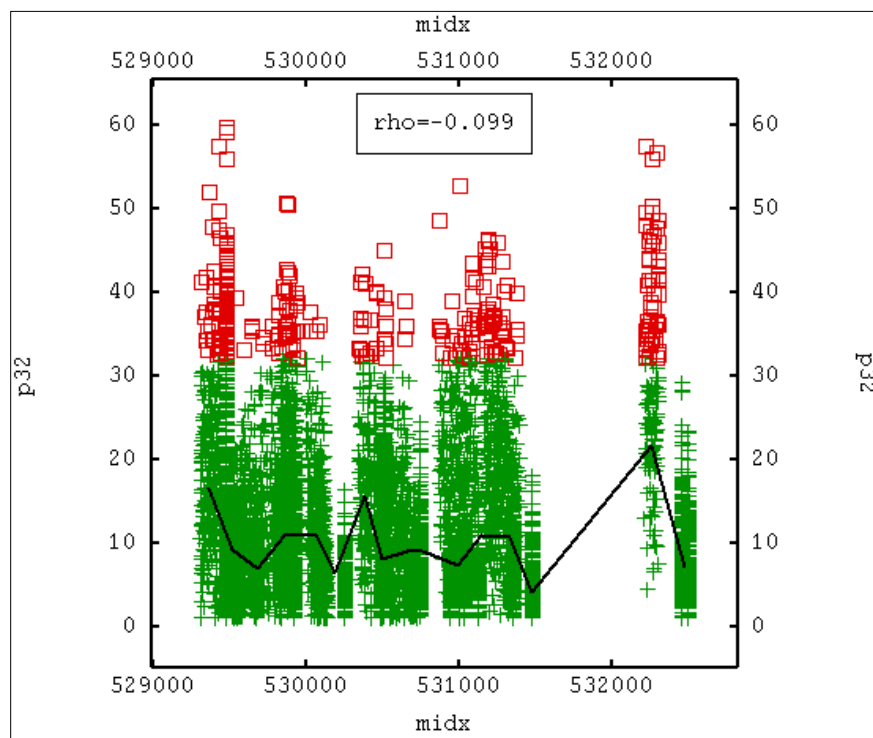


Ilustración 25: Outliers Variable P₃₂ en coordenada X.

La cantidad de datos escapados permisibles para el caso de la variable P₃₂ en coordenadas X, Y, Z corresponden a 461 muestras (Ilustración 25: Outliers Variable P₃₂ en coordenada X. Ilustración 25), las cuales se visualizan marcadas de color rojo y corrigiendo así la tendencia de la deriva respecto a la gráfica de nube direccional con los 9957 datos totales. En este caso la deriva de todos los puntos remarcados con verde corresponde al ajuste realizado luego de enmascarar los valores atípicos.

El total de 9496 datos corresponden a las nubes direccionales de la variable P₃₂.

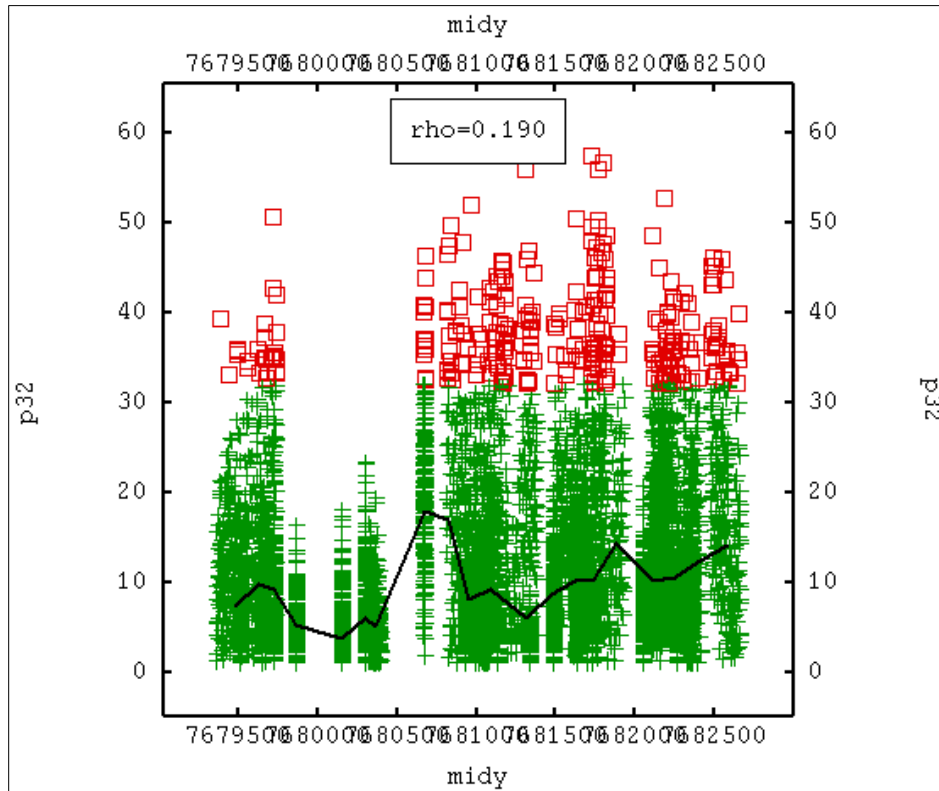


Ilustración 26: Outliers Variable P32 en coordenada Y.

La cantidad de datos escapados u Outliers en coordenada Y de la variable P₃₂ (Ilustración 26), corresponde a la misma cantidad de datos atípicos en coordenadas Este (X), otorgando como resultado 461 datos atípicos.

La distribución y dirección representativa de los datos aberrantes en coordenadas X e Y es similar, de los cuales se descartan los valores más altos de la variable P₃₂, aproximadamente valores entre 25 a 60.

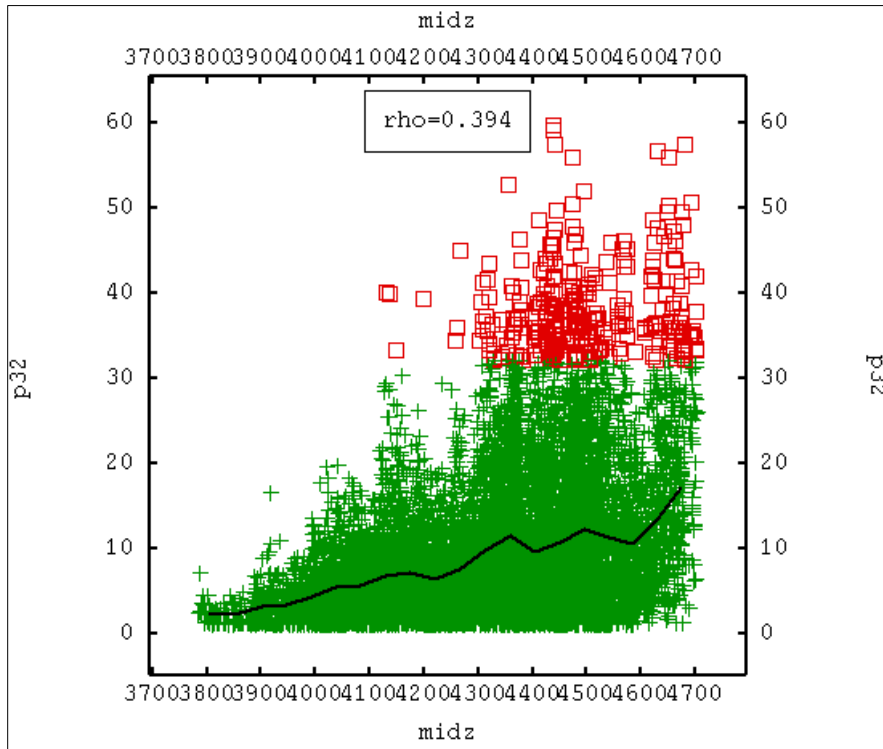


Ilustración 27: Outliers Variable P₃₂ coordenada Z.

Al igual que en los casos anteriores, la variable P₃₂ en dirección Cota (Ilustración 27) presenta 461 datos aberrantes donde el cúmulo se contempla desde los valores 25 hasta 60 aproximadamente.

La distribución de los datos en esta dirección se aprecia más concentración en las cotas más elevadas (4300-4700 en dirección Z), enmascarando valores en el extremo superior derecho.

Outliers Variable CV

A continuación, se presentan los datos atípicos de la variable CV en los tres ejes coordenados (X, Y, Z) enmascarando posibles datos que alteren el análisis posterior de estudio.

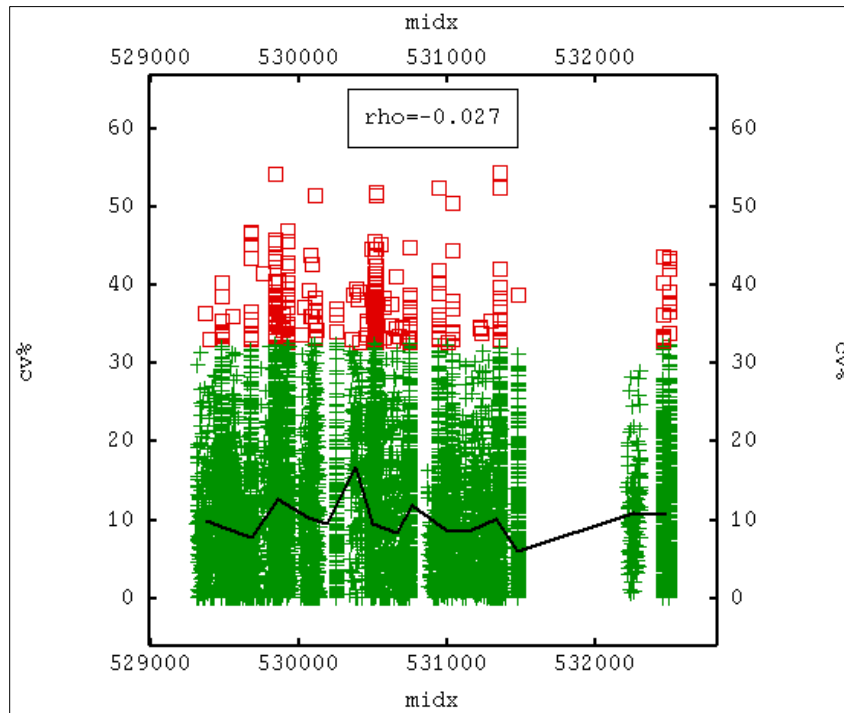


Ilustración 28: Outliers Variable CV coordenada X.

La cantidad de datos atípicos en la variable CV corresponden a 376 del total de 9957 de los datos totales (Ilustración 28), aproximadamente a un 4% permisible al límite del 5% de Outliers.

Semejante al caso de la variable P_{32} , la distribución de los datos enmascarados se ubica en el extremo derecho contemplando los valores altos de la variable CV en el rango de 30 a 60.

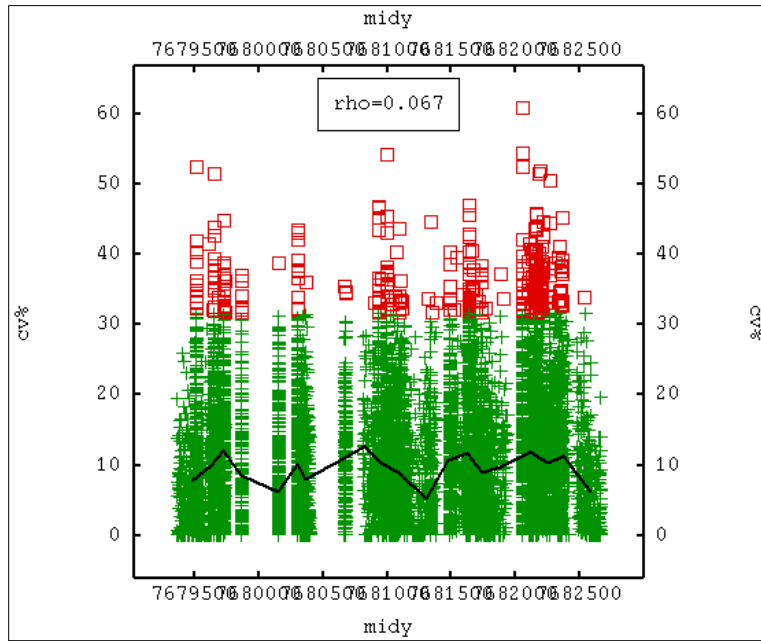


Ilustración 29: Outliers variable CV en coordenada Y.

La cantidad de Outliers en coordenadas Y o Este (Ilustración 29 Ilustración 30) son 461 datos del total de 9957, en el eje Y la distribución de los datos aberrantes se distribuyen en el extremo derecho al igual que en dirección Este, descartando valores altos de la variable CV entre 30 y 60.

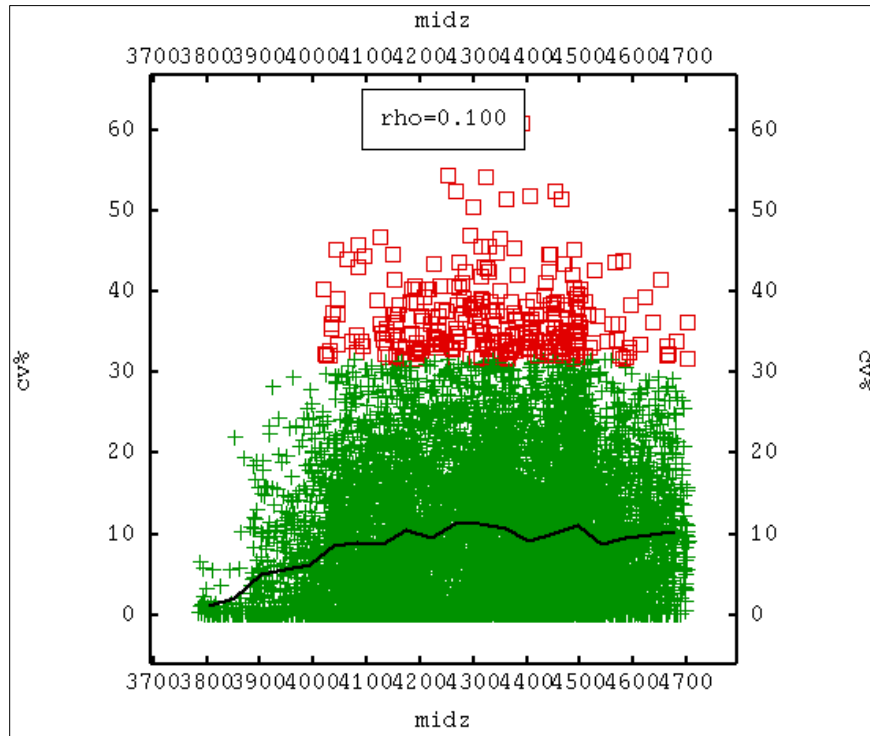


Ilustración 30: Outliers Variable CV en dirección Z.

Por último, los 461 datos atípicos en dirección Z o Cota (Ilustración 30), se visualizan semejante a las dos direcciones anteriores (X e Y), donde se descartan los valores más altos entre el rango de 30 a 60 en la variable CV. La distribución de los datos enmascarados se encuentra en el extremo derecho de la distribución total de los datos.

Variografía

Variograma Experimental Pasos a 1 metro

Para verificar el efecto pepa y así determinar la variabilidad inicial presente, es necesario realizar un Variograma de corto alcance para ambas variables de estudio

Según las variables definidas, se procede a realizar el Variograma Experimental Omnidireccional, correspondiendo a un Variograma de corto alcance, con la finalidad de acotar la mayor cantidad de muestras con pasos de 1 metro (distancia mínima promedio entre muestras), para así, verificar la variación de los datos en todas las direcciones.

A continuación, se presenta el Variograma Experimental de corto alcance correspondiente a la variable P_{32} :

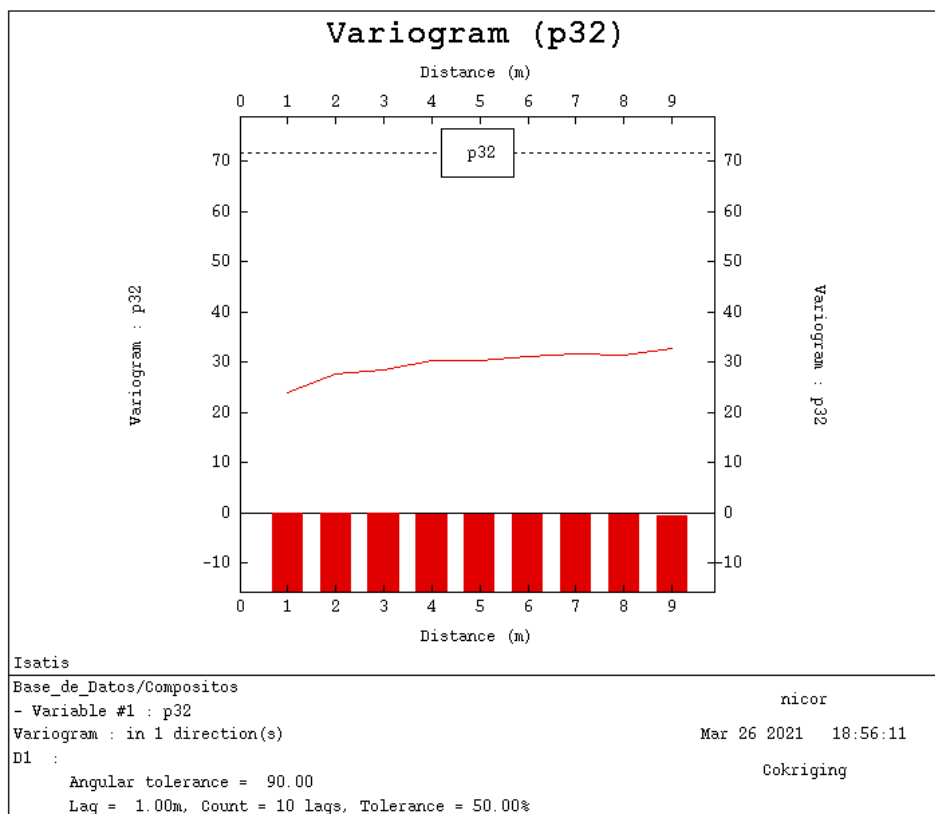


Ilustración 31: Variograma Omnidireccional variable P_{32} .

Según el Variograma (Ilustración 31), se obtiene un alcance cercano a los 9 metros aproximadamente, mientras que la meseta donde el valor de H permanece constante es de 30 en P_{32} aproximadamente.

Los valores correspondientes al valor del paso (lag value) es de 1 metro, mientras que el número de pasos (number of lags) corresponden a 10.

La varianza *a priori* es representada por la línea segmentada horizontal con un valor de 71,5 valor de P_{32} .

El Variograma Omnidireccional de corto alcance de la variable C.V es el siguiente:

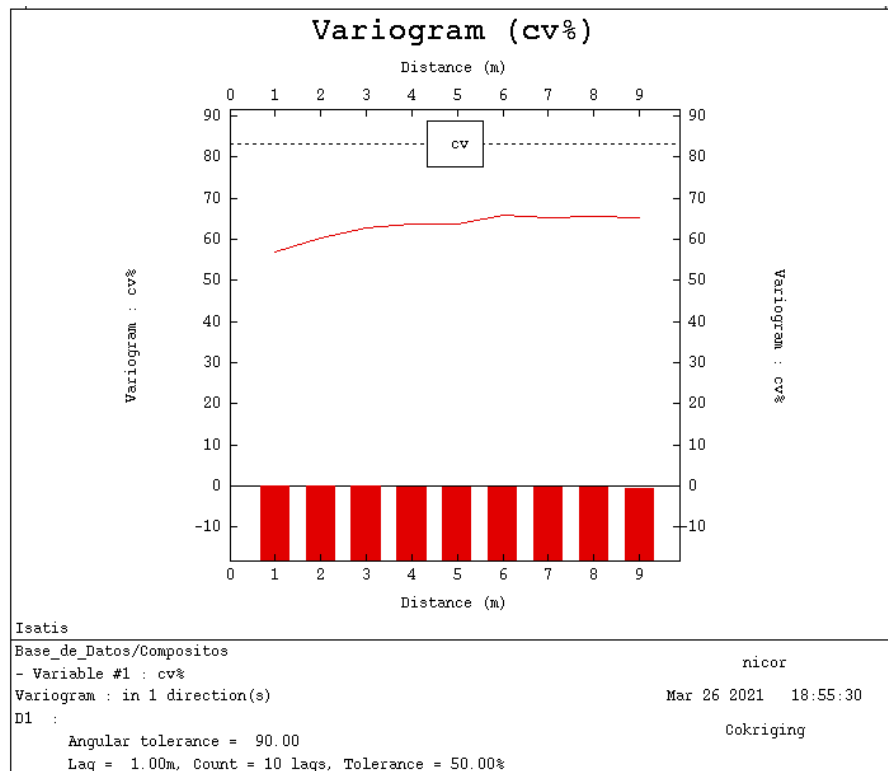


Ilustración 32: Variograma Omnidireccional variable C.V.

El Variograma Omnidireccional de la variable CV (Ilustración 32), presenta un alcance de 9 al igual que la variable P_{32} aproximadamente, mientras que su meseta donde el valor de H permanece constante es de 65 en C.V. La varianza *a priori* presenta un valor de 83,17 y las especificaciones del variograma omnidireccional son pasos de 1 metros (lag value) y el número de pasos corresponden a 10 (number of lags) al igual que el caso de la variable P_{32} .

Por último, el Variograma Experimental de corto alcance de las variables P_{32} y C.V. en conjunto es el siguiente:

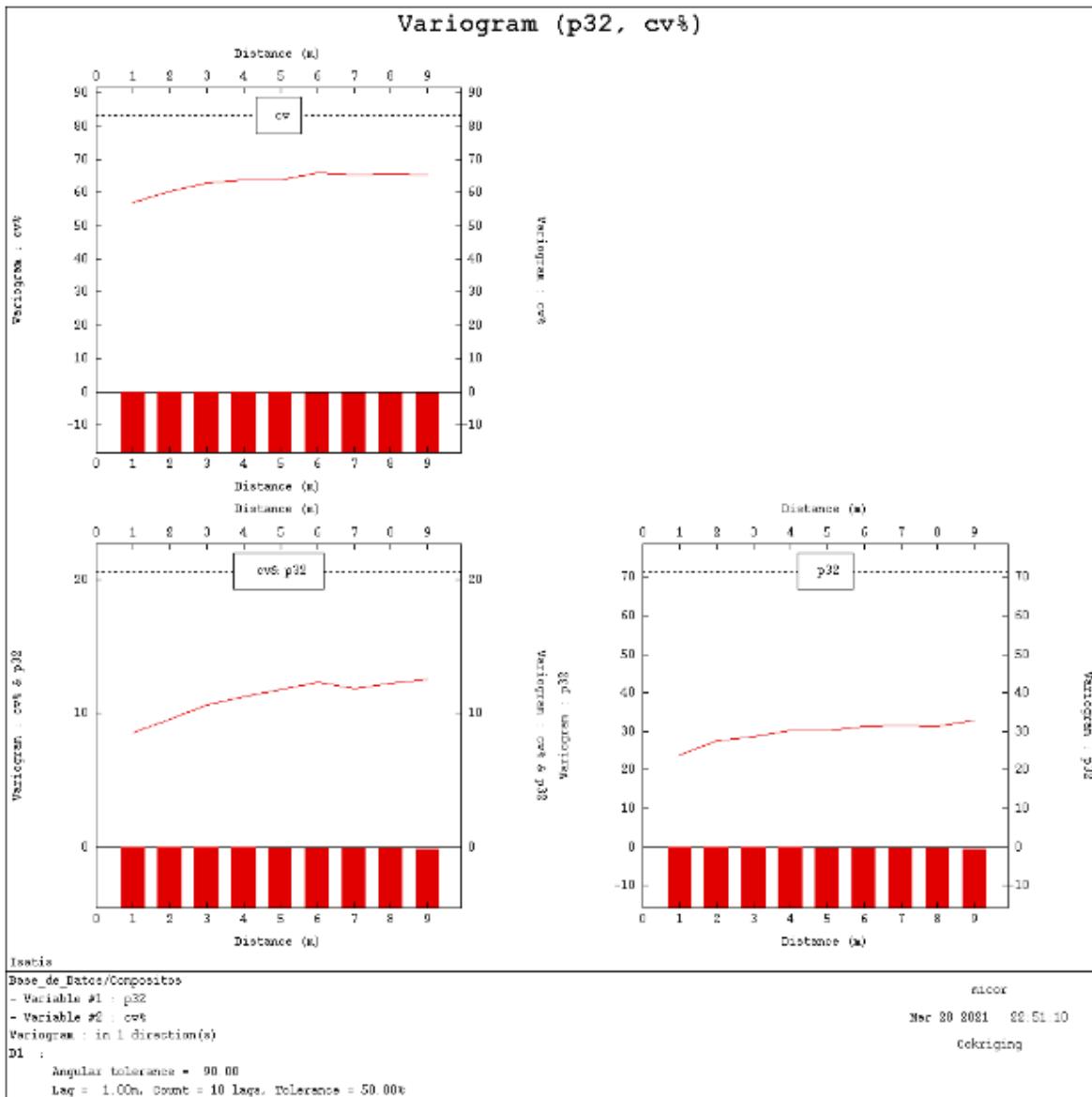


Ilustración 33: Variograma Omnidireccional variables P_{32} -C.V.

El Variograma Omnidireccional de las variables P_{32} y CV (Ilustración 33), presenta un alcance de 9 al igual que la variable P_{32} y CV por sí solas aproximadamente, mientras que su meseta donde el valor de H permanece constante es cercano a 10 en P_{32} -C.V. La varianza *a priori* presenta un valor de 22,5 y las especificaciones del variograma omnidireccional son pasos de 1 metros (lag value) y el número de pasos corresponden a 10 (number of lags) al igual que en los casos anteriores.

Variograma Experimental Pasos a 220 metros

El Variograma Experimental a pasos de 220 metros referencia a la variación en el Variograma de las variables P_{32} y CV y ambas en conjunto, evidenciando la varianza a priori y la variabilidad entre muestras en comparación a una distancia menos acotada de 1 metro.

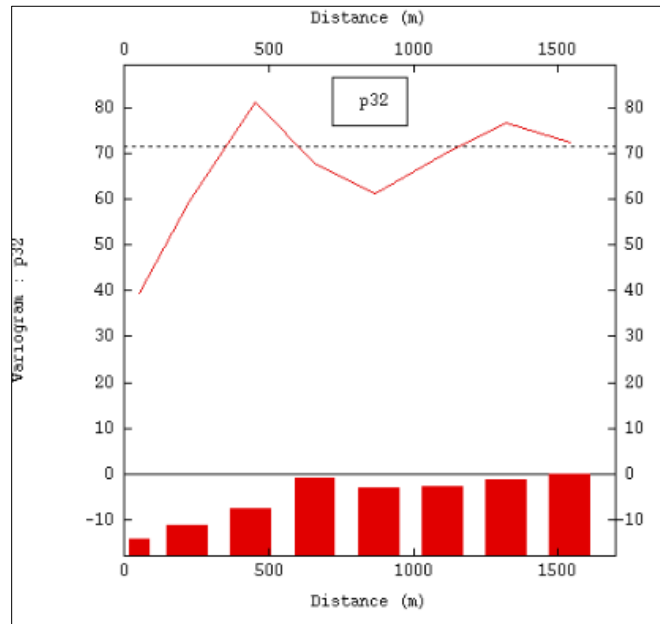


Ilustración 34: Variograma Experimental a pasos de 200 m de la variable P_{32} .

En este caso en el Variograma Omnidireccional (Ilustración 34), el alcance corresponde aproximadamente a los 1300 metros, del cual se infiere una meseta de 75 dentro de la variable P_{32} y una varianza a priori de 71,5.

La variabilidad al aumentar el paso de 1 metro a 220 metros en la variable P_{32} presenta diferencias, es decir, las muestras distanciadas a grandes pasos infieren en la continuidad del Variograma, sin embargo, se mantiene el valor de la variabilidad o aumento de varianza.

El Variograma Experimental a 220 metros de la variable CV es el siguiente:

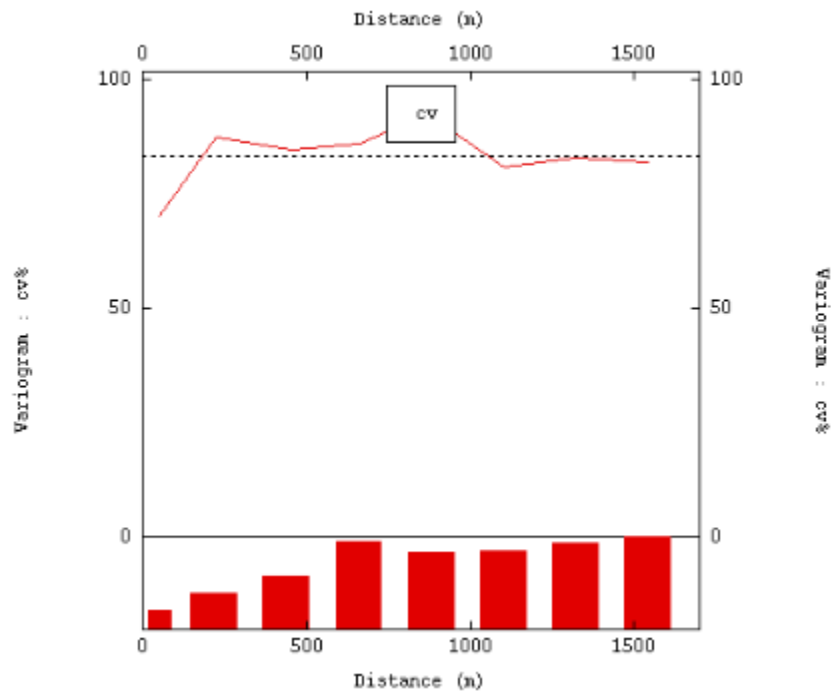


Ilustración 35: Variograma Experimental a pasos de 220 m de la variable C.V.

El Variograma Experimental correspondiente a la variable CV (Ilustración 35) en comparación con el caso de P₃₂ presenta poca variabilidad entre distancias entre muestras a un paso de 220 metros y mayor continuidad en la distribución del Variograma.

La varianza a *priori* corresponde al mismo valor que el caso del Variograma Experimental a un paso de 1 metro de 83,17.

Por último, el Variograma Experimental de Largo Alcance a pasos de 220 metros de ambas variables es el siguiente:

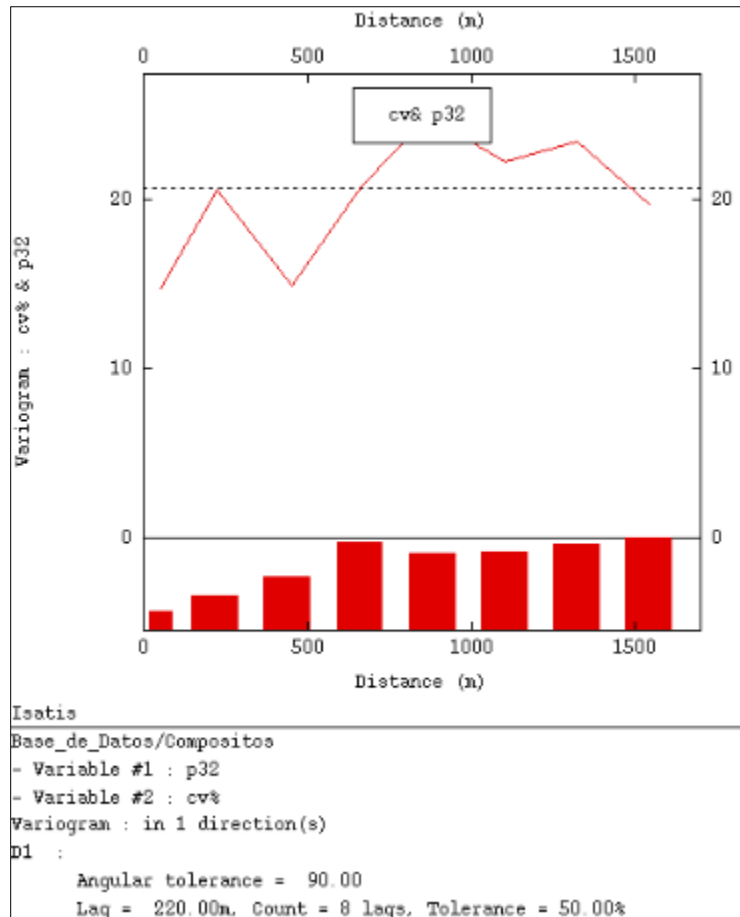


Ilustración 36: Variograma Experimental a pasos de 220 m de la variable P_{32} y CV.

En este caso ambas variables pertenecen a la distribución del Variograma Experimental de Largo Alcance (Ilustración 36), del cual se identifica una variabilidad mayor en comparación con el Variograma Experimental de la variable CV por si sola, mientras que para P_{32} su discontinuidad en la distribución se mantiene. La varianza *a priori* disminuye al igual que el Variograma Experimental de Corto Alcance, considerando un valor aproximado de 21,5 en ambas variables en conjunto.

El alcance presenta un valor de 1350 metros y la meseta se encuentra por sobre la varianza con un valor de 25 para P_{32} -C.V.

Variograma Experimental Modelado

El Variograma Experimental Modelado presenta la observación de un posible Efecto Pepita perteneciente en este caso a ambas variables de estudio, donde en las siguientes gráficas se muestran los resultados correspondientes a los efectos Pepita tanto para P_{32} , CV y P_{32} -C.V.

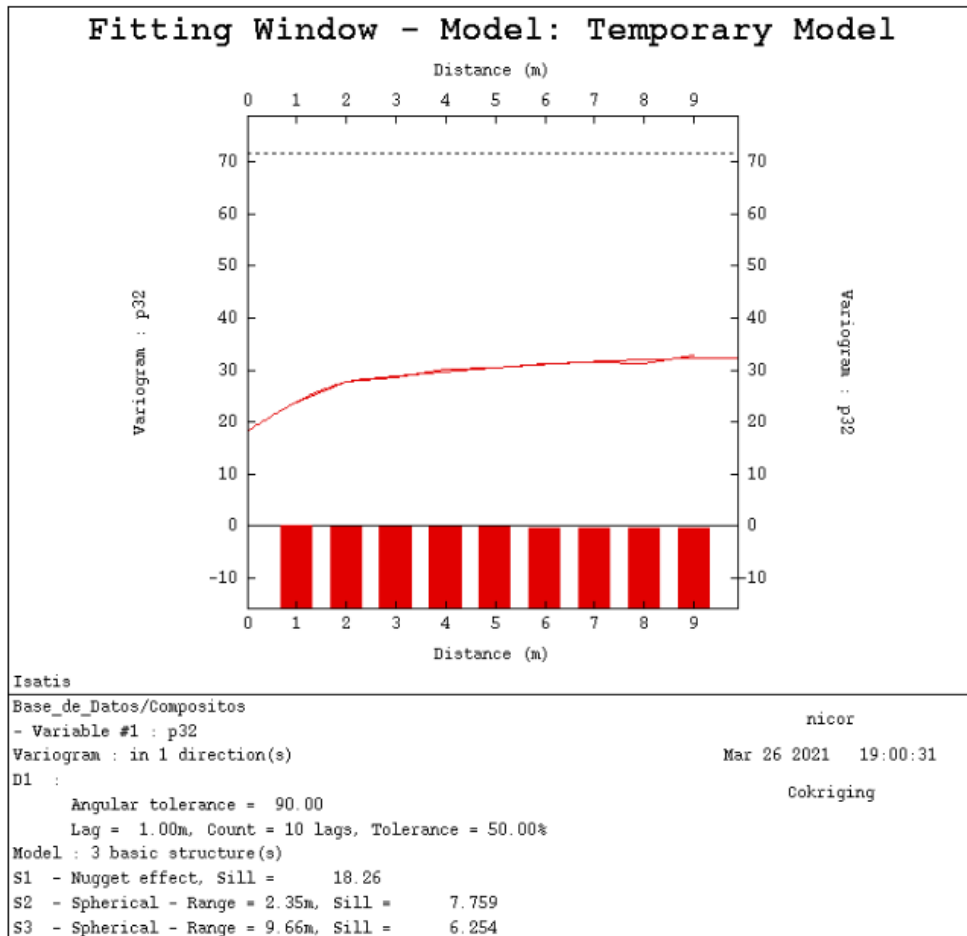


Ilustración 37: Variograma Experimental Modelado de la Variable P_{32} con Efecto Pepita.

Para efectos del gráfico (Ilustración 37), el paso corresponde a 1 metro con 10 números de pasos en el modelamiento del Variograma; el efecto Pepita de la variable P_{32} otorga un valor de 18,26 y existen dos estructuras de tipo esféricas debido a que el comportamiento en el origen es de tipo lineal.

El Variograma Experimental Modelado correspondiente a la variable CV es el siguiente:

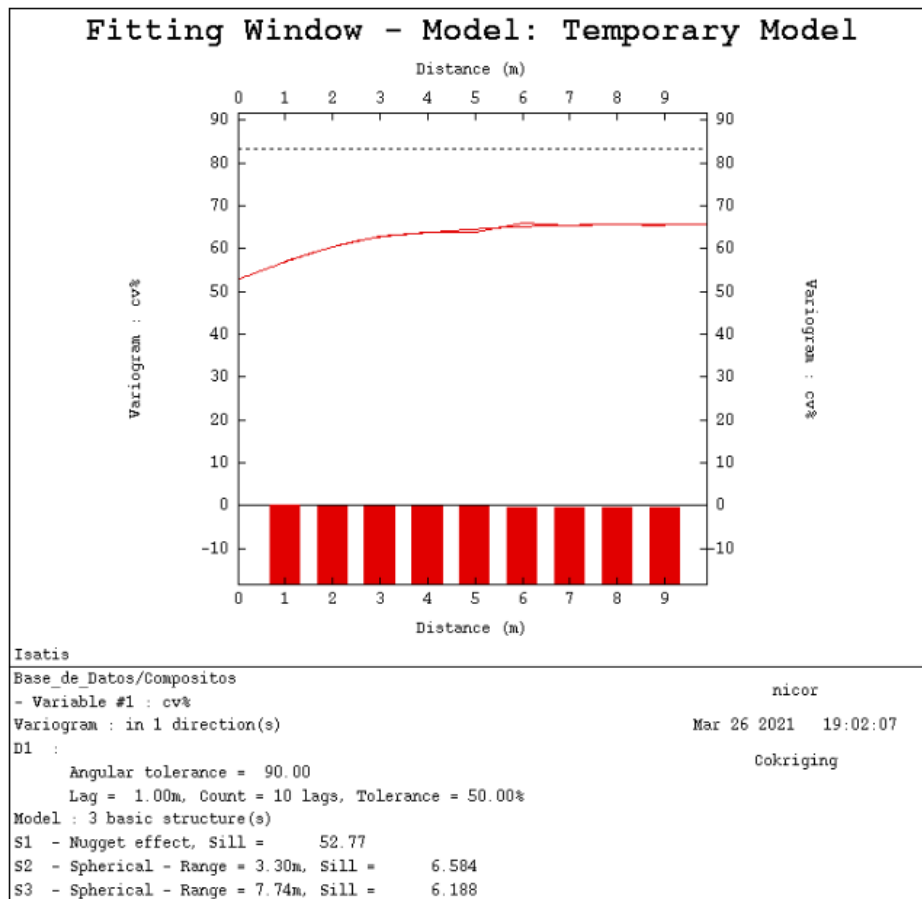


Ilustración 38: Variograma Experimental Modelado de la Variable C.V con Efecto Pepita.

La gráfica perteneciente a la variable CV (Ilustración 38) presenta pasos de 1 metro y 10 números de pasos al igual que la variable P_{32} . El efecto Pepita en este caso es bastante alto, alcanzando un valor de 52,77 y dos estructuras de tipo esféricas debido al comportamiento lineal.

El Variograma Experimental Modelado de ambas variables de estudio P₃₂ y CV es el siguiente:

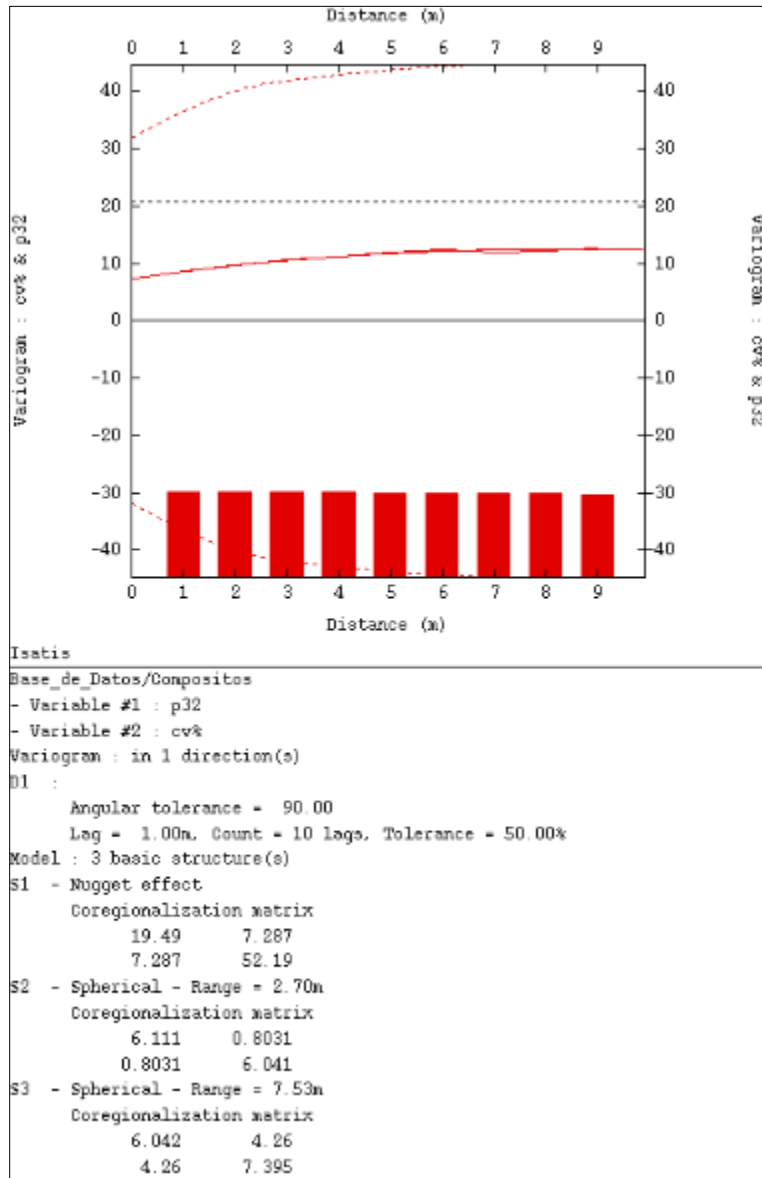


Ilustración 39: Variograma Experimental Modelado variables P₃₂ y CV con efecto Pepita,

El Variograma Experimental Modelado de ambas variables de estudio (Ilustración 39), presenta tres estructuras de las cuales existe una matriz de correlación respecto al modelo del Variograma, el largo de pasos es de un metro, valor de 10 para número de pasos y una tolerancia de un 50%.

El efecto Pepita está representado dentro de la primera estructura (Nugget Effect) del cual en el ajuste del Variograma se hará posteriormente una representación de la matriz.

Mapas Variográficos

Buscan como objetivo obtener visualmente la menor variabilidad de datos dentro de las variables de estudio, a través de una escala que indica en colores con tendencia a azul la menor variabilidad; mientras que los colores con tendencia a rojo o cálidos representan mayor variabilidad.

La existencia de anisotropía refleja direcciones preferenciales en la totalidad de los datos distribuidos en el espacio en las tres direcciones.

La preferencia dentro de Azimut, Dip y Plunge, se observan dentro de tres Mapas Variográficos donde se obtendrán direcciones que representen baja variabilidad.

Los parámetros de importancia dentro de este análisis son el número de pasos, valor del paso, número de direcciones, tolerancia del paso y tolerancia de las direcciones.

Para efectos de este caso en particular en la variable P_{32} (Ilustración 40), el largo del paso corresponderá a 285, el número de pasos será de 7 y las tolerancias serán de 1 en los tres casos, el número de direcciones que corresponde a 18 serán por los 10° que se forman entre cambios de direcciones en el Mapa Variográfico hasta completar los 180° .

Mapa Variográfico Variable P_{32}

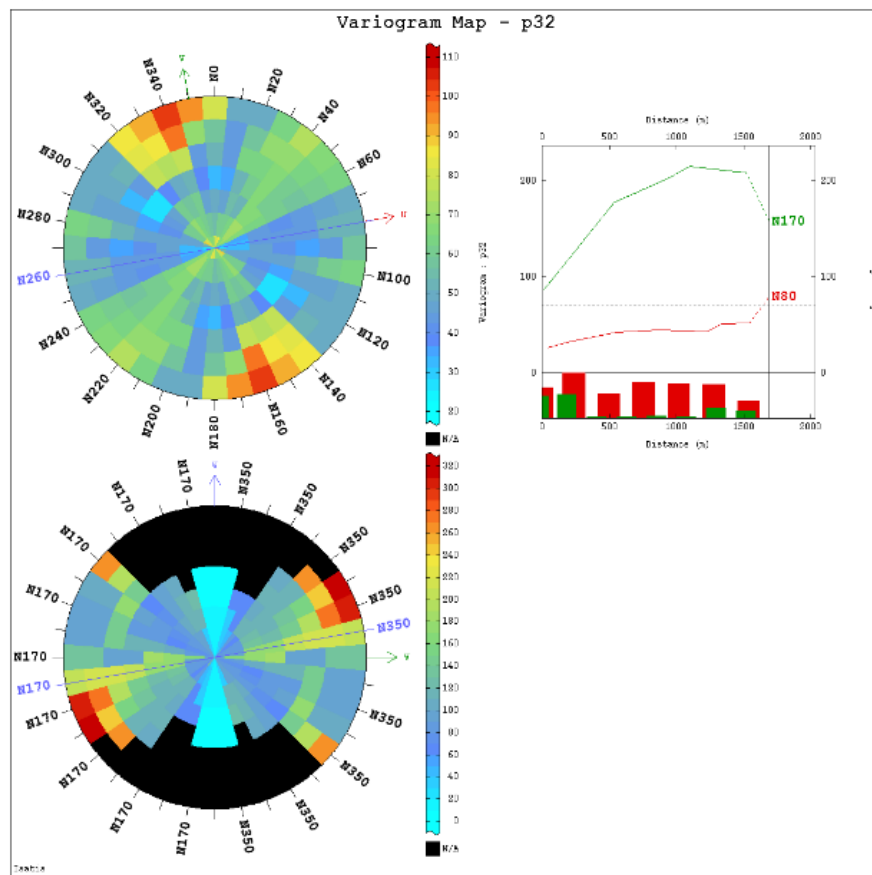


Ilustración 40: Mapa Variográfico con Azimut $N80^\circ E$ y Dip $N170^\circ E$ de la Variable P_{32} en dirección Azimut.

Las direcciones de estudio en dirección Azimut de la Variable P_{32} (Ilustración 40) abarca la dirección preferencia N80°E en el plano XY o plano UV, de la cual se obtiene según el análisis del mapa, la menor variabilidad de los datos en la variable P_{32} .

Posterior a la identificación del Azimut que representa la dirección con menor variabilidad de los datos en estudio en dirección UV (XY), se debe identificar el Dip que corresponde a la dirección de manto, la cual se toma en referencia al Azimut descrito anteriormente.

En este caso, el Dip presenta una dirección N170° en el plano VW (YZ); referencia a la perpendicularidad (Azimut + 90°) o N350° (Planos opuestos).

Con respecto al plano U, este queda alineado al rumbo, por consecuencia el cálculo de Dip se hace en torno al plano VW (YZ).

Vista 3D Planos Azimut y Dip Variable P_{32}

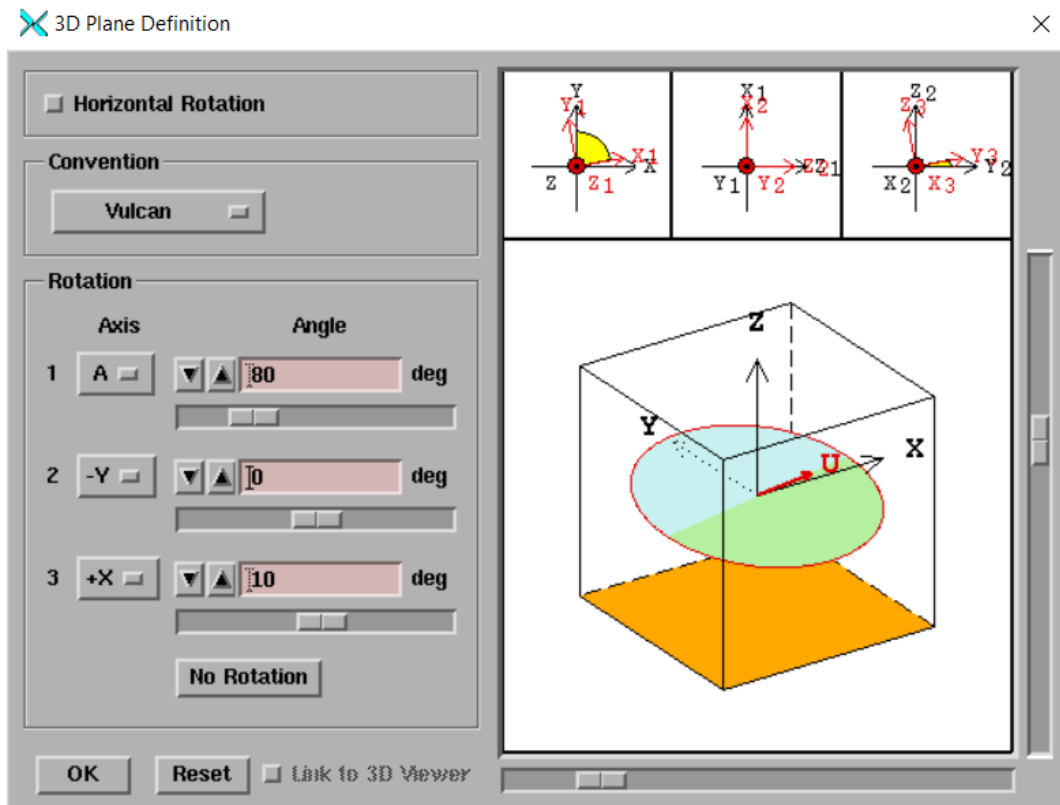


Ilustración 41: Plano de referencia en Azimut y Dip para P_{32} .

El ajuste final respecto a las direcciones preferenciales que representan menor variabilidad de datos en la variable P_{32} (Ilustración 41), se representa en los tres ejes coordenados con rotaciones de 80° en el plano UV (Azimut), mientras que para el Dip el ajuste queda en 10° en el plano VW.

Mapa Variográfico Variable CV

El análisis es similar a la secuencia realizada para la variable P_{32} ; para efectos de obtención de las direcciones, el parámetro utilizado para largo del paso será igual a 285, número de pasos 7 y las tolerancias de 1 para los casos de tolerancia del paso y tolerancia de las direcciones, el número de direcciones que corresponde a 18 serán por los 10° que se forman entre cambios de direcciones en el Mapa Variográfico hasta completar los 180° (Ilustración 42).

Se realiza el análisis de menor variabilidad de los datos al igual que el caso anterior de la variable P_{32} del cual según CV, la dirección preferencial para Azimut y Dip son las siguientes según el Mapa Variográfico.

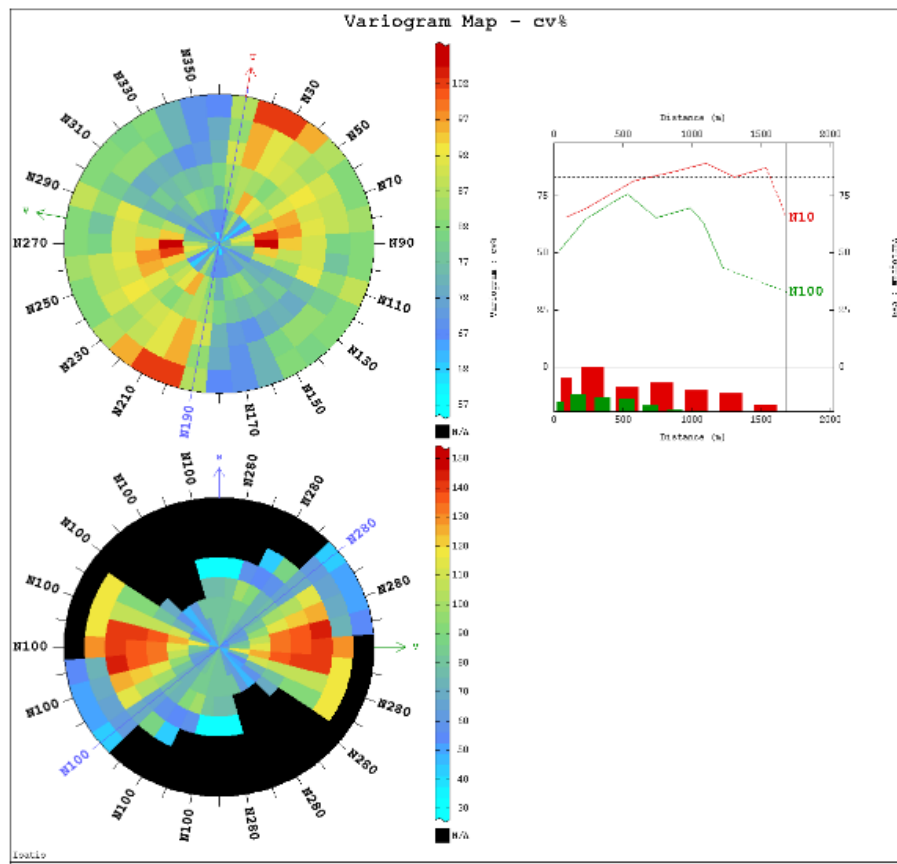


Ilustración 42: Mapa Variográfico de la Variable CV en tres direcciones en dirección Azimut.

Se establece la dirección según la menor variabilidad presente dentro del Mapa Variográfico donde los colores con tendencia azulada presentan la menor variabilidad de los datos. La dirección preferencial en este caso para Azimut es de $N10^\circ E$, mientras que la posición del Dip queda referenciada por la perpendicularidad al plano UV (Azimut + 90°) en dirección Norte 100° o $N280^\circ$ (Planos opuestos).

Es importante destacar que dentro del Mapa Variográfico en el plano YZ (VW) en dirección Dip, existe pérdida de información en algunas direcciones, por lo que es preferencial aquella que presente baja variabilidad entre los datos también abarque la mayor cantidad de muestras en dicha dirección.

Vista 3D Planos Azimut y Dip Variable CV

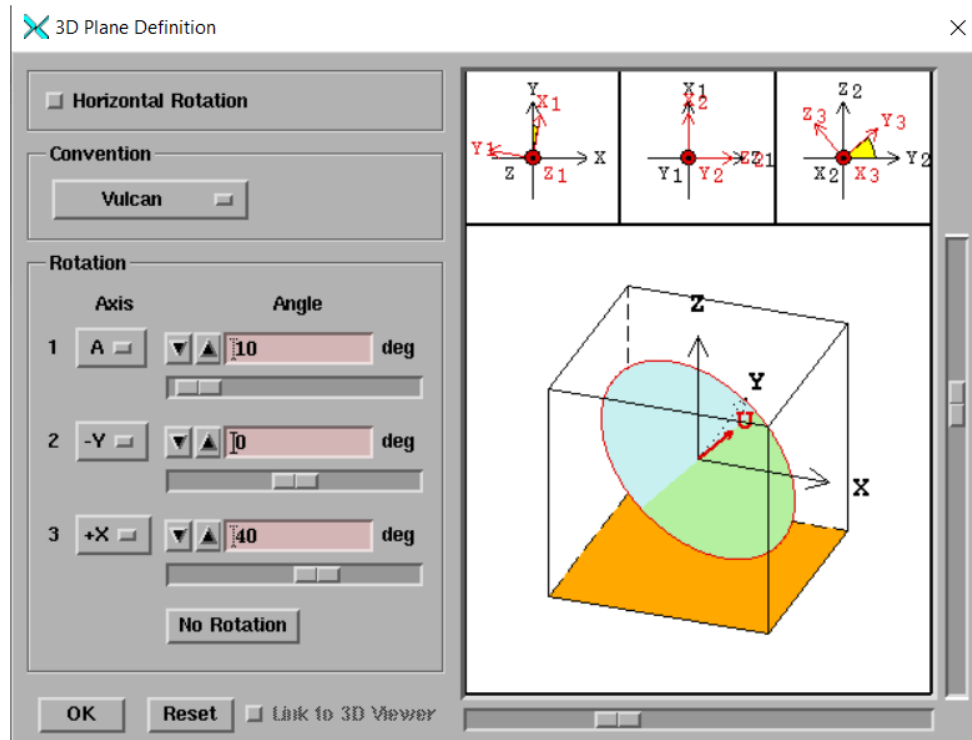


Ilustración 43: Plano de referencia en Azimut y Dip para CV.

La visualización en las direcciones de Azimut y Dip para la variable CV (Ilustración 43), presenta en los ejes coordenados UV 10° de rotación (Azimut), mientras que para los ejes VW (Dip) 40° de rotación.

Mapa Variográfico Variables P₃₂-CV

Los parámetros utilizados respecto al Mapa Variográfico para P₃₂ y CV (Ilustración 44) para efectos de obtención de las direcciones, el valor utilizado dentro de la dirección Azimut para largo del paso será igual a 285, número de pasos 7 y las tolerancias de 1 para los casos de tolerancia del paso y tolerancia de las direcciones, el número de direcciones que corresponde a 18 serán por los 10° que se forman entre cambios de direcciones en el Mapa Variográfico hasta completar los 180°.

Los valores para la dirección de Dip serán de 215 metros para largo del paso, número de pasos 8 y las tolerancias junto con número de direcciones similares a la dirección de Azimut.

El análisis corresponde a identificar dentro de los datos la menor variabilidad; los Mapas Variográficos obtenidos en dirección UV (XY) y VW (YZ) son los siguientes:

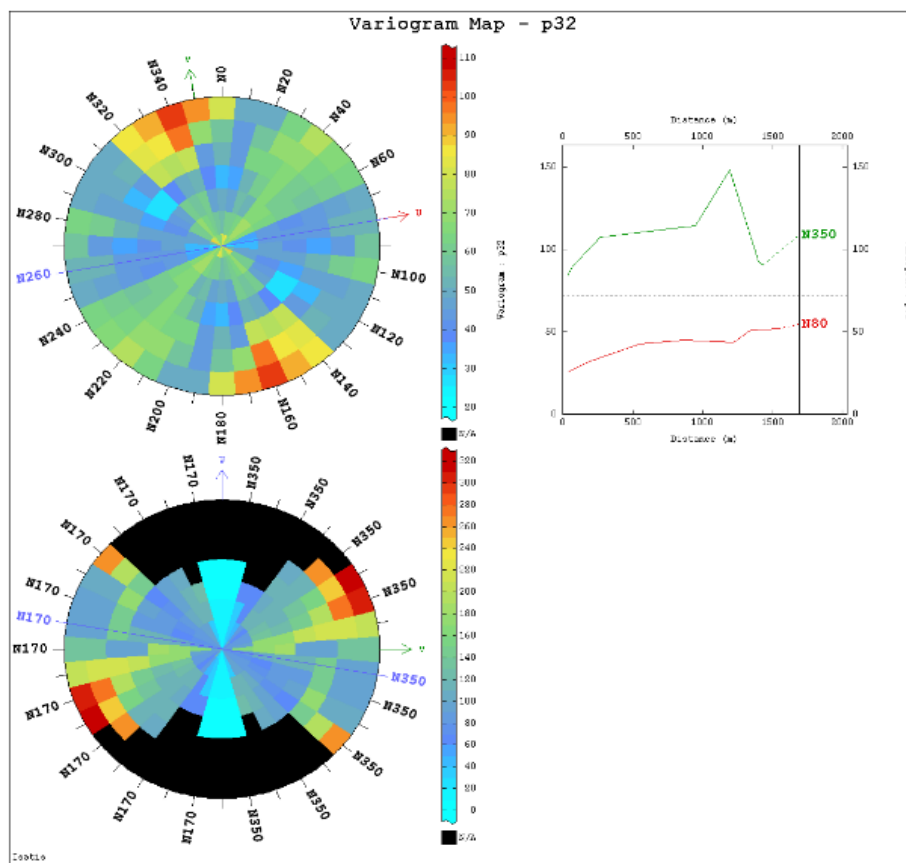


Ilustración 44: Mapa Variográfico de las variables P₃₂- CV en tres direcciones en dirección Azimut.

Utilizando el criterio similar en relación con la menor variabilidad representada con colores en tendencia azulada y mayor variabilidad con colores más cálidos (tendencia a rojo) junto con la representatividad de número de datos dentro de la dirección preferencial, se identifica para Azimut la dirección N80°E, mientras que para Dip queda referenciado perpendicularmente al plano UV (Azimut + 90°) en dirección Norte 170° o 350° como plano opuesto (N170° + 180°).

Vista 3D Planos Azimut y Dip Variables P₃₂ y CV

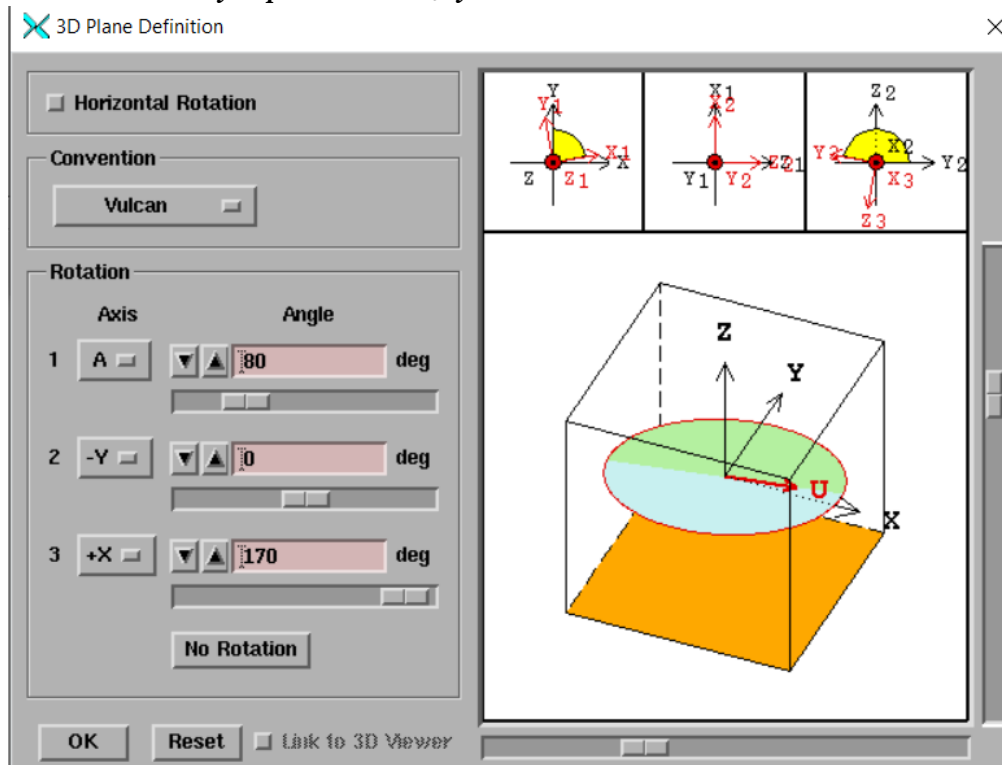


Ilustración 45: Plano de referencia en Azimut y Dip para CV.

La visualización en las direcciones de Azimut y Dip para las variables P₃₂-CV (Ilustración 45), presenta en los ejes coordenados UV 80° de rotación (Azimut), mientras que para los ejes VW (Dip) 170° de rotación.

Variograma Experimental en Tres direcciones Variable P_{32}

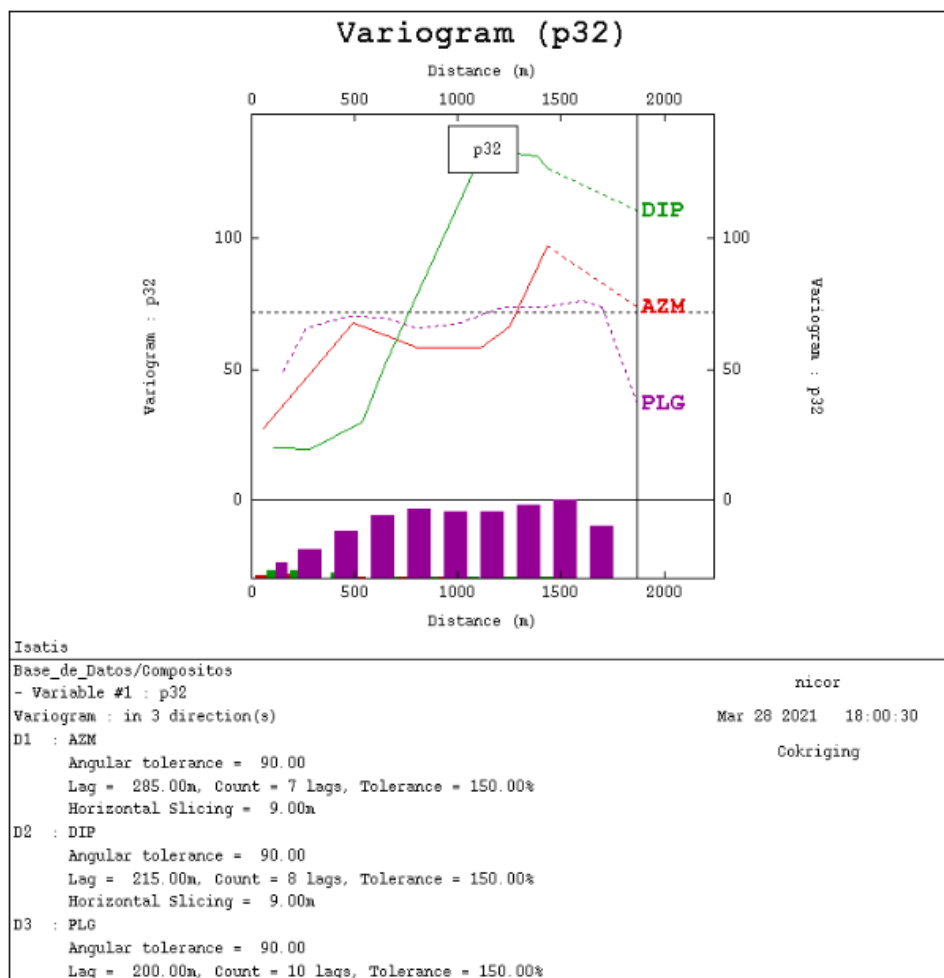


Ilustración 46: Variograma Experimental en Tres Direcciones P_{32} , Azimut (rojo), Dip (verde), Plunge (morado).

Las direcciones de Azimut y Dip pertenecientes a la gráfica de Variograma, presentan las rotaciones correspondientes al análisis del Mapa Variográfico, mientras que la obtención del Plunge se obtiene por una ortogonal (plano normal) al plano de referencia (plano regular). Los pasos definidos para el caso de Azimut son de 285 metros, 7 número de pasos y una tolerancia del 150%; para el caso del Dip el largo del paso son de 215 metros, 8 número de pasos y una tolerancia de un 150%, por último, el Plunge presenta un largo de paso de 200 metros, 10 número de pasos y 150% de tolerancia.

En relación con las mesetas y alcances, para el Azimut su meseta es de 500 metros aproximadamente y su alcance de 65 en la variable P_{32} , para el Dip una meseta de 1200 metros aproximadamente y un alcance de 135, el Plunge presenta una meseta de 500 metros aproximadamente y un alcance de 70 aproximadamente en la variable P_{32} .

La varianza *a priori* tiene un valor de 71,5 perteneciente a P_{32} .

Variograma Experimental en Tres Direcciones Variable CV

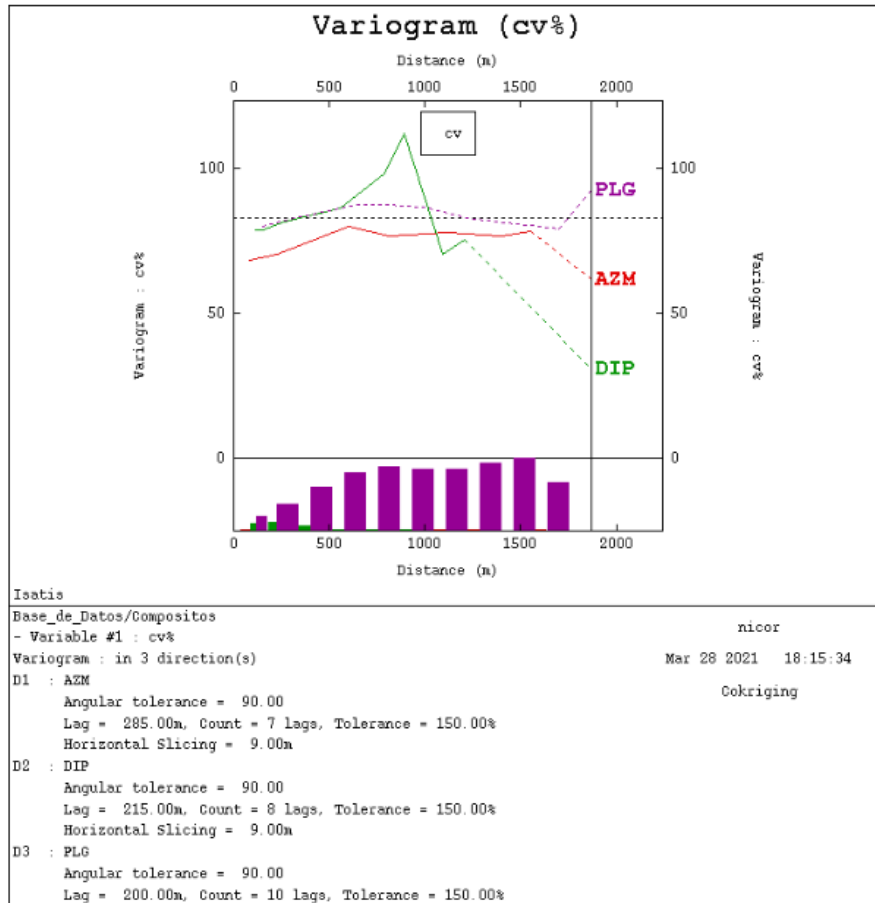


Ilustración 47: Variograma Experimental en Tres Direcciones CV, Azimut (rojo), Dip (verde), Plunge (morado).

Al igual que el Variograma Experimental de las tres direcciones de la variable P_{32} , las direcciones de Azimut y Dip presentan las rotaciones correspondientes al análisis del Mapa Variográfico, y así el Plunge se define por una ortogonal al plano de referencia. Según sus parámetros, los largos del paso para las tres direcciones, Azimut, Dip y Plunge son respectivamente de 285 metros, 215 metros y 200 metros; el número de pasos son 7, 8 y 10 y finalmente una tolerancia de 150% para las tres direcciones.

En relación con los alcances y mesetas, para el Azimut su alcance es de 1500 metros aproximadamente y meseta de 75 en la variable CV, para el Dip un alcance de 900 metros aproximadamente y una meseta de 135, el Plunge presenta un alcance de 750 metros aproximadamente y una meseta de 85 en la variable CV.

La varianza *a priori* tiene un valor de 83,2 perteneciente a CV.

Variograma Experimental en Tres Direcciones Variables P₃₂- CV

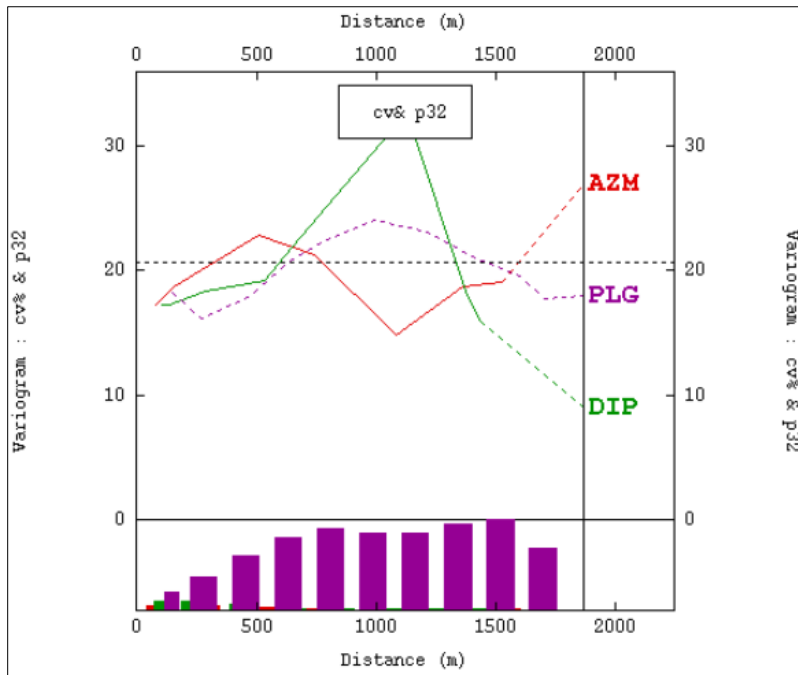


Ilustración 48: Variograma Experimental en Tres Direcciones P₃₂- CV, Azimut (rojo), Dip (verde), Plunge (morado).

La representación de las direcciones para Azimut y Dip son referenciadas por las rotaciones con menor variabilidad del Mapa Variográfico correspondiente al análisis de las variables P₃₂ y CV, mientras que la dirección Plunge se define por una ortogonal al plano de referencia.

Los parámetros utilizados para la gráfica del Variograma Experimental (Ilustración 48) define un largo del paso para la dirección de Azimut de 285 metros, 215 metros para la dirección Dip y 200 metros para la dirección Plunge; el número de pasos son 7, 8 y 10 y finalmente una tolerancia de 150% para las tres direcciones.

En relación con los alcances y mesetas, para el Azimut su alcance es de 500 metros aproximadamente y meseta de 75 en la variable CV, para el Dip un alcance de 1200 metros aproximadamente y una meseta de 135, el Plunge presenta un alcance de 950 metros aproximadamente y una meseta de 85 en las variables P₃₂- CV.

La varianza *a priori* tiene un valor de 21,5 perteneciente a P₃₂- CV.

Variograma Experimental Modelado en Tres Direcciones Variable P_{32}

El Variograma Experimental se limita en parámetros como tolerancias, distancias y direcciones; del cual escapan datos haciendo incompleto su análisis. Para esto, se debe ajustar un Variograma Experimental a un “Variograma Experimental Modelado” pudiendo analizar correctamente la continuidad espacial de las variables P_{32} y CV.

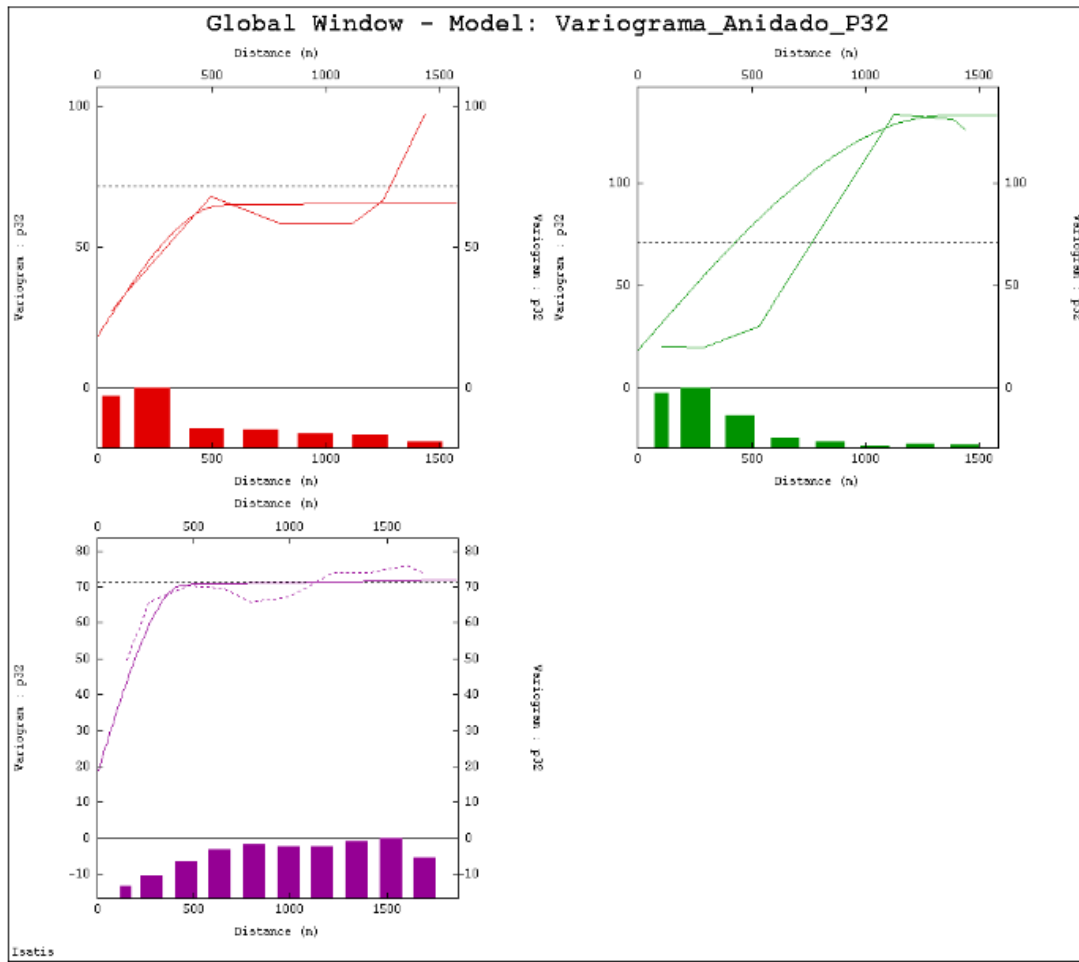


Ilustración 49: Variograma Experimental Modelado en dirección Azimut (rojo), Dip (verde), Plunge (morado) variable P_{32} .

Al igual que el Variograma Experimental, el Variograma Experimental Modelado (Ilustración 49) presenta los mismos parámetros en largo de pasos, número de pasos y tolerancias para las tres direcciones.

El ajuste realizado para Azimut, Dip y Plunge de la variable P_{32} es de tipo esférico del cual se interpreta junto con el efecto Pepita igual a 18,26.

Los alcances y mesetas según los ajustes presentan valores en Azimut de 550 y 64 aproximadamente, Dip valores de 1000 y 135 respectivamente y por último en Plunge un alcance de 450 aproximadamente y meseta de 70 en la variable P_{32} .

La gráfica de las tres direcciones en conjunto es la siguiente:

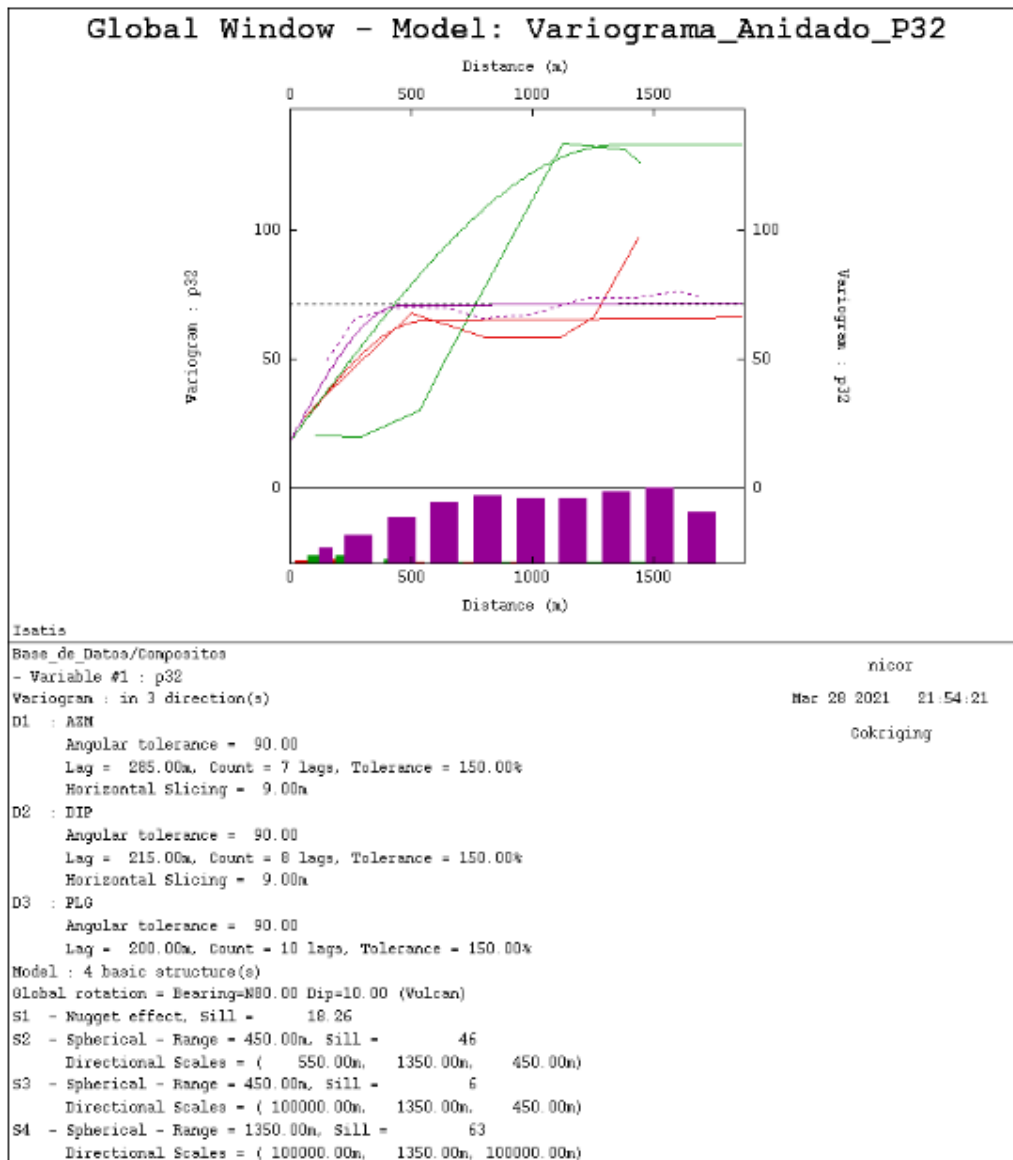


Ilustración 50: Variograma Experimental Modelado (Anidado) variable P₃₂.

El modelamiento del Variograma abarca diferentes estructuras anidadas (Ilustración 50) de las cuales en este caso se presentan cuatro, corresponden al efecto Pepita, Azimut, Dip y Plunge. Dichas estructuras se enlazan entre sí, “anidando” las cuatro estructuras en un modelo único en sumatoria.

Dentro del análisis del modelamiento, se observa una anisotropía entre las direcciones, debido a que los Variogramas no se superponen unos con otros.

Ajuste del Variograma Experimental Modelado en Tres Direcciones de la Variable P₃₂

Las variables del Variograma Experimental identificadas son las siguientes:

- Presenta un efecto Pepita con un valor de 18,26.
- En la primera dirección (Azimut), presenta un alcance de 550 metros y una meseta de 64,26 en la variable P₃₂.
- La segunda dirección (Dip), presenta un alcance de 1350 metros y una meseta de 133,26 en la variable P₃₂.
- La tercera dirección (Plunge), presenta un alcance de 450 y una meseta de 70,26 en la variable P₃₂.

Los parámetros en el Software *Isatis* respecto a las estructuras del Variograma Modelado son los siguientes:

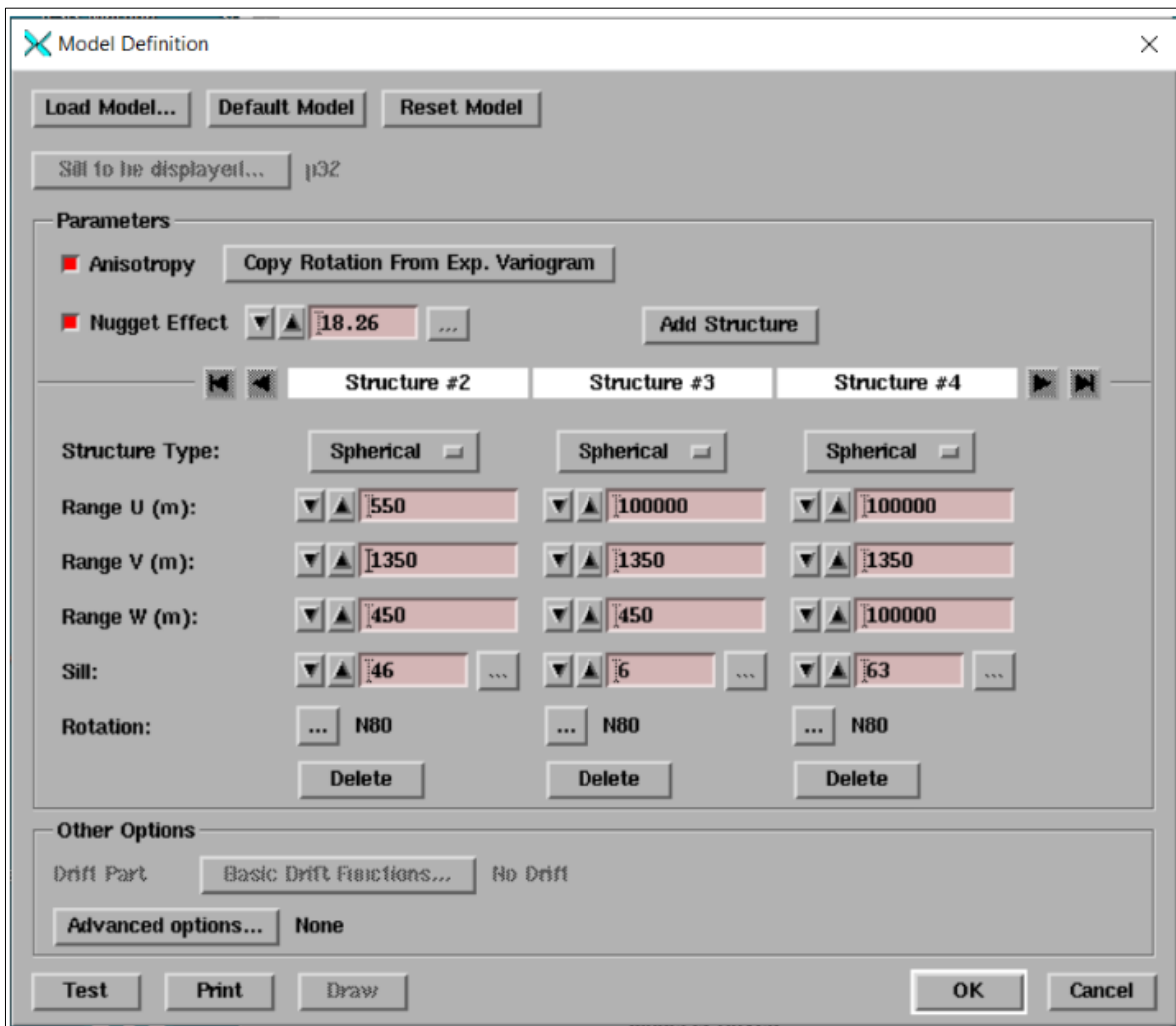


Ilustración 51: Estructuras pertenecientes al Variograma Modelado en P₃₂.

El modelo del Variograma finalmente es:

$$\gamma(h) = 18.26pepa + 46 sph (550,1350,450) + 6 sph (\infty, 1350,450) + 63 sph (\infty, 1350, \infty)$$

Con rotación N80°E correspondiente al Azimut del Mapa Variográfico de la variable P₃₂.

Considerando las direcciones desde las mesetas con valores inferiores, incluyendo al efecto Pepa como valor inicial, el orden de los Variogramas son: Azimut, Plunge y Dip. Es por esto, que en la dirección Dip su meseta figura en la última variable del Variograma Modelado junto con su alcance, mientras que el Azimut corresponde al Variograma con menor meseta de las tres direcciones.

El cálculo de las mesetas es acumulativo, es decir, el efecto Pepa conlleva inicialmente un valor que incrementa la meseta, en este caso de la dirección Azimut. Para la dirección Plunge presenta una meseta total aproximado de 6 en la variable P₃₂ (considerando los valores previos de Azimut y efecto Pepa). Finalmente, el Dip presenta la sumatoria de las mesetas de Azimut, Plunge más el efecto Pepa y el valor 63 como diferencia para llegar a su meseta final aproximada de 134 en la variable P₃₂.

Variograma Experimental Modelado en Tres Direcciones Variable CV

A continuación, se presenta el Variograma Modelado de la variable CV, utilizando los criterios similares al análisis del Variograma Modelado de la variable P₃₂.

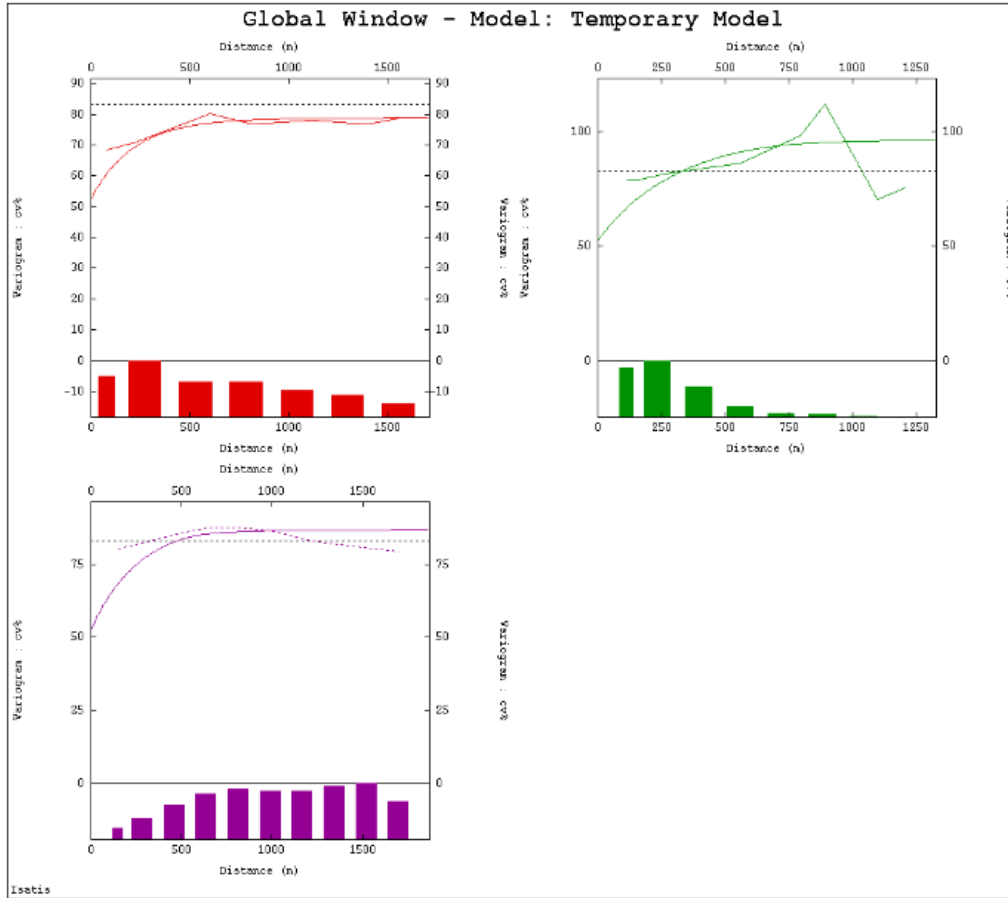


Ilustración 52: Variograma Experimental Modelado en dirección Azimut (rojo), Dip (verde), Plunge (morado) variable CV.

Al igual que el Variograma Experimental, el Variograma Experimental Modelado presenta los mismos parámetros en largo de pasos, número de pasos y tolerancias para las tres direcciones.

El ajuste realizado para Azimut, Dip y Plunge de la variable CV es de tipo esférico del cual se interpreta junto con el efecto Pepita igual a 52,76.

Los alcances y mesetas según los ajustes presentan valores en Azimut de 650 y 26 aproximadamente, Dip valores de 8 y 800 respectivamente y por último en Plunge un alcance de 650 aproximadamente y meseta de 10 en la variable CV.

La gráfica de las tres direcciones en conjunto es la siguiente:

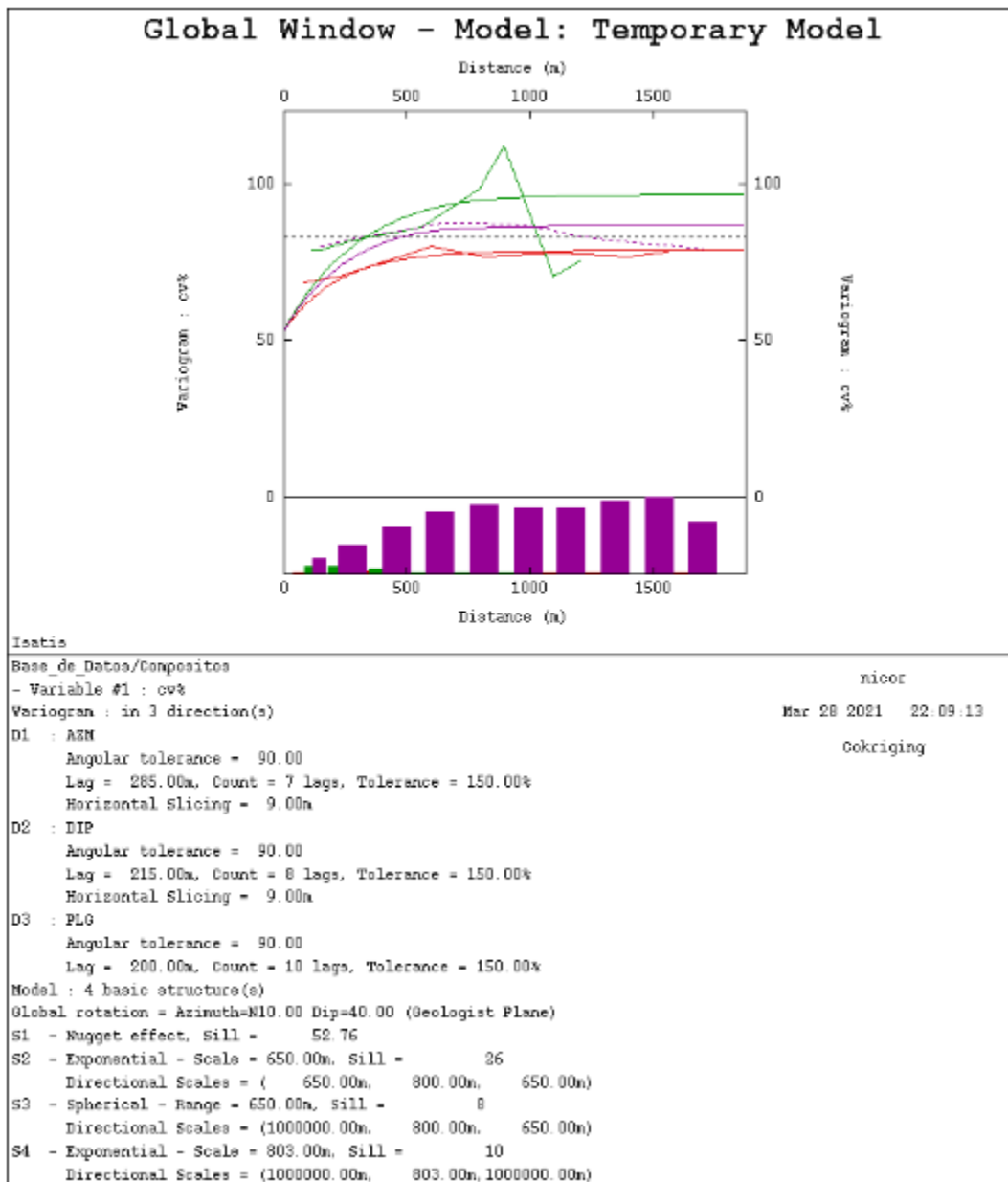


Ilustración 53: Variograma Experimental Modelado (Anidado) variable CV.

Al igual que el caso de la variable P₃₂, el Variograma Modelado presenta estructuras anidadas, que corresponden a las direcciones de Azimut, Dip y Plunge más el efecto Pepita.

Las estructuras se encuentran “anidadas”, con el objetivo de obtener un modelo único en sumatoria del Variograma Modelado.

Existe anisotropía en las direcciones al igual que el caso de la variable P₃₂, debido a que los Variogramas no están superpuestos entre sí.

Ajuste del Variograma Experimental Modelado en Tres Direcciones de la Variable CV

Las variables del Variograma Experimental identificadas son las siguientes:

- Presenta un efecto Pepita con un valor de 52,76.
- En la primera dirección (Azimut), presenta un alcance de 650 metros y una meseta de 78,76 en la variable CV.
- La segunda dirección (Dip), presenta un alcance de 800 metros y una meseta de 96,76 de la variable CV.
- La tercera dirección (Plunge), presenta un alcance de 650 y una meseta de 86,76 de la variable CV.

Los parámetros en el Software *Isatis* respecto a las estructuras del Variograma Modelado son los siguientes:



Ilustración 54: Estructuras pertenecientes al Variograma Modelado en CV.

El modelo del variograma finalmente es:

$$\gamma(h) = 52,76pepa + 26 sph (650,800,650) + 10 sph (\infty, 800,650) + 8 sph (\infty, 800, \infty)$$

Con rotación N10°E correspondiente al Azimut del Mapa Variográfico de la variable CV.

Las direcciones referentes desde el Variograma con mesetas inferiores incluyendo al efecto Pepa, en primer lugar, se interpreta la dirección Azimut, en segundo a la dirección Plunge y por último la dirección de Dip. Al igual que en el caso de la variable P_{32} , la dirección Dip se grafica como el Variograma con la meseta más alta, por ende, su modelo matemático (segunda estructura) se define dentro de la cuarta variable (efecto Pepa-Azimut-Plunge-Dip). La dirección Azimut presenta la menor meseta dentro de las tres direcciones del Variograma Modelado, en consecuencia, su alcance es el primero en el modelamiento matemático; la dirección Plunge se ubica con sus variables de meseta y alcance en segundo lugar de las tres estructuras.

Para interpretar las mesetas, estas son aditivas, es decir, el efecto Pepa agrega valor a la primera meseta que corresponde a la dirección Azimut con meseta igual a 78,76. La dirección Plunge toma como referencia acumulativa los valores del efecto Pepa (52,76) y de la dirección Azimut (26), obteniendo una diferencia restante de 10 para Plunge. Por último, la dirección Dip al agregar los valores correspondientes al efecto Pepa, Azimut y Plunge, obtiene una diferencia de 8 dentro de su meseta.

Variograma Experimental Modelado Omnidireccional Variables P_{32} y Circular vairance

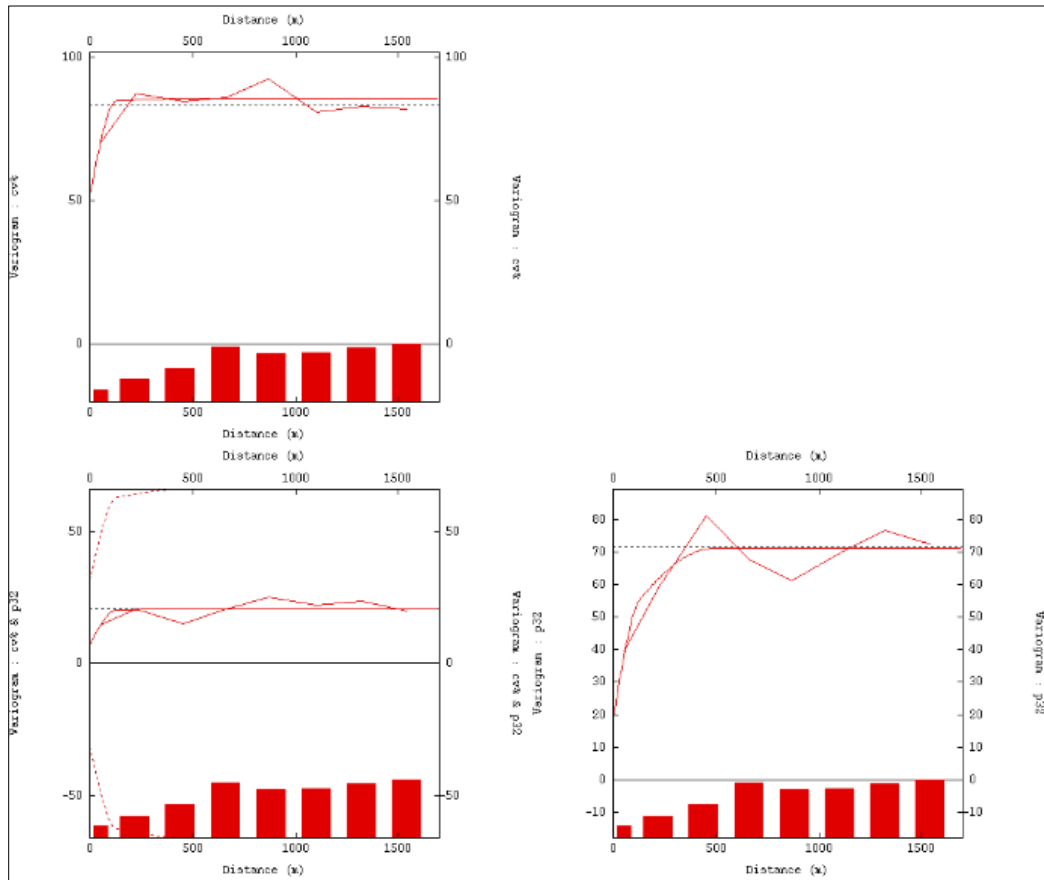


Ilustración 55: Variograma Experimental Modelado Omnidireccional de Largo Alcance variables P_{32} y C.V.

El análisis del Variograma Modelado de Largo Alcance en relación con las tres direcciones (Azimut-Dip-Plunge) otorga la preferencia en realizar un modelamiento del Variograma Omnidireccional y no referente a las direcciones del estudio del Mapa Variográfico; esto es porque el ajuste del modelamiento otorga una mejor representación, es decir, menor variabilidad, mayor representatividad y menor distorsión dentro de la gráfica (mayor continuidad).

También se justifica este análisis por la nula existencia de correlación entre las variables P_{32} y CV haciendo que los Variogramas se superpongan en las direcciones Azimut-Dip-Plunge.

El segundo Variograma representado en Ilustración 55 posee un alcance de 1500 metros y una meseta de 20 aproximadamente en las variables P_{32} y CV (alcanzando un valor similar a la varianza *a priori*).

Ajuste del Variograma Experimental Modelado Omnidireccional de Largo Alcance Variables P₃₂ CV.

El ajuste se define mediante la matriz de correlación, definiendo sus parámetros correspondientes a las tres estructuras pertenecientes al Variograma Experimental Omnidireccional de Largo Alcance que se observan en Ilustración 55.

$$\gamma(h) = \begin{pmatrix} 19,49 & 7,28 \\ 7,28 & 52,18 \end{pmatrix} pepa + \begin{pmatrix} 25,76 & 12,68 \\ 12,68 & 32,16 \end{pmatrix} sph(130) + \begin{pmatrix} 25,85 & 0,6073 \\ 0,6073 & 1,1454 \end{pmatrix} sph(480)$$

```

Base_de_Datos/Compositos
- Variable #1 : p32
- Variable #2 : cv%
Variogram : in 1 direction(s)
D1 :
    Angular tolerance = 90.00
    Lag = 220.00m, Count = 8 lags, Tolerance = 50.00%
Model : 3 basic structure(s)
S1 - Nugget effect
    Coregionalization matrix
        19.49    7.28
        7.28    52.18
S2 - Spherical - Range = 129.71m
    Coregionalization matrix
        25.77    12.69
        12.69    32.17
S3 - Spherical - Range = 477.49m
    Coregionalization matrix
        25.86    0.6073
        0.6073    1.145
    
```

Ilustración 56: Variables P₃₂ y CV/ Modelo del Variograma en 1 dirección y tres estructuras básicas.

Los resultados pertenecientes a la matriz de correlación son obtenidos por el Variograma Experimental Omnidireccional de Largo Alcance. El largo del paso corresponde a 220 metros, número de pasos de 8 y una tolerancia de 50%.

Validación Cruzada

La Validación Cruzada corresponde a la estimación de los datos a través del cálculo del error de estimación, este compara los valores reales o iniciales con los valores de los Variogramas Modelados y todos los parámetros presentes como vecindad de búsqueda.

El error de estimación corresponde a la diferencia entre el valor real y el valor estimado, verificando a través de gráficas representativas como nubes de correlación entre datos (reales y estimado) e histograma de errores estandarizados.

La fórmula del **error estandarizado** es la siguiente:

$$\frac{z^*(\mathbf{x}_\alpha) - z(\mathbf{x}_\alpha)}{\sigma^*(\mathbf{x}_\alpha)}$$

Donde:

$Z^*(X_\alpha)$: Corresponde a los valores estimados.

$Z(X_\alpha)$: Corresponde a los valores reales o valores de los datos.

$\sigma^*(X_\alpha)$: Es la desviación estándar del Kriging específicamente en el sitio X_α .

El error estandarizado será mayor para aquellos datos lejanos o aislados a los otros datos, mientras que el error será bajo para datos cercanos.

Determinación de planes de búsqueda

Los planes de búsqueda por Kriging Ordinario en las variables de interés P_{32} y CV serán referentes a nueve planes, de los cuales se interpretarán la amplitud del elipsoide en las direcciones U, V y W por el 75% de los alcances del Variograma Modelado. la cantidad de datos en los nueve planes de prueba, oscilan entre 4 a 6 mínimo de muestras y 7-9-11 óptimo de muestras. Dicha elipse contempla el eje mayor a la orientación Dip, mientras que la orientación Azimut y Plunge presentan el mismo valor en sus ejes respectivos del elipsoide de búsqueda perteneciente a cada variable a estimar.

Planes de Búsqueda y Radios de Búsqueda variable P_{32}

Los valores de los **Radios de Búsqueda** para la variable P_{32} en los ejes U, V, W son los siguientes:

Radio de búsqueda U: 75% del alcance 550= 413 m.

Radio de búsqueda V: 75% del alcance 1350= 1013 m.

Radio de búsqueda W: 75% del alcance 450= 338 m.

A continuación, se presentan los resultados correspondientes a los histogramas de los errores cometidos y nubes de correlación entre valores reales y estimados de la variable P_{32} , siguiendo los parámetros establecidos de cada plan de búsqueda.

Plan 1: Mínimo de muestras 4- Óptimo de muestras 7.

Plan 2: Mínimo de muestras 4- Óptimo de muestras 9.

Plan 3: Mínimo de muestras 4- Óptimo de muestras 11.

Plan 4: Mínimo de muestras 5- Óptimo de muestras 7.

Plan 5: Mínimo de muestras 5- Óptimo de muestras 9.

Plan 6: Mínimo de muestras 5- Óptimo de muestras 11.

Plan 7: Mínimo de muestras 6- Óptimo de muestras 7.

Plan 8: Mínimo de muestras 6- Óptimo de muestras 9.

Plan 9: Mínimo de muestras 6- Óptimo de muestras 11.

Las medias y varianzas de los errores y errores estandarizados se presentan en la siguiente tabla resumen, de acuerdo con nueve planes de búsqueda referentes a la variable P_{32} .

Tabla 11: Estadísticas básicas sobre errores y errores estandarizados de validación cruzada variable P_{32} .

	Errores		Errores Estandarizados		Cantidad de datos robustos	% referente a datos totales (9957)
	Media	Varianza	Media	Varianza		
Plan 1	0,2601	15,9151	0,0581	0,7934	9383	94,2%
Plan 2	0,2324	15,9620	0,0512	0,7731	9411	94,5%
Plan 3	0,2372	15,8294	0,0526	0,7786	9368	94%
Plan 4	0,2070	16,1143	0,0450	0,7610	9430	94,7%
Plan 5	0,2246	15,9842	0,0494	0,7742	9419	94,6%
Plan 6	0,2372	15,8294	0,0526	0,7786	9398	94,2%
Plan 7	0,2070	16,1143	0,0450	0,7610	9430	94,4%
Plan 8	0,2290	16,0048	0,0502	0,7752	9408	94,5%
Plan 9	0,2372	15,8294	0,0561	0,7786	9398	94,4%

Lo que indica que dentro de los nueve planes de búsqueda, el Plan 4 presenta un porcentaje de datos referenciados en el análisis de un 94,7% (9430), lo que es representativo dentro de la cantidad de datos totales (9957), los planes restantes presentan una representatividad aceptable dentro de los datos robustos en valores del 94% a 94,6% (porcentajes similares en todos los planes de búsqueda), las medias de los errores y errores estandarizados son cercanas a cero (en mayor magnitud los errores estandarizados) y dentro de los errores la media del plan 4 es la más cercana a dicho valor. La varianza de los errores es notablemente lejana a 1 a diferencia de la varianza de los errores estandarizados que si es cercana a 1.

La selección del plan de búsqueda 4 recae en su media y media de errores estandarizados cercanas a cero, la cantidad de datos robustos en el Plan 4 supera a los otros planes y por ultimo la varianza de los errores estandarizados es la más cercana a cero dentro de los nueve casos.

El plan 7 es semejante al plan 4, sin embargo, su diferencia recae en el porcentaje de los datos robustos es de 94,4% a diferencia de 94,7% en el plan de búsqueda 4.

Finalmente, se justifica la selección óptima dentro de los nueve planes según los análisis mencionados anteriormente.

Validación Cruzada Variable P_{32}

Previo a la clasificación del elipsoide de búsqueda, se deben establecer los alcances del modelamiento variográfico en las direcciones U, V, W (X, Y, Z) de los cuales según la variable P_{32} corresponde a 550 en dirección U, 1350 en dirección V y 450 en dirección W.

El Variograma Modelado es referente a la dirección Azimut de $N80^{\circ}E$.

Para la asignación de la búsqueda de las variables, se usarán 7 números de muestras por sector siendo 5 el número mínimo de muestras según el Plan de Búsqueda 4.

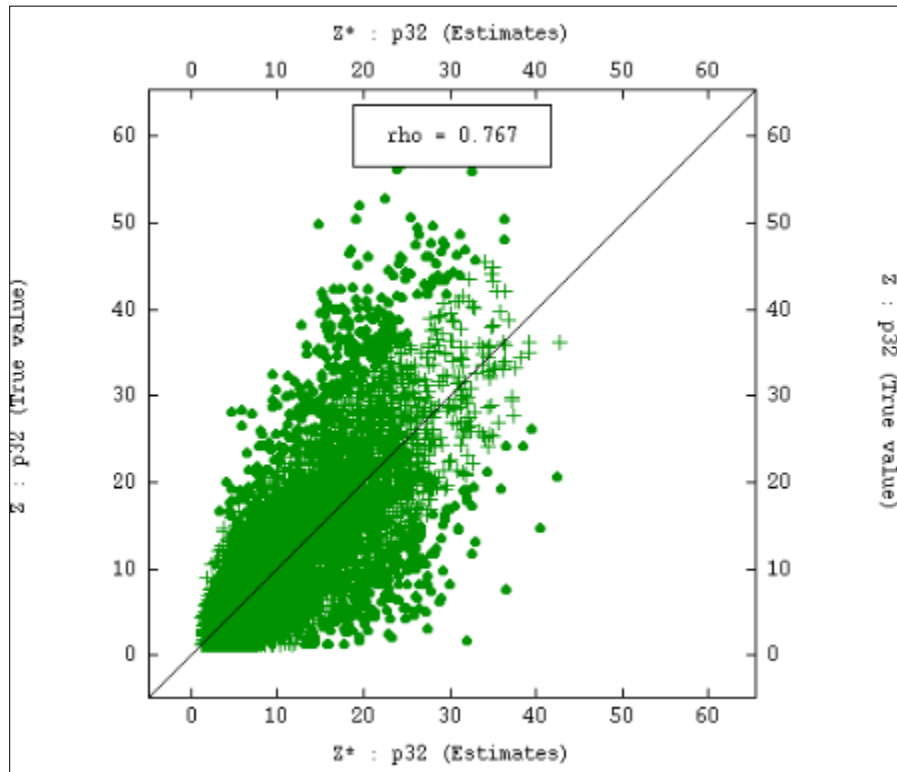


Ilustración 57: Nube de Correlación entre Valores Estimados VS Valores Reales en P_{32} .

En la gráfica de Nube de Correlación entre los Valores Estimados y los Valores Reales, se indica un coeficiente de correlación de 0,767.

Dicho valor es cercano a 1 por lo que si se acepta dentro de la Nube de Correlación en la variable P_{32} .

La cantidad de datos mal estimados corresponden a 527 datos, los cuales representan de los 9957 datos un 5%, estando en el óptimo permisible.

Posterior a esto, se presenta el histograma de errores estandarizados, el cual establece que la varianza de los errores debe ser mínima.

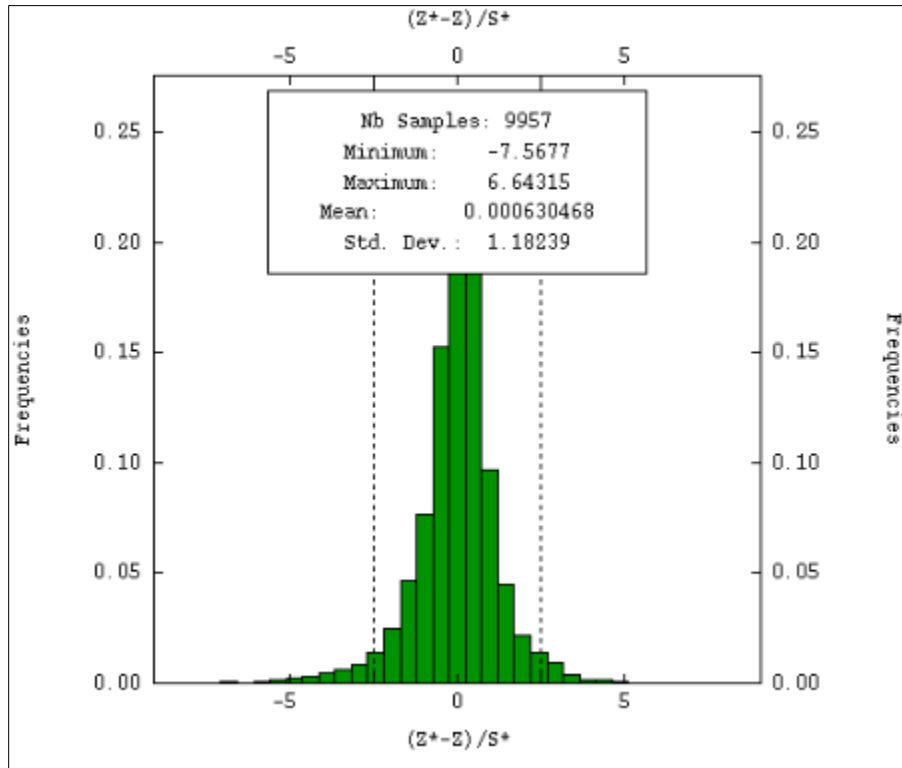


Ilustración 58: Histograma de errores estandarizados en P_{32} .

Efectivamente la desviación estándar presenta un valor aproximado de 1,18 en el histograma de errores estandarizados, lo cual en efecto demuestra una varianza de 1,49 aproximadamente (valor cercano a 1). El número de muestras totales respecto a la variable P_{32} corresponde a 9430 muestras, lo que equivale a un 94,6% de los datos de las muestras totales con una media de error y error estandarizado con valores de 0,2 y 0,0006; valores cercanos a cero.

```

- Variable #1 : p32
Standard Parameter File for Model: Variograma_Anidado_P32
Standard Parameter File for Neighborhood: Vecindad_p32_ko_4
Cross validation statistics based on 9957 test data

```

	Mean	Variance
Error	0.00309	29.58647
Std. Error	0.00063	1.39805

```

Cross validation statistics based on 9430 robust data

```

	Mean	Variance
Error	0.20698	16.11425
Std. Error	0.04497	0.76101

Ilustración 59: Media y varianza de errores y errores estandarizados de la Variable P_{32} .

Planes de Búsqueda y Radios de Búsqueda variable CV

Los valores de los **Radios de Búsqueda** para la variable CV en los ejes U, V, W son los siguientes:

Radio de búsqueda U: 75% del alcance 650= 488 m.

Radio de búsqueda V: 75% del alcance 800= 600 m.

Radio de búsqueda W: 75% del alcance 650= 488 m.

Los resultados de la variable CV se presentan en nueve planes de búsqueda al igual que la variable P₃₂, de los cuales sus especificaciones son las siguientes:

Plan 1: Mínimo de muestras 4- Óptimo de muestras 7.

Plan 2: Mínimo de muestras 4- Óptimo de muestras 9.

Plan 3: Mínimo de muestras 4- Óptimo de muestras 11.

Plan 4: Mínimo de muestras 5- Óptimo de muestras 7.

Plan 5: Mínimo de muestras 5- Óptimo de muestras 9.

Plan 6: Mínimo de muestras 5- Óptimo de muestras 11.

Plan 7: Mínimo de muestras 6- Óptimo de muestras 7.

Plan 8: Mínimo de muestras 6- Óptimo de muestras 9.

Plan 9: Mínimo de muestras 6- Óptimo de muestras 11.

Finalmente, las medias y varianzas de los errores y errores estandarizados son las siguientes de acuerdo con los tres planes de búsqueda:

Tabla 12: Estadísticas básicas sobre errores y errores estandarizados de validación cruzada variable C.V.

	Errores		Errores Estandarizados		Cantidad de datos robustos	% referente a datos totales (9957)
	Media	Varianza	Media	Varianza		
Plan 1	0,5600	53,0744	0,0719	0,8761	9685	97,6%
Plan 2	0,6061	51,7207	0,0789	0,8777	9677	97,2%
Plan 3	0,6028	51,1747	0,0792	0,8832	9670	97,3%
Plan 4	0,5600	53,0744	0,0719	0,8761	9685	97,6%
Plan 5	0,6061	51,7207	0,0789	0,8773	9677	97,2%
Plan 6	0,6028	51,1747	0,0792	0,8832	9670	97,3%
Plan 7	0,5600	53,0744	0,0719	0,8761	9685	97,6%
Plan 8	0,6061	51,7207	0,0789	0,8773	9677	97,2%
Plan 9	0,6028	51,1747	0,0792	0,8832	9670	97,3%

Dentro de los nueve planes de búsqueda y dentro de las estadísticas obtenidas, se infiere que el Plan de Búsqueda 1 presenta un porcentaje representativo de 97,6% (9685); dentro de las medias de los errores presenta un valor de 0,56, el cual respecto a los planes corresponde al más bajo junto con el valor de la media de los errores estandarizados de 0,0719 (valor cercano a cero).

Respecto a las varianzas, la varianza del error estandarizado presenta un valor más bajo respecto a los demás planes, por consecuencia el plan óptimo será el plan 1.

Validación Cruzada Variable CV

Al igual que en el caso de la variable P_{32} se debe establecer los alcances de las direcciones según el Variograma Modelado en U, V y W (X, Y, Z) respectivamente, en este caso serán 650 metros en dirección U, 800 metros en dirección V y 650 metros en dirección W.

El Variograma Modelado es referente a la dirección Azimut de $N10^{\circ}E$.

Para la asignación de la búsqueda de las variables, se usarán 7 números de muestras por sector siendo 4 el número mínimo de muestras.

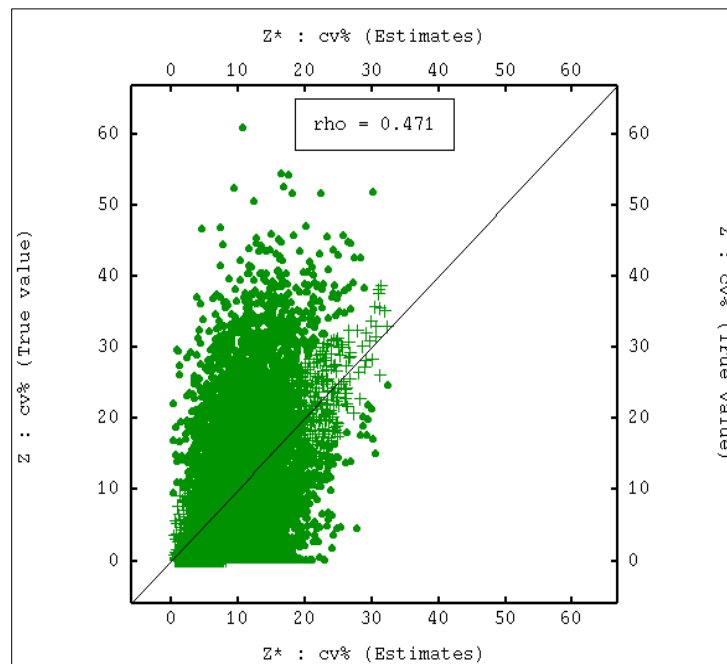


Ilustración 60: Nube de Correlación Variable C.V.

En la gráfica de Nube de Correlación entre los Valores Estimados y los Valores Reales, se indica un coeficiente de correlación de 0,471.

Dicho valor es un tanto lejano de 1 por lo que si sería ideal una corrección dentro de la Nube de Correlación en la variable C.V.

Posterior a esto, se presenta el histograma de errores estandarizados, el cual establece que la varianza de los errores debe ser mínima.

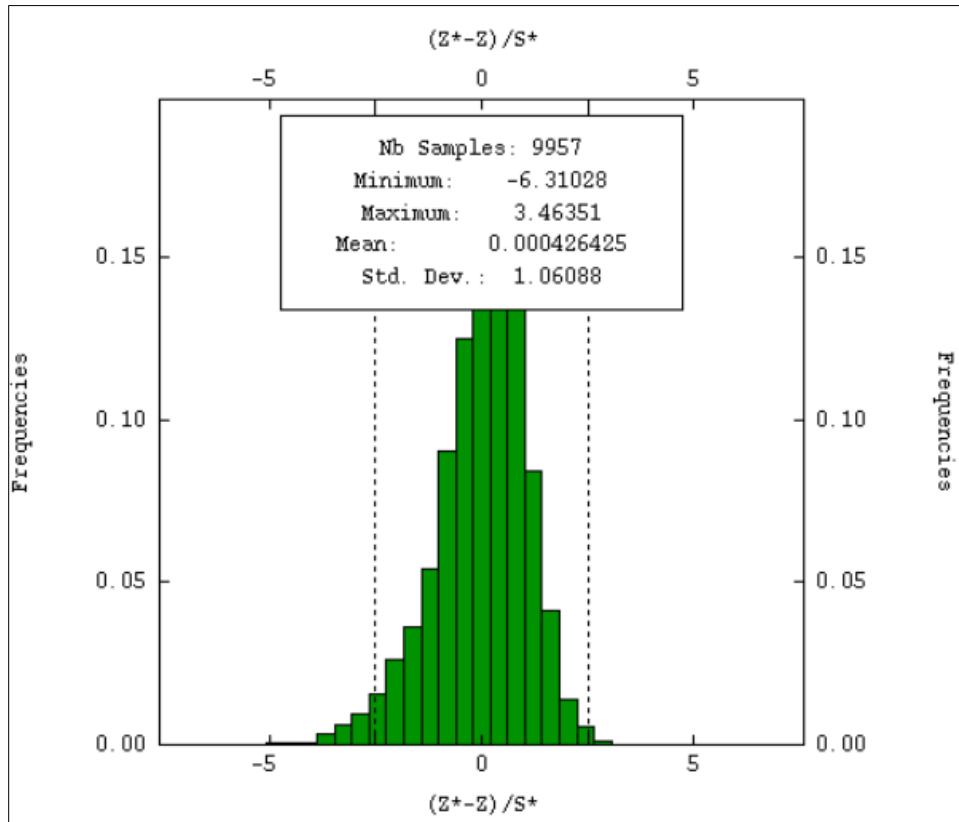


Ilustración 61: Histograma de errores estandarizados en C.V.

Efectivamente la desviación estándar presenta un valor aproximado de 1,06 en el histograma de errores estandarizados contemplando el total de muestras (9957), en efecto una varianza de 1,12. El número de muestras totales respecto a la variable C.V corresponde a 9685 muestras, lo que equivale a un-97,6% de los datos de las muestras totales con una media de error y error estandarizado con valores de 0,56 y 0,07; valores cercanos medianamente a cero.

```

- Variable #1 : cv%
Standard Parameter File for Model: Variograma_Anidado_CV
Standard Parameter File for Neighborhood: Vecindad_cv_ko_1
Cross validation statistics based on 9957 test data
      Mean      Variance
Error      0.00337    68.18330
Std. Error 0.00043     1.12547

Cross validation statistics based on 9685 robust data
      Mean      Variance
Error      0.55997    53.07444
Std. Error 0.07193     0.87609
    
```

Ilustración 62: Media y varianza de Errores y Errores Estandarizados de la variable C.V.

Plan de Búsqueda y Radios de Búsqueda Variables P₃₂ y CV

Los valores de los **Radios de Búsqueda** para las variables P₃₂ y CV, detallan como referencia el Variograma Omnidireccional de Largo Alcance debido a la nula correlación de ambas variables de estudio, es decir, todos los planes de búsqueda en las direcciones U, V, W presentan el mismo valor de alcance (esfera concéntrica y no elipsoide de búsqueda).

Radio de búsqueda U: 75% del alcance 480= 360 m.

Radio de búsqueda V: 75% del alcance 480= 360 m.

Radio de búsqueda W: 75% del alcance 480= 360 m.

Los resultados de las variables P₃₂- CV se presentan en nueve planes de búsqueda, de los cuales sus especificaciones son las siguientes:

Plan 1: Mínimo de muestras 4- Óptimo de muestras 7.

Plan 2: Mínimo de muestras 4- Óptimo de muestras 9.

Plan 3: Mínimo de muestras 4- Óptimo de muestras 11.

Plan 4: Mínimo de muestras 5- Óptimo de muestras 7.

Plan 5: Mínimo de muestras 5- Óptimo de muestras 9.

Plan 6: Mínimo de muestras 5- Óptimo de muestras 11.

Plan 7: Mínimo de muestras 6- Óptimo de muestras 7.

Plan 8: Mínimo de muestras 6- Óptimo de muestras 9.

Plan 9: Mínimo de muestras 6- Óptimo de muestras 11.

Finalmente, las medias y varianzas de los errores y errores estandarizados son las siguientes de acuerdo con los tres planes de búsqueda:

Tabla 13: Estadísticas básicas sobre errores y errores estandarizados de validación cruzada variables P₃₂- C.V.

	Errores		Errores Estandarizados		Cantidad de datos robustos	% referente a datos totales (9957)
	Media	Varianza	Media	Varianza		
Plan 1	0,5512	52,9805	0,0709	0,8780	9682	97,24%
Plan 2	0,5953	51,5383	0,0776	0,8765	9677	97,19%
Plan 3	0,6143	51,1742	0,0808	0,8843	9674	97,16%
Plan 4	0,5512	52,9805	0,0709	0,8780	9682	97,24%
Plan 5	0,5953	51,5383	0,0776	0,8765	9677	97,19%
Plan 6	0,6143	51,1742	0,0808	0,8843	9674	97,16%
Plan 7	0,5512	52,9805	0,0709	0,8780	9682	97,24%
Plan 8	0,5953	51,5383	0,0776	0,8765	9677	97,19%
Plan 9	0,6143	51,1742	0,0808	0,8843	9674	97,16%

Finalmente, determinando según los nueve planes de búsqueda y sus estadísticas básicas (Tabla 13), datos robustos más representativos respecto al porcentaje referente a los datos totales (9957); se define como óptimo el plan de búsqueda 2. Las medias y varianzas corresponden a valores muy similares dentro de los nueve planes de búsqueda.

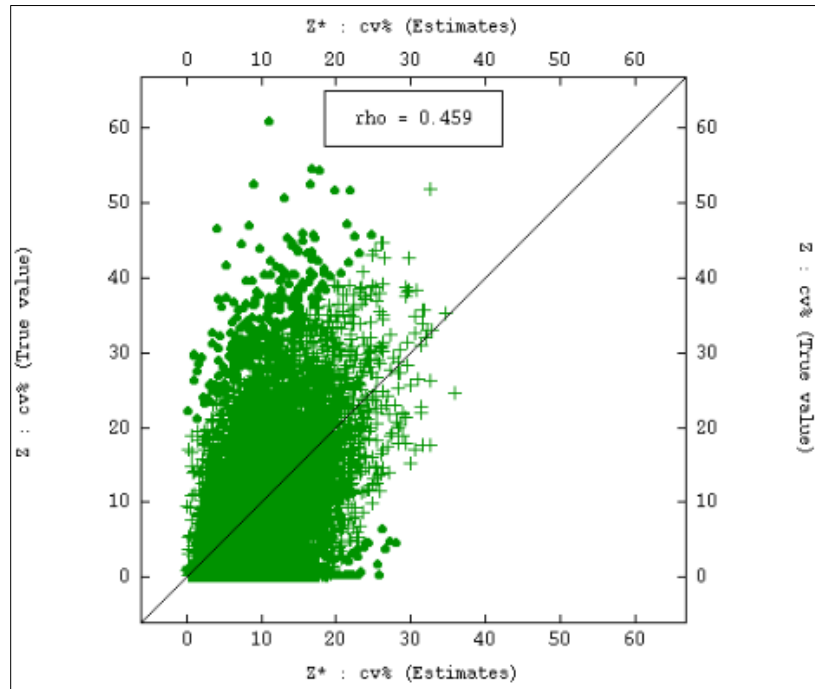


Ilustración 63: Nube de Correlación Variables P32-CV.

La nube de correlación respecto al plan de búsqueda 2 correspondiente a las variables P₃₂- CV, indica una correlación de 0,459 (Ilustración 63). Idealmente este valor debiese ser cercano a 1 y en el análisis correspondiente a los nueve planes los valores de *rho* son similares.

A continuación, se presenta el histograma referente a los errores y errores estandarizados pertenecientes al plan de búsqueda 2 en las variables P₃₂- CV.

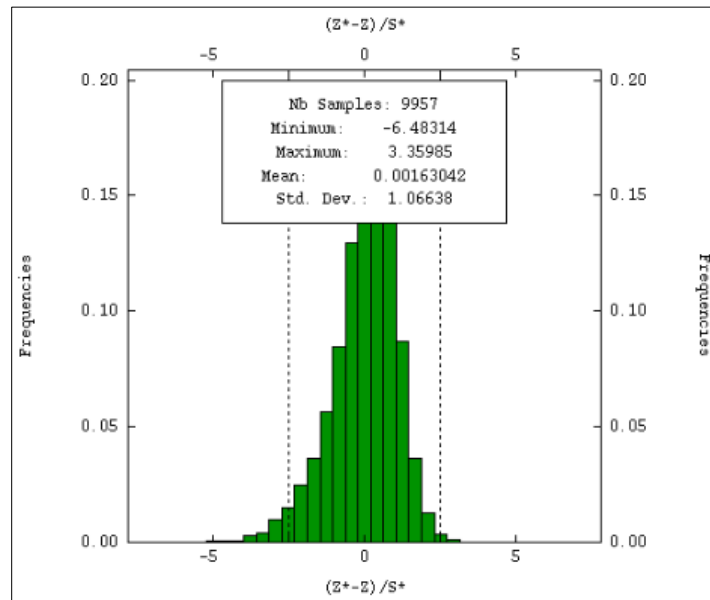


Ilustración 64: Histograma de errores estandarizados variables P₃₂- CV.

Los valores correspondientes al histograma de las variables P₃₂- CV indican del total de muestras (9957) una media de 0,0016 y una desviación estándar de 1,066. Esto es sin considerar los datos robustos definidos en el plan de búsqueda 2 (9677) con un descarte de 280 muestras.

```

- Variable #1 : p32
- Variable #2 : cv%
Standard Parameter File for Model: Variograma_Mod_LA_p32-cv
Standard Parameter File for Neighborhood: Vecindad_p32-cv_ck_2
Cross validation statistics based on 9957 test data
      Mean      Variance
Error      0.01259    66.87058
Std. Error  0.00163     1.13716

Cross validation statistics based on 9677 robust data
      Mean      Variance
Error      0.59525    51.53831
Std. Error  0.07762     0.87649
    
```

Ilustración 65: Media y Varianza de Errores y Errores Estandarizados variables P₃₂- CV.

Del total de 9677 muestras, correspondiente al plan de búsqueda 2 presenta una media de errores igual a 0,59 y una media de errores estandarizados de 0,077; el valor de la varianza para los errores y errores estandarizados respectivamente son de 51,54 y 0,87.

El porcentaje de los datos robustos es de 97,19% lo que es aceptable dentro del 5% permisible de descarte.

Estimación por Kriging Ordinario y Co-Kriging

Previo a la estimación por Kriging y Co-Kriging, se hará una estimación local con el método de interpolación espacial conocido como “vecino más cercano”.

Estas estimaciones locales buscan como objetivo estimar en un sector del campo estudiado con los datos disponibles, la Variable Regionalizada $Z(X_0)$ (desconocida).

Las estimaciones más usuales son las siguientes:

Estimación por Kriging Ordinario

La estimación por Kriging Ordinario o de media desconocida, el cual tiene como etapas linealidad, optimalidad e insesgo para dar lugar a la estimación.

Linealidad: Se toma como estimador en X_0

$$Z^*(X_0) = a + \sum_{a=1}^n \lambda_a Z(X_a)$$

Insosgo: El valor esperado del error de estimación es:

$$E[Z^*(x_0) - Z(x_0)] = a + \sum_{a=1}^n \lambda_a E[Z(X_a) - E(Z(X_0))] = a + \left(\sum_{a=1}^n \lambda_a - 1\right)m$$

Es nulo si:

$$a = \left(1 - \sum_{a=1}^n \lambda_a\right)m$$

Optimalidad: Se calcula la varianza del error de estimación:

$$\text{var}[Z^*(x_0) - Z(x_0)] = \text{var}\left\{\sum_{a=1}^n \lambda_a Z(x_a) - Z(x_0)\right\}$$

A medida que se le otorga menos ponderación a los datos, más ponderación recibe la media, es decir, en el caso que existan datos alejados o menos datos, la media compensa la información.

Varianza de Kriging Ordinario: La varianza del error en X_0 se define así:

$$\begin{aligned} \sigma_{KO}^2(X_0) &= \sigma^2 - \sum_{a=1}^n \lambda_a C(X_a - X_0) - \mu \\ &= \sum_{a=1}^n \lambda_a \gamma(X_a - X_0) - \mu \end{aligned}$$

donde $\sigma^2 = C(0)$ corresponde a la varianza de la función aleatoria Z , lo que se define como la meseta del Variograma. La segunda ecuación se aprecia que σ^2 no está presente en ella, entonces se dice que KO puede utilizarse incluso cuando la meseta no se observa en el Variograma (modelo potencia).

Estimación por Co-Kriging

Este tipo de estimador correlaciona dos variables tomando en cuenta los datos de ambas haciendo una versión multivariable de Kriging. Es decir, se deben medir la correlación existente en las dos variables.

Se define un Variograma Cruzado, utilizando Z_1 y Z_2 como dos variables en estudio como:

$$\lambda_{12}(h) = \frac{1}{2} cov \{Z_1(x+h) - Z_1(x), Z_2(x+h) - Z_2(x)\}$$

Se plantea la siguiente ecuación:

$$\gamma_{12}(h) = \frac{1}{2|N(h)|} \sum_{N(h)} [Z_1(x_\alpha) - Z_1(x_\beta)][Z_2(x_\alpha) - Z_2(x_\beta)]$$

Donde $N(h) = \{(\alpha, \beta) \text{ tal que, } x_\alpha - x_\beta = h, \text{ siendo ambas variables } Z_1 \text{ y } Z_2 \text{ son medidas en } x_\alpha \text{ y } x_\beta\}$

En el caso de determinar el Variograma Cruzado Experimental, se deben determinar las variables en ambos sitios.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

En el siguiente apartado se hará en primer lugar una validación de ambos métodos de estimación (Kriging y Co-Kriging para ambas variables) para luego llegar a análisis finales que implican interpolar las variables geotécnicas del presente estudio.

Validación Global

La Validación global analiza mediante el estudio de la población total de las muestras, es decir, las 9.957 muestras a través de gráficas de histogramas, donde las estadísticas básicas como la media y varianza son representadas por las “medias y varianzas de las muestras” / “medias y varianzas de los bloques estimados”, donde el error entre ambas debe ser igual o inferior al 5% permisible (+-5%).

Según los tres casos anteriores de estimaciones, se obtienen las gráficas de histogramas referentes al modelo real de las muestras con las variables de P_{32} y CV y así, la comparación con los bloques estimados correspondiente a las estimaciones por Vecino más Cercano, Kriging Ordinario y Co-Kriging:

P_{32} y CV% muestras reales

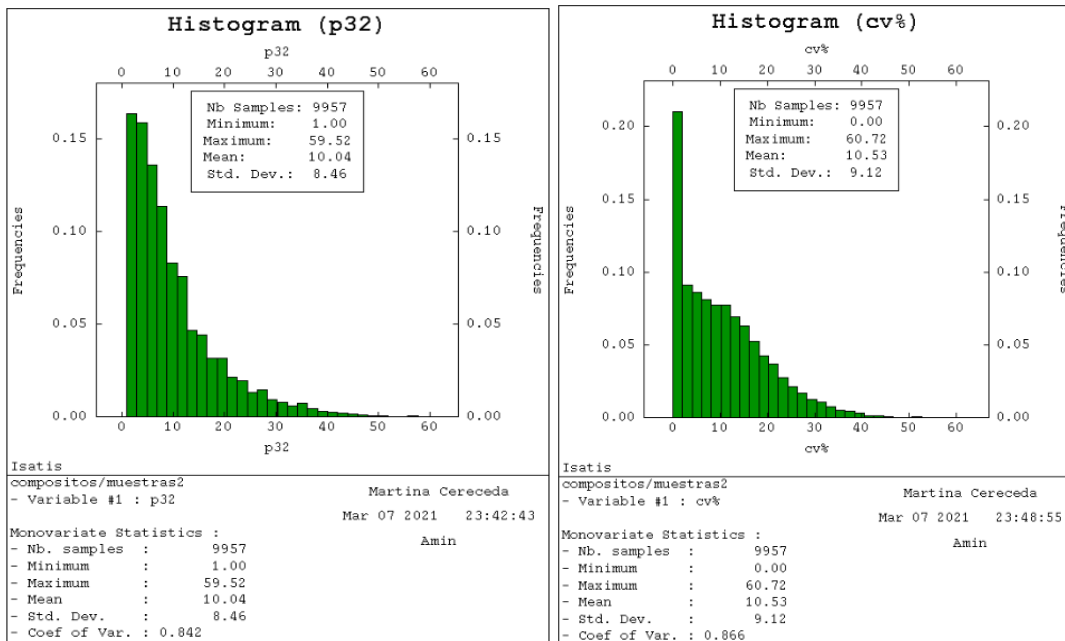


Ilustración 66: Histogramas de Muestras en la variable P_{32} y CV.

El histograma (Ilustración 66) representa el total de las muestras (9957) referentes a las variables P_{32} y CV, de las cuales según la gráfica presentan una media de 10,04 y 11,53 respectivamente, mientras que la desviación estándar presenta valores de 8,46 y 9,12.

Dichos valores serán relacionados con las cuatro estimaciones y sus histogramas, realizando un análisis de errores o variaciones en su resultado.

P₃₂ y CV (Estimación por Kriging Ordinario)

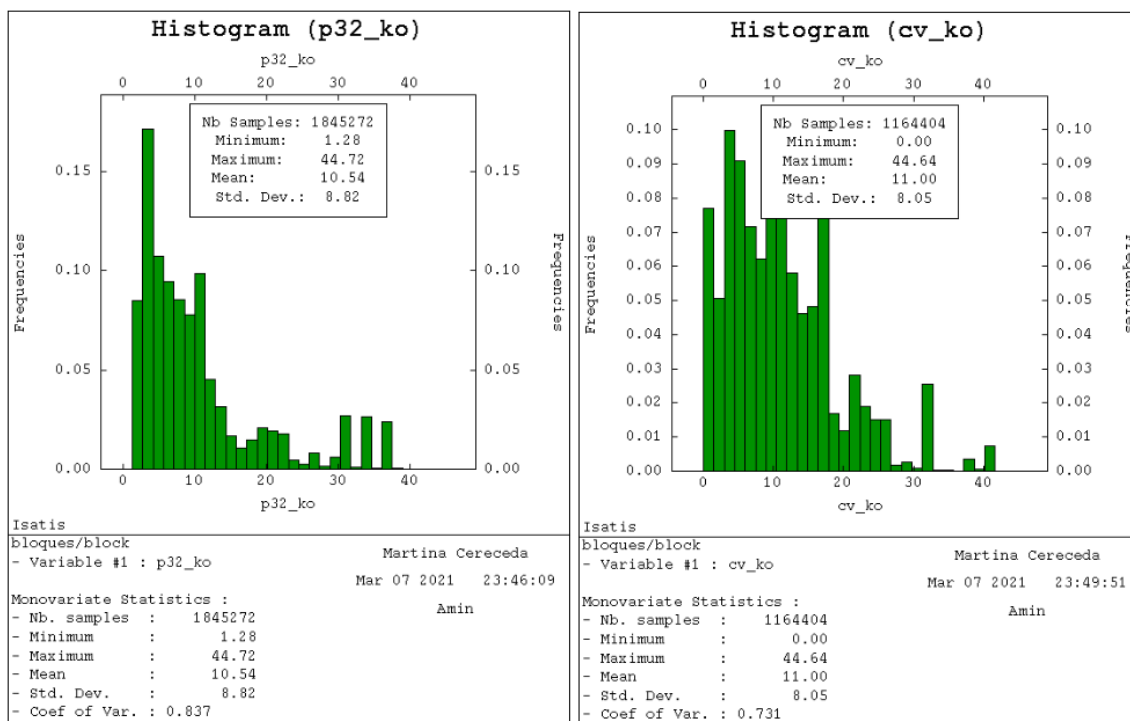


Ilustración 67: Histogramas variables P₃₂ y Cricular Variance (Estimación por Kriging Ordinario)

Los bloques estimados para la estimación por Kriging Ordinario son superiores a los casos de las interpolaciones.

La variable P₃₂ presenta un total de 1.845.272 bloques y la variable CV 1.116.404 bloques (Ilustración 67).

P₃₂ supera a CV por 728.868 bloques en el modelo.

Respecto a los resultados estadísticos, las medias de P₃₂ y CV son de 10,54 y 11 respectivamente.

Las desviaciones estándares son 8,82 y 8,05.

P₃₂ y CV (Estimación por Co-Kriging)

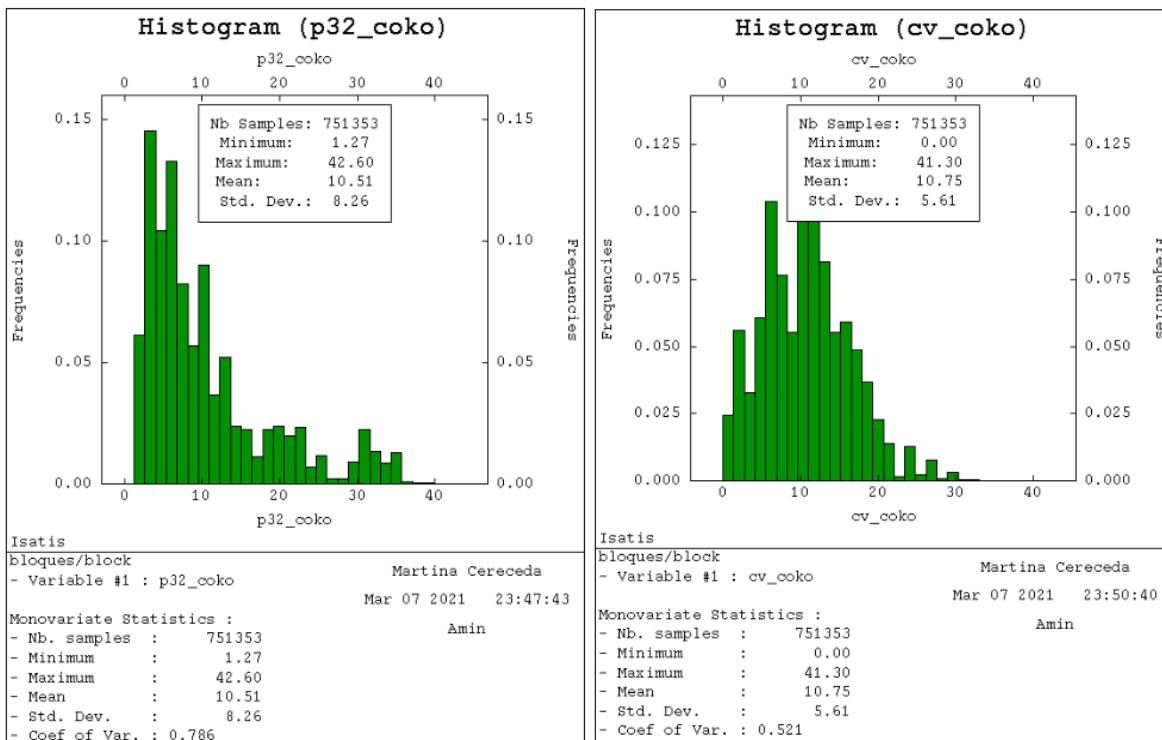


Ilustración 68: Histogramas Variables P₃₂ y CV (Estimación por Co-Kriging).

Los bloques estimados representados en las variables P₃₂ y CV son de 751.353 en ambos casos.

Las estadísticas referentes a las medias y desviaciones estándares son para P₃₂ una media de 10,51 y una desviación estándar de 8,26; mientras que para la variable CV presenta una media de 10,75 y una desviación estándar de 5,61 (Ilustración 68).

P₃₂ y CV (Vecino más Cercano)

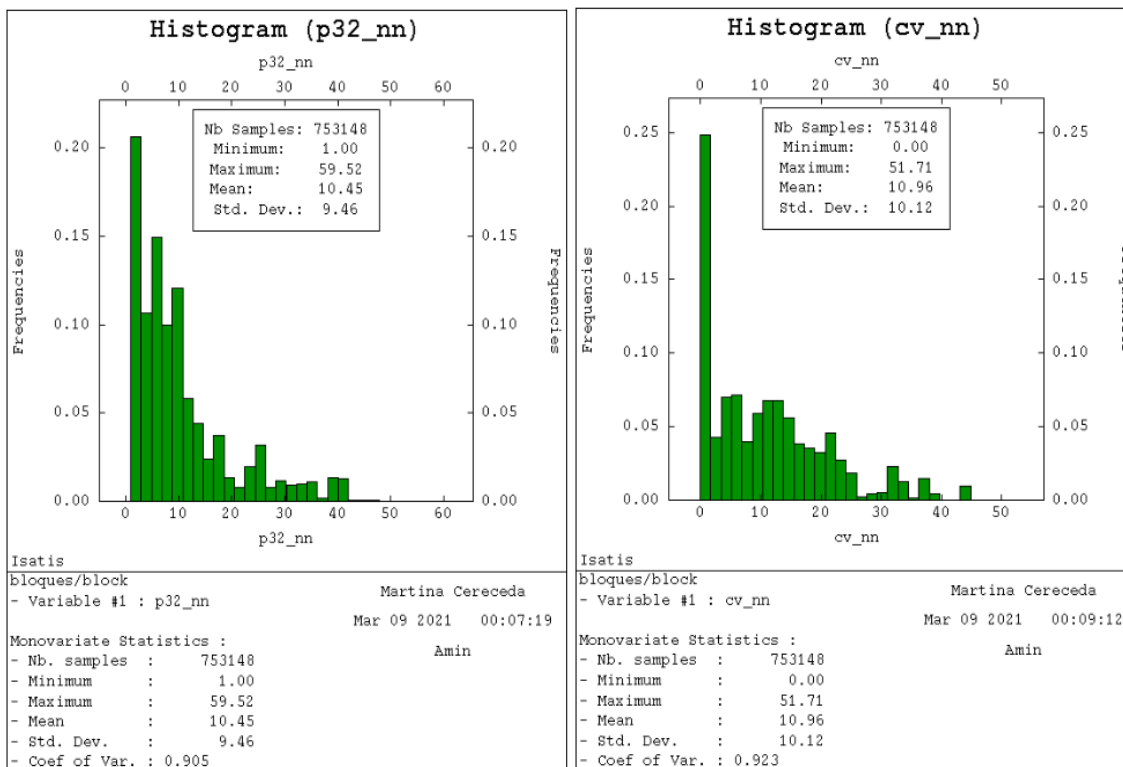


Ilustración 69: Histogramas P₃₂ y CV, (Interpolación Vecino más Cercano).

La representación por los bloques estimados, corresponden a 753.148 bloques totales en ambas variables.

Las estadísticas correspondientes a la media y desviación estándar arrojan valores de 10,45 y 10,96 en las variables P₃₂ y CV respectivamente; las desviaciones estándar presentan valores de 9,46 y 10,12 (Ilustración 69).

Resumen Estimaciones

En resumen, los errores referentes a los valores de las estimaciones en la Validación Global para las variables de estudio se presentan en las siguientes tablas:

Tabla 14: Comparación Estimaciones Variable P₃₂.

P32	Muestras	Bloques			Errores			
Parámetro	Real	Kriging	Co-Kriging	Vecino más Cercano	KO - Muestras	CK - Muestras	KO - NN	CK - NN
Cuenta	9957	1436135	814602	1436135	-	-	-	-
Mínimo	1.00	1.24	1.26	1.00	-24%	-26%	19%	21%
Máximo	59.52	42.40	42.83	59.52	29%	28%	-40%	-39%
Media	10.04	9.81	10.38	9.86	2%	-3%	-1%	5%
Desviación Estándar	8.46	7.98	8.15	9.56	6%	4%	-20%	-17%
Varianza	71.54	63.64	66.36	91.46	11%	7%	-44%	-38%

Tabla 15: Comparación Estimaciones Variable CV.

CV	Muestras	Bloques			Errores			
Parámetro	Real	Kriging	Co-Kriging	Vecino más Cercano	KO - Muestras	CK - Muestras	KO - NN	CK - NN
Cuenta	9957	1436135	814602	1436135	-	-	-	-
Mínimo	0.00	0.00	0.00	0.00	0%	0%	0%	0%
Máximo	60.72	34.19	37.40	60.72	44%	38%	-78%	-62%
Media	10.53	10.39	10.78	10.67	1%	-2%	-3%	1%
Desviación Estándar	9.12	5.24	5.56	10.13	43%	39%	-93%	-82%
Varianza	83.16	27.41	30.90	102.65	67%	63%	-274%	-232%

En comparación con las muestras y los valores obtenidos de las estimaciones por Kriging Ordinario y Co-Kriging los errores de las medias no superan el 5% permisible máximo, por lo que se acepta dentro del cálculo de error en ambas variables de estudio.

El error de la variable CV de Muestras/Kriging Ordinario presenta el porcentaje más bajo de error igual al 1%, con diferencia de medias de 10,53 en las muestras y una media de 10,39 por Kriging Ordinario.

Por último, se realiza una comparación de la estimación “Vecino más Cercano” por ambas estimaciones (Kriging Ordinario y Co-Kriging), donde se cumple el porcentaje de error entre estimaciones no superior al 5%.

La variable P₃₂ según los errores entre la estimación “Vecino más Cercano” presenta el menor porcentaje con la estimación Kriging Ordinario alcanzando un 1%.

Según la variable CV, el porcentaje con menor error de estimación con “Vecino más Cercano” corresponde a Co-Kriging con un 1%.

Validación Local

Para este caso de validación, se hará uso del Software Geoinnova a través de derivas entre “Muestras/ Bloques Estimados” analizando la distribución en el espacio de ambas variables. Se comparan las estimaciones por Kriging Ordinario y Co-Kriging. Las derivas corresponden a las medias de las variables en tajadas de 30 metros.

P₃₂ por Kriging Ordinario

A continuación, se presentan las derivas de la variable P₃₂ en los tres ejes coordenados X, Y, Z en base a la estimación por Kriging Ordinario.

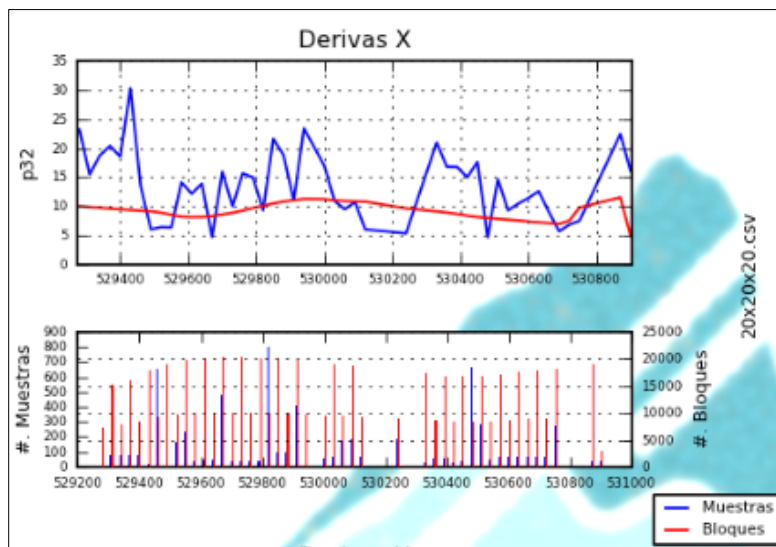


Ilustración 70: Derivas en coordenadas X o Este. Azul (Muestras), Rojo (Bloques Estimados) por KO.

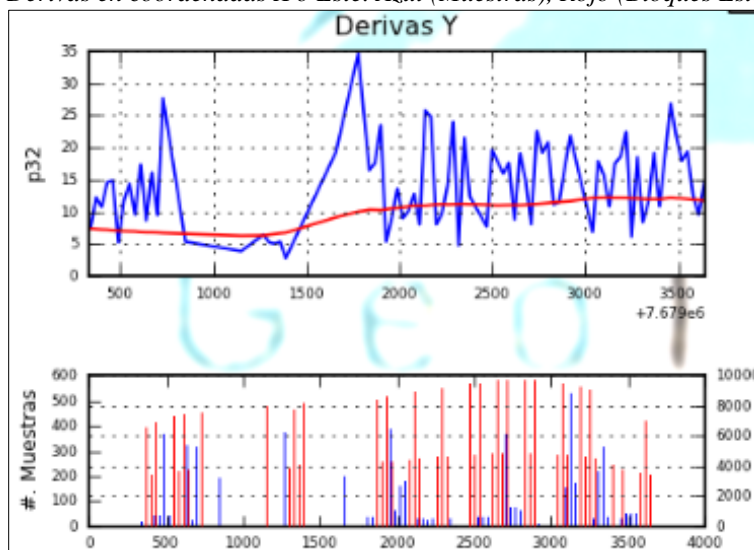


Ilustración 71: Derivas en coordenadas Y o Norte. Azul (Muestras), Rojo (Bloques Estimados) por KO.

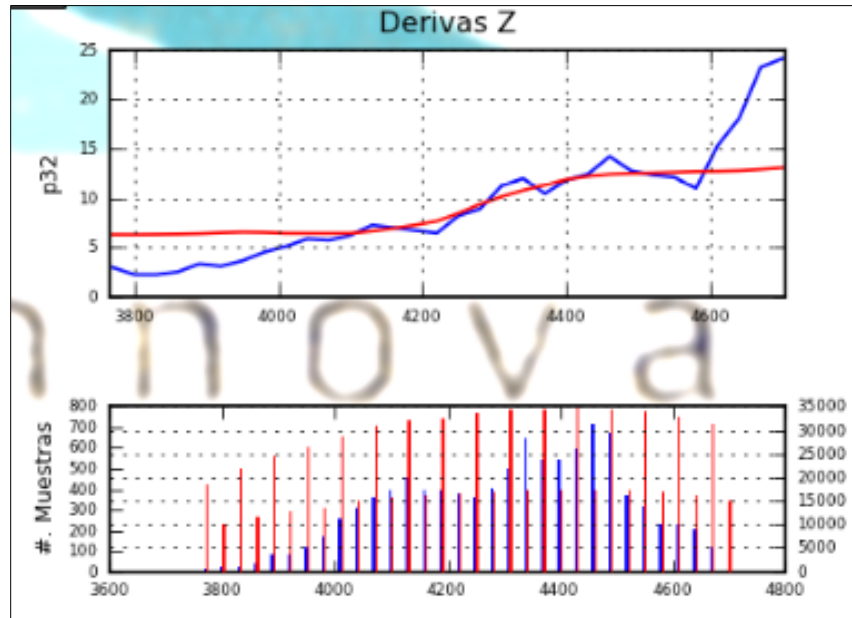


Ilustración 72: Derivas en coordenadas Z o Cota. Azul (Muestras), Rojo (Bloques Estimados) por KO.

Las derivas de las muestras con tendencia en color rojo respecto a las derivas de los bloques estimados correspondiente a la variable P_{32} (Kriging Ordinario) presentan irregularidades en la continuidad de las derivas. En el caso de los ejes coordenados X o Este e Y o Norte, la diferencia entre las curvas continuas de los bloques respecto a la irregularidad de las muestras es considerable a lo largo de ambas direcciones; también existe mayormente una “subestimación” debido a que la curva de las muestras está por sobre la curva de los bloques estimados a pesar de que la cantidad de bloques estimados en Kriging Ordinario oscilan entre 1.845.272 bloques.

En el caso del eje Z o Cota, presenta mayor continuidad en la distribución de la curva de bloques estimados (curva roja), entre los valores 3800 a 4000 metros existe una sobrestimación de los bloques respecto a las muestras reales, sin embargo, la representatividad de este fenómeno es baja debido al número de muestras presentes en dichas cotas, mientras que a mayor profundidad por sobre los 4600 metros se aprecia una subestimación de los bloques en comparación con las muestras (curva azul).

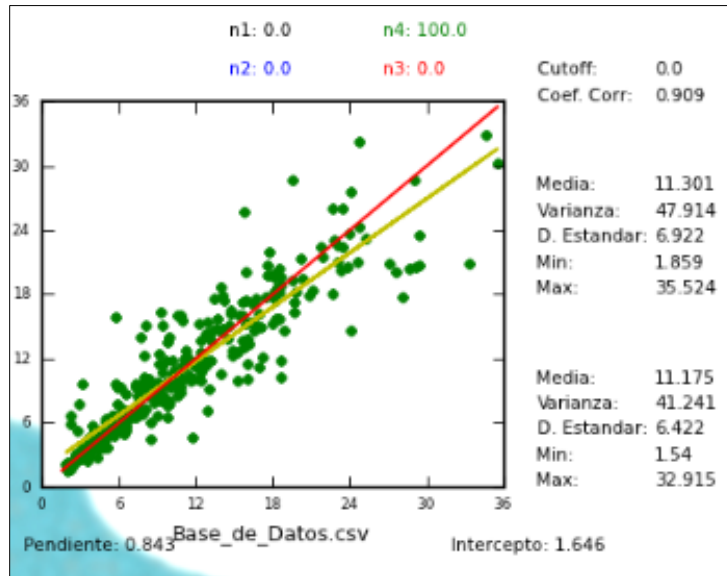


Ilustración 73: Nube de Dispersión Muestras vs Bloques P_{32} (KO).

La correlación entre ambas variables (muestras-bloques estimados) es igual a 0,843 (valor cercano a 1) por ende, si presenta una correlación alta. Los valores de las estadísticas básicas se referencian al 95% de intervalo de confianza.

P₃₂ por Co-Kriging

Se presentan las derivas de la variable P₃₂ en los tres ejes coordenados X, Y, Z en relación con las muestras y bloques estimados (Co-Kriging):

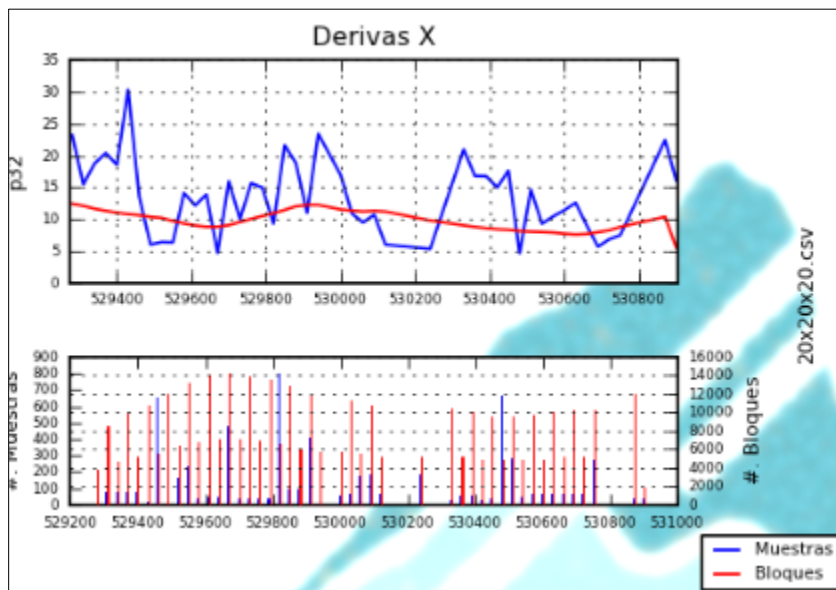


Ilustración 74: Derivas en coordenadas X o Este Variable P₃₂. Azul (Muestras), Rojo (Bloques Estimados) por CK.

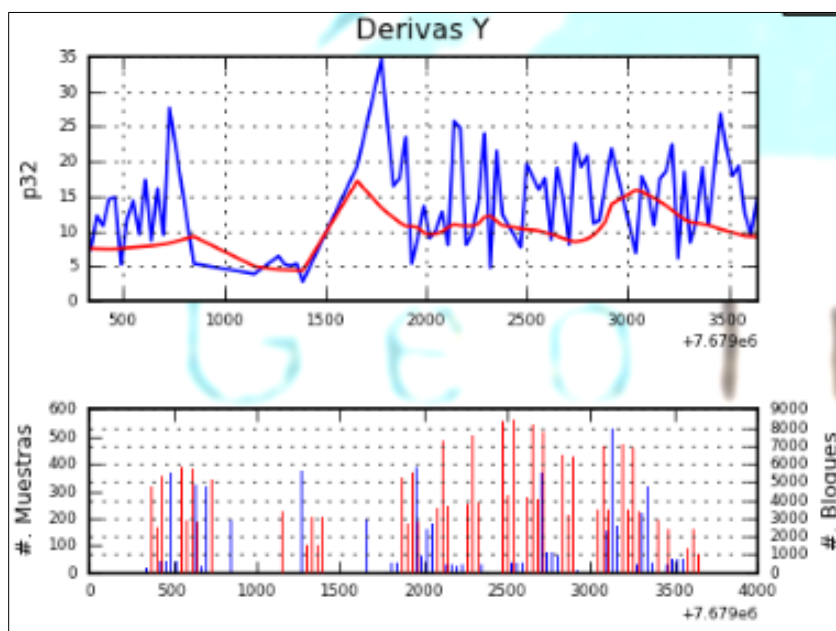


Ilustración 75: Derivas en coordenadas Y o Norte Variable P₃₂. Azul (Muestras), Rojo (Bloques Estimados) por CK.

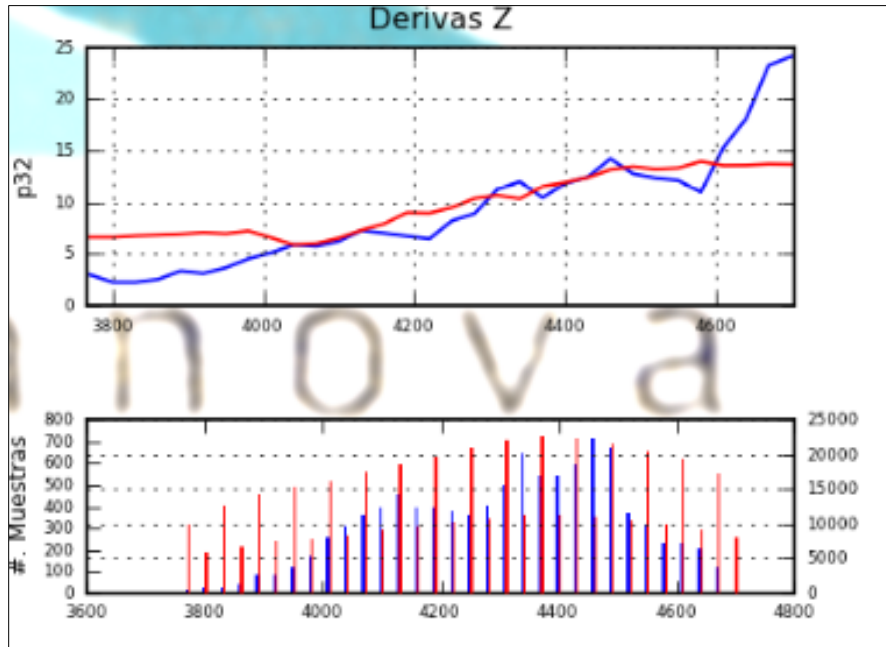


Ilustración 76: Derivas en coordenadas Z o Cota Variable P_{32} . Azul (Muestras), Rojo (Bloques Estimados) por CK.

Al igual que el caso de las derivas correspondientes a la variable P_{32} por Kriging Ordinario, las derivas en direcciones X e Y presentan una continuidad de la curva de bloques “suave” respecto a la deriva de las muestras (Curva Azul); existe una subestimación de los bloques respecto a las muestras al igual que en el caso de Kriging Ordinario (Ilustración 74-Ilustración 75).

Las derivas en las coordenadas Z presentan mayor continuidad y es más estacionario que en el caso de las direcciones Este y Norte donde existe una sobrestimación desde los 3.600 metros hasta los 4.300 metros aproximadamente, luego por sobre los 4600 metros la deriva de los bloques presenta una subestimación referente a la deriva de las muestras (curva azul) (Ilustración 76). Sin embargo, la deriva presenta una subestimación general por Co-Kriging.

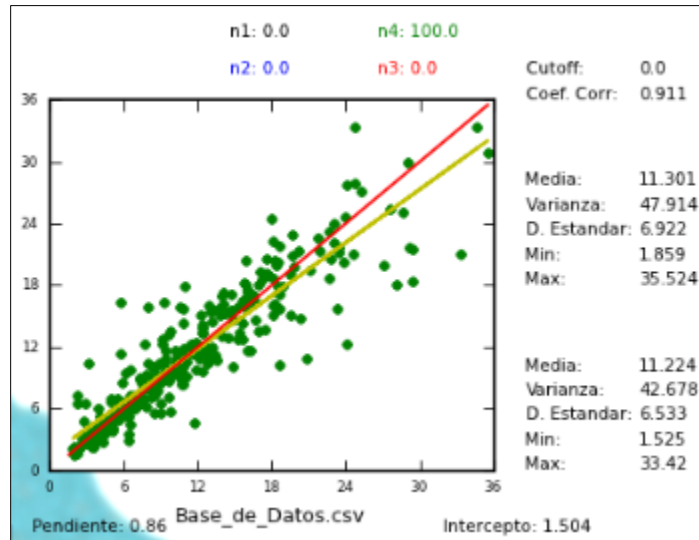


Ilustración 77: Nube de Dispersión Muestras vs Bloques estimados P₃₂ (CK).

La correlación entre ambas variables (muestras-bloques estimados) es igual a 0,86 (valor cercano a 1) por ende, si presenta una correlación alta. Los valores de las estadísticas básicas se referencian al 95% de intervalo de confianza.

P32 por Kriging Ordinario-Vecino más Cercano

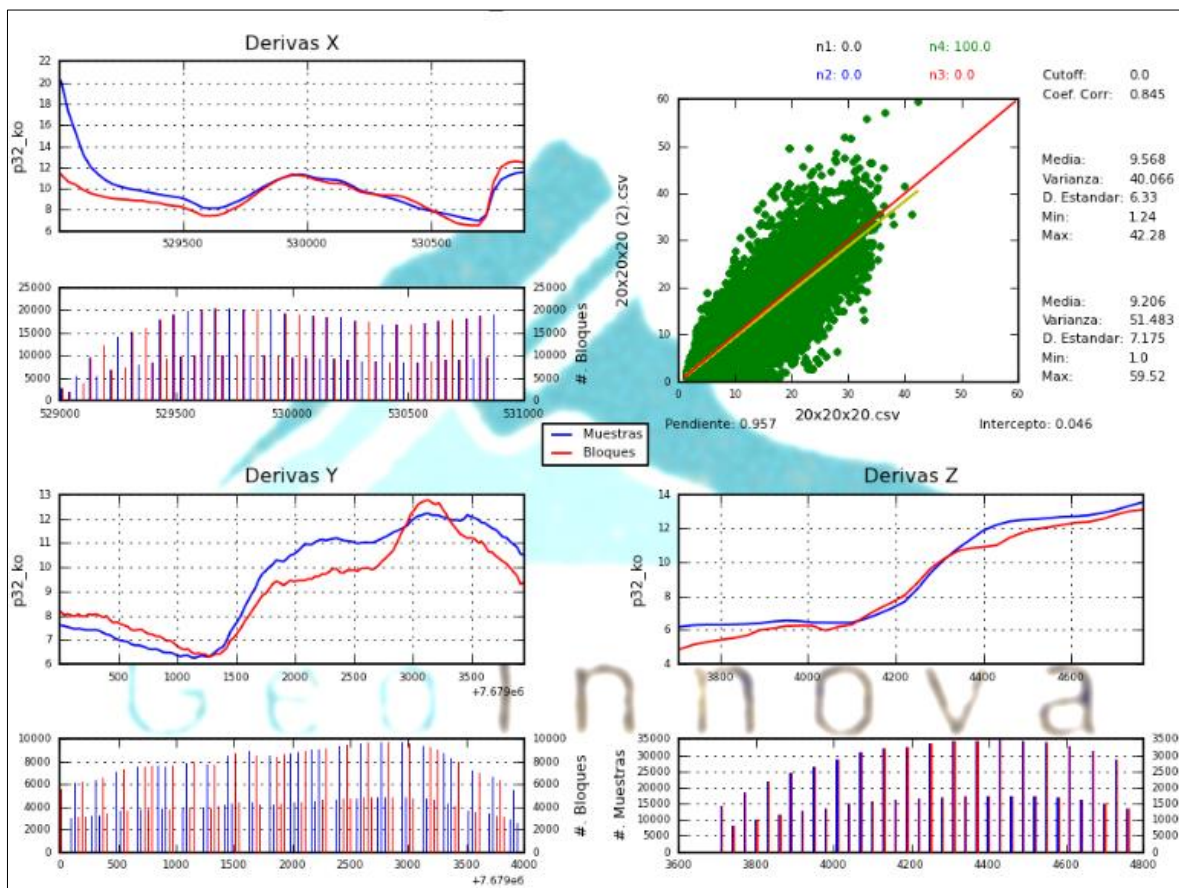


Ilustración 78: Derivas Estimación Vecino más Cercano (Deriva Azul) versus Deriva KO (Deriva Roja) P32.

Las derivas en direcciones X, Y, Z entre las estimaciones “Vecino más Cercano” y “Kriging Ordinario” presenta una subestimación mayormente respecto a la estimación por Kriging, es decir, la curva de la deriva está por debajo de la curva de la deriva por la estimación del “Vecino más Cercano”, sin embargo, en el caso del eje coordenado Este o Y, se observa una sobrestimación de Kriging Ordinario desde los 0 metros hasta los 1.250 metros aproximadamente en la variable P₃₂.

En el caso de la nube direccional, existe una correlación de ambas estimaciones igual a 0,845 donde se observa un cúmulo consistente, esto es debido a la cantidad de bloques estimados por ambas estimaciones aproximadamente por sobre los 700.000-1.000.000 bloques.

P32 Co-Kriging-Vecino más Cercano

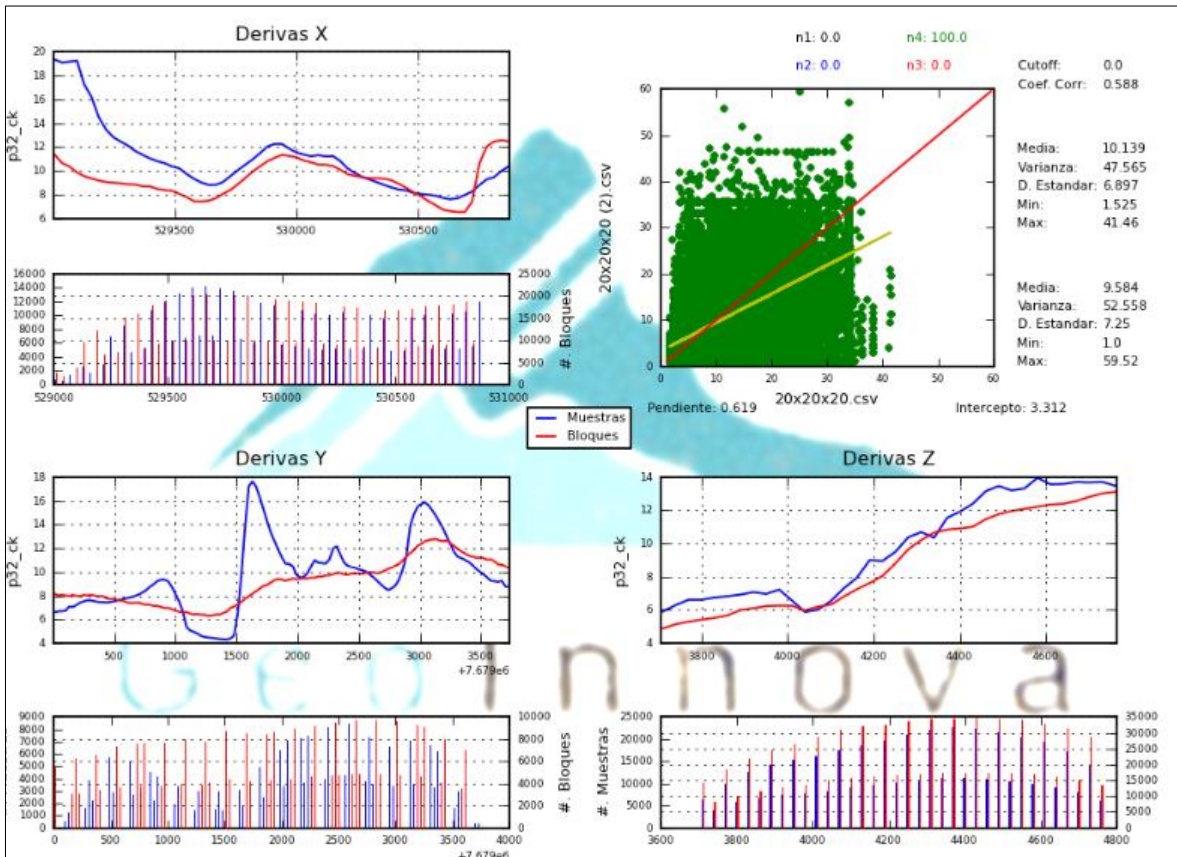


Ilustración 79: Derivas Estimación Vecino más Cercano (Deriva Azul) versus Deriva CK (Deriva Roja) P₃₂.

Las derivas en direcciones X, Y, Z entre las estimaciones “Vecino más Cercano” y “Co-Kriging” se observan al igual que en el caso de Kriging Ordinario, subestimaciones en las derivas con tonalidad roja. La deriva en eje Y o Norte, es más variable para la estimación del “Vecino más Cercano” mientras que la deriva por Co-Kriging es bastante “suave” subestimando mayormente desde 0 hasta los 4000 metros.

En el caso de la nube direccional, existe una correlación de ambas estimaciones igual a 0,588 (correlación menor a la comparación de derivas con Kriging Ordinario en P₃₂) donde se observa un cúmulo consistente, esto es debido a la cantidad de bloques estimados por ambas estimaciones aproximadamente por sobre los 700.000 bloques.

CV por Kriging Ordinario

Se presentan las derivas de la variable CV respecto a las muestras reales y los bloques estimados referente a Kriging Ordinario:

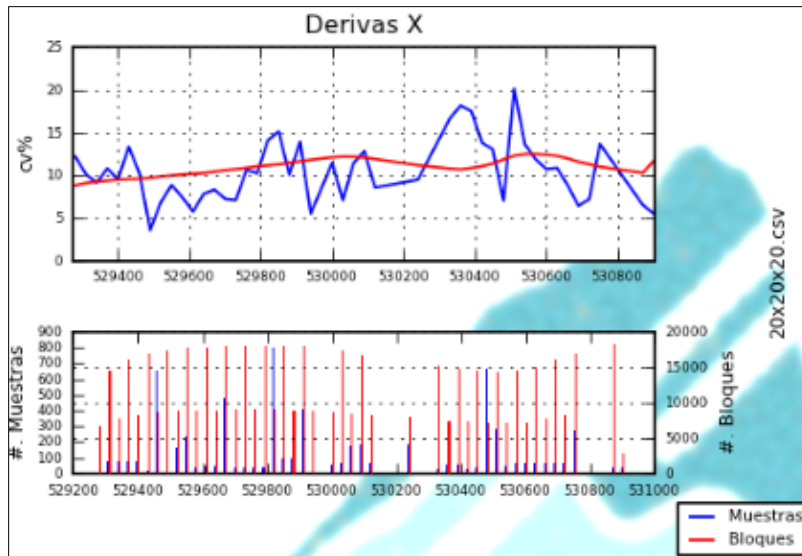


Ilustración 80: Derivas en coordenadas X o Este Variable CV KO.

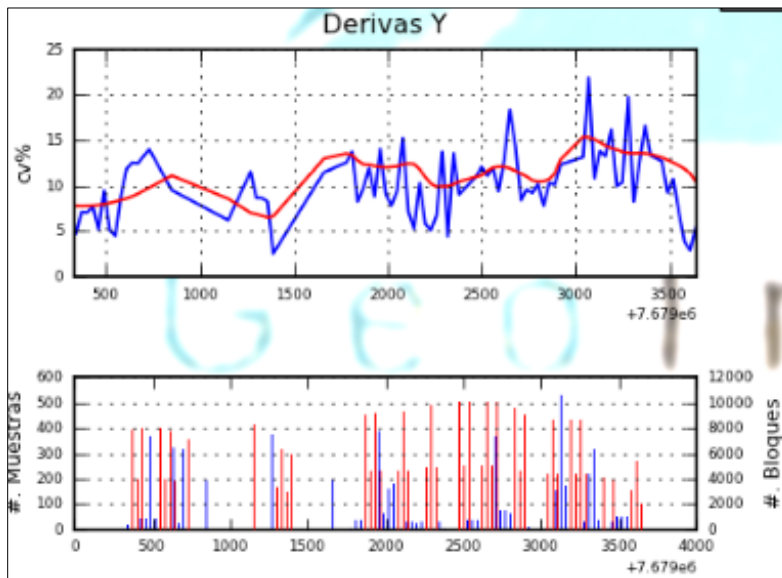


Ilustración 81: Derivas en coordenadas Y o Norte Variable CV KO.

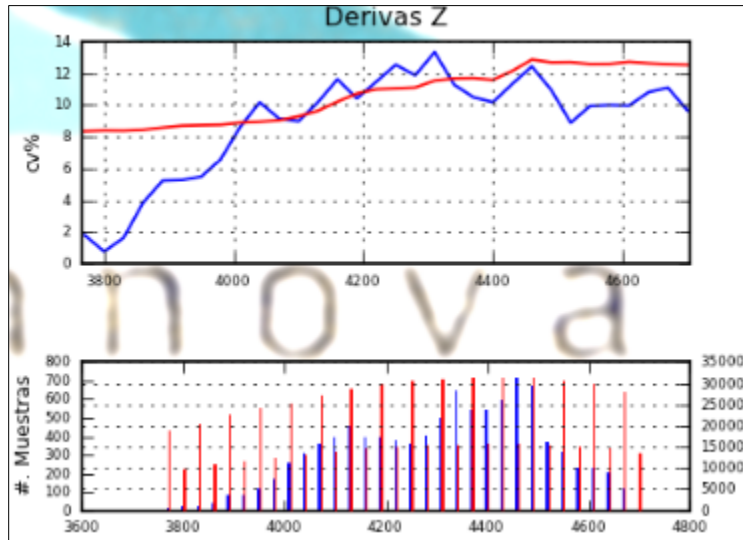


Ilustración 82: Derivas en coordenadas Z o Cota Variable CV KO.

En el caso de las tres direcciones X, Y, Z (Ilustración 80-Ilustración 81-Ilustración 82) se observa una continuidad de la curva de las derivas de bloques de forma “suave” respecto a las derivas de las muestras, en el caso de las derivas en dirección Este, existe una variabilidad de subestimación y sobrestimación oscilante a lo largo de X; para la dirección Y o Norte, la curva de derivas de los modelos estimados es más similar y trata de seguir una tendencia más estacionaria con la deriva de las muestras, aun así no es lo suficientemente representativa. Por último, las derivas en coordenadas Cota o Z indica entre los rangos de metros 3.600 a 4.000 aproximadamente una sobrestimación de los bloques respecto a las muestras, también se observa la sobrestimación en los 4.350 metros hasta los 4.800 metros. La cantidad de bloques estimados respecto a Kriging Ordinario en la variable CV corresponde a 1.116.404 bloques.

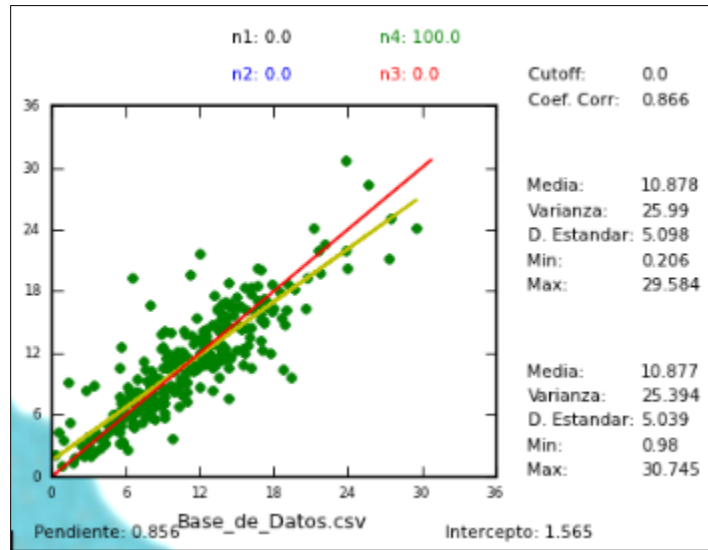


Ilustración 83: Nube de Dispersión Muestras vs Bloques estimados CV (KO).

La correlación entre ambas variables (muestras-bloques estimados) es igual a 0,866 (valor cercano a 1) por ende, si presenta una correlación alta. Los valores de las estadísticas básicas se referencian al 95% de intervalo de confianza.

CV por Co-Kriging

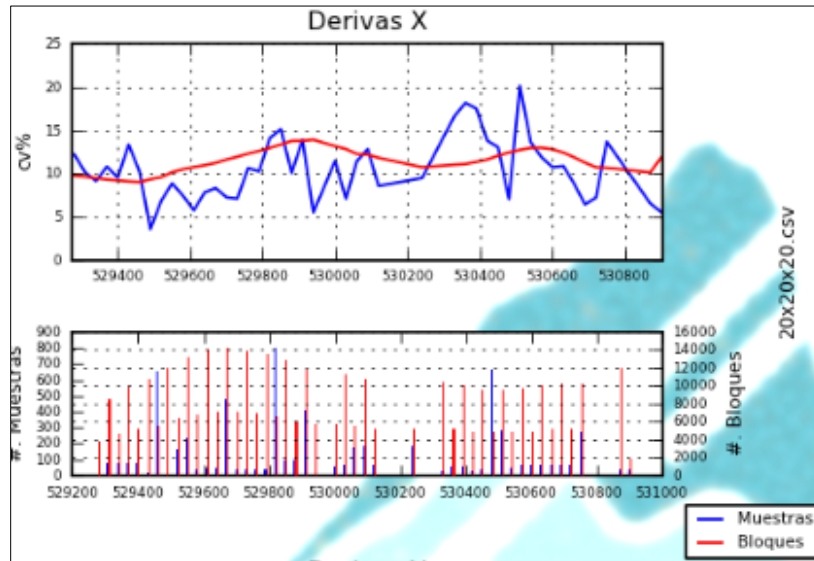


Ilustración 84: Derivas en coordenadas X o Este Variable CV CK.

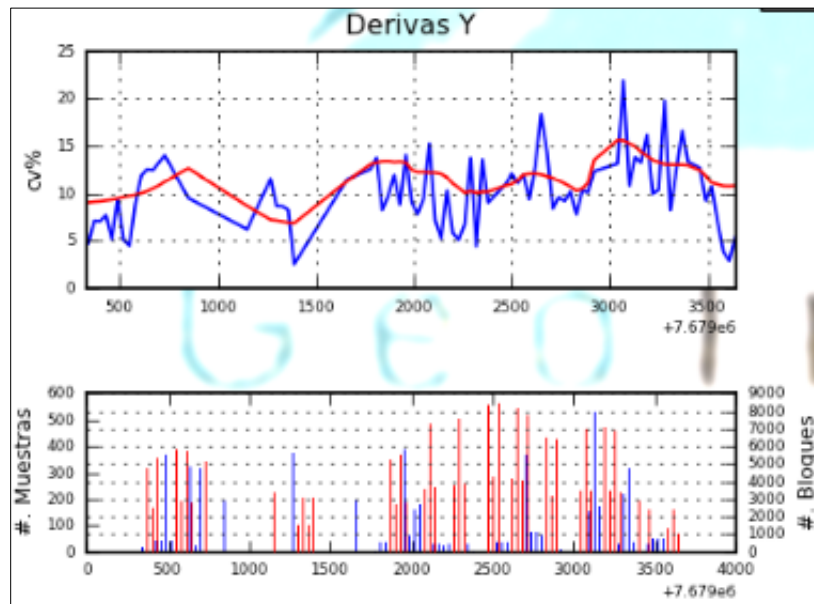


Ilustración 85: Derivas en coordenadas Y o Norte Variable CV CK.

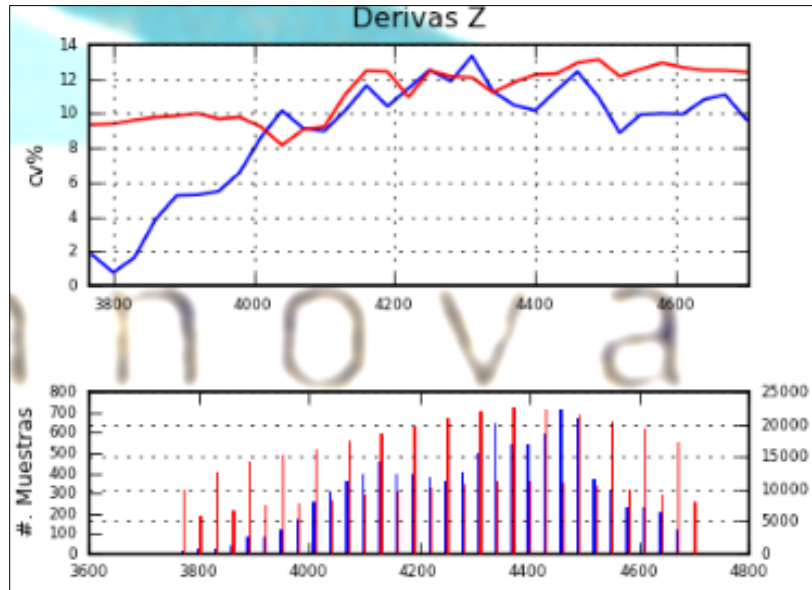


Ilustración 86: Derivas en coordenadas Z o Cota Variable CV CK.

Las derivas en el caso de la dirección X o Este (Ilustración 84), presenta tanto una subestimación y sobrestimación de los bloques y las muestras en la continuidad de las derivas. La dirección Y o Norte (Ilustración 85) al igual que en el caso anterior, se subestiman y sobrestiman los bloques desde los 0 a 4.000 metros. Por último, en coordenada Z o Cota (Ilustración 86), se observa mayormente en profundidad una sobrestimación de los bloques respecto a las muestras. La cantidad de bloques estimados en la variable CV en base a Co-Kriging corresponde a 751.353 bloques totales.

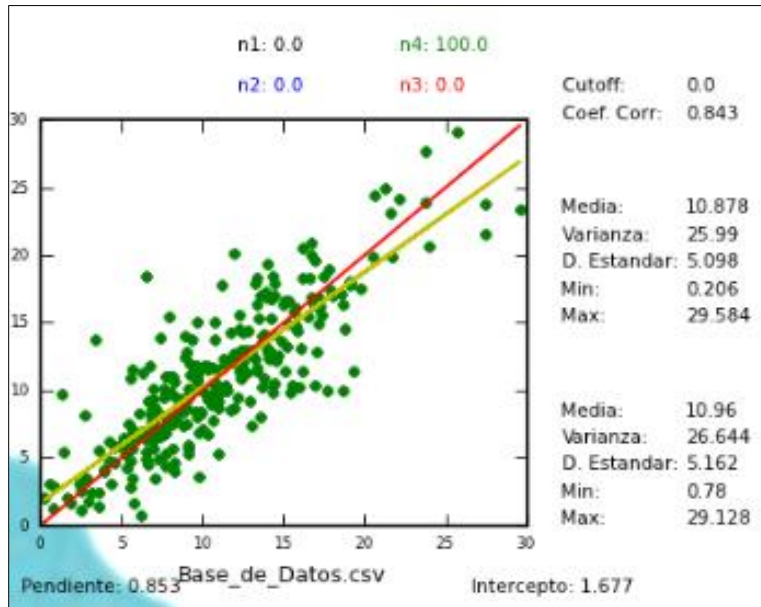


Ilustración 87: Nube de Dispersión Muestras vs Bloques estimados CV (CK).

La correlación entre ambas variables (muestras-bloques estimados) es igual a 0,843 (valor cercano a 1) por ende, si presenta una correlación alta. Los valores de las estadísticas básicas se referencian al 95% de intervalo de confianza.

CV Kriging Ordinario-Vecino más Cercano

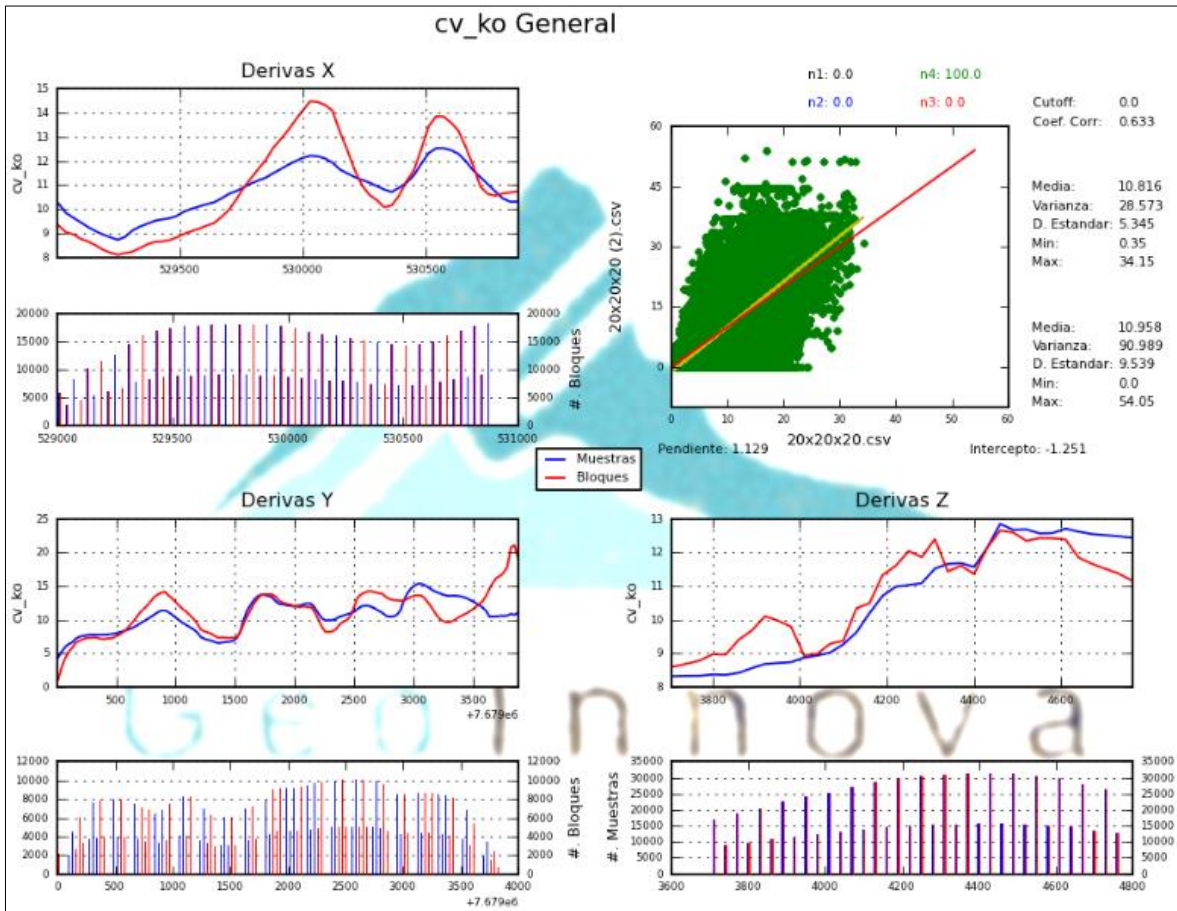


Ilustración 88: Derivas Estimación Vecino más Cercano (Deriva Azul) versus Deriva KO (Deriva Roja) C.V.

Las derivas en direcciones X, Y, Z entre las estimaciones “Vecino más Cercano” y “Kriging Ordinario” en el caso de la dirección Este, se aprecian tanto sobrestimaciones y subestimaciones en la continuidad de las derivas, inicialmente desde 0 metros hasta por sobre los 529.500 metros se observa una subestimación de la deriva Kriging Ordinario en CV; luego una sobrestimación por sobre los 530.000 metros y permanece de forma oscilante.

En el caso del eje Norte, la tendencia de ambas derivas es similar, aun así, en ciertos metros en Y existen sobrestimaciones como en el caso entre los 500 hasta 1500 metros. Luego la tendencia subestima (curva perteneciente a KO color rojo) entre los 2.500 metros hasta los 3.000 metros, por último, se observa una elevada sobrestimación por sobre los 3.500 metros.

Para Z o Cota visualmente existe una sobrestimación de la deriva por Kriging Ordinario hasta llegar a 4.300 metros aproximadamente, posterior a esta profundidad, existe una subestimación.

En el caso de la nube direccional, existe una correlación de ambas estimaciones igual a 0,633 donde se observa un cúmulo consistente, esto es debido a la cantidad de bloques estimados por ambas estimaciones aproximadamente por sobre los 700.000-1.000.000 bloques.

CV Co-Kriging-Vecino más Cercano

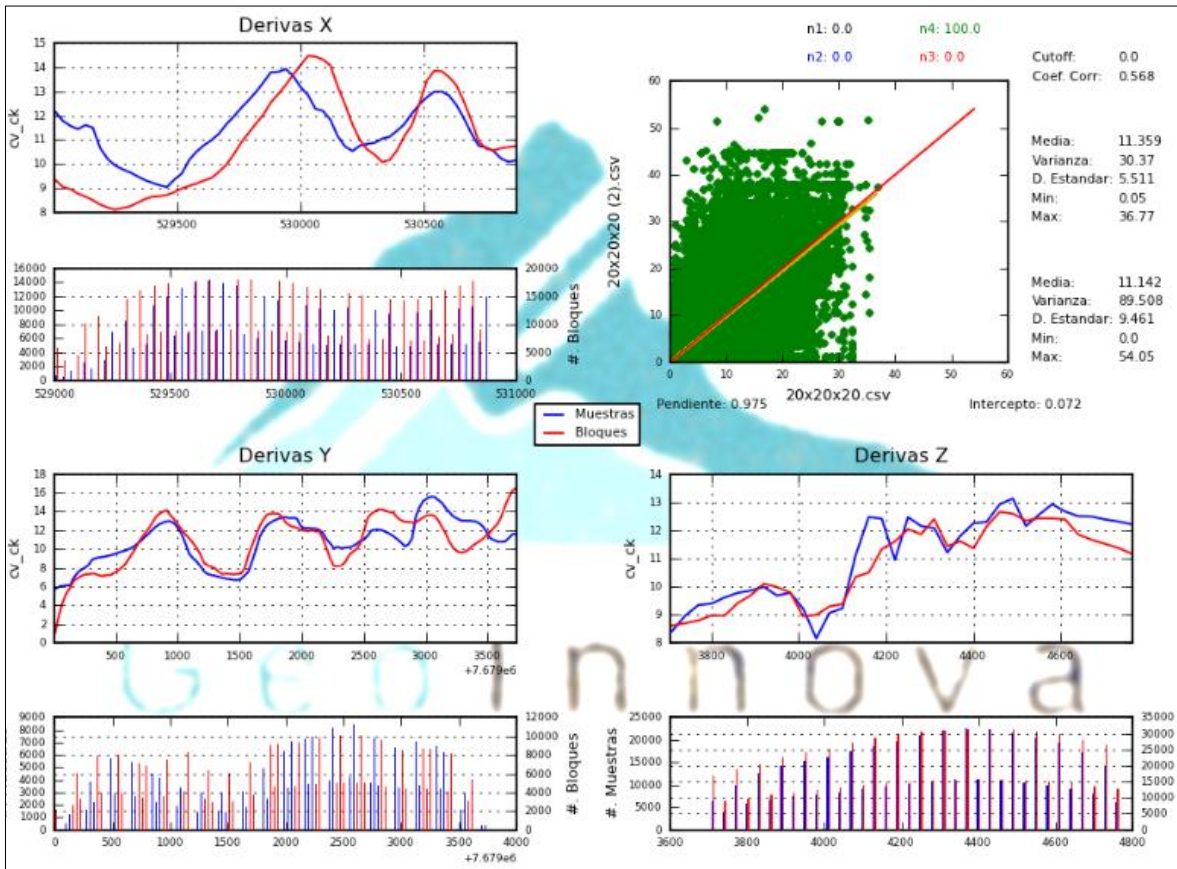


Ilustración 89: Derivas Estimación Vecino más Cercano (Deriva Azul) versus Deriva CK (Deriva Roja) C.V.

Las derivas en direcciones X, Y, Z entre las estimaciones (Ilustración 89) “Vecino más Cercano” y “Co-Kriging” en el caso de la dirección Este, se aprecian tanto sobrestimaciones y subestimaciones en la continuidad de las derivas al igual que el caso anterior a Kriging Ordinario; por ende, existen oscilaciones variables (1° subestima, 2° sobrestima, 3° subestima, 4° sobrestima).

En el caso del eje Norte, la tendencia de ambas derivas es similar, aun así, en ciertos metros en Y existen sobrestimaciones como en el caso entre los 2.500 hasta 2.800 metros. Luego la tendencia subestima (curva perteneciente a KO color rojo) entre los 3.000 metros hasta por sobre los 3.500 metros.

Para Z o Cota visualmente existen subestimaciones, sin embargo, la deriva de los bloques estimados por Co-Kriging en CV sigue la tendencia de la deriva por estimación de “Vecino más Cercano”.

En el caso de la nube direccional, existe una correlación de ambas estimaciones igual a 0,633 donde se observa un cúmulo consistente, esto es debido a la cantidad de bloques estimados por ambas estimaciones aproximadamente por sobre los 700.000 bloques.

Derivas de Estimaciones

P₃₂

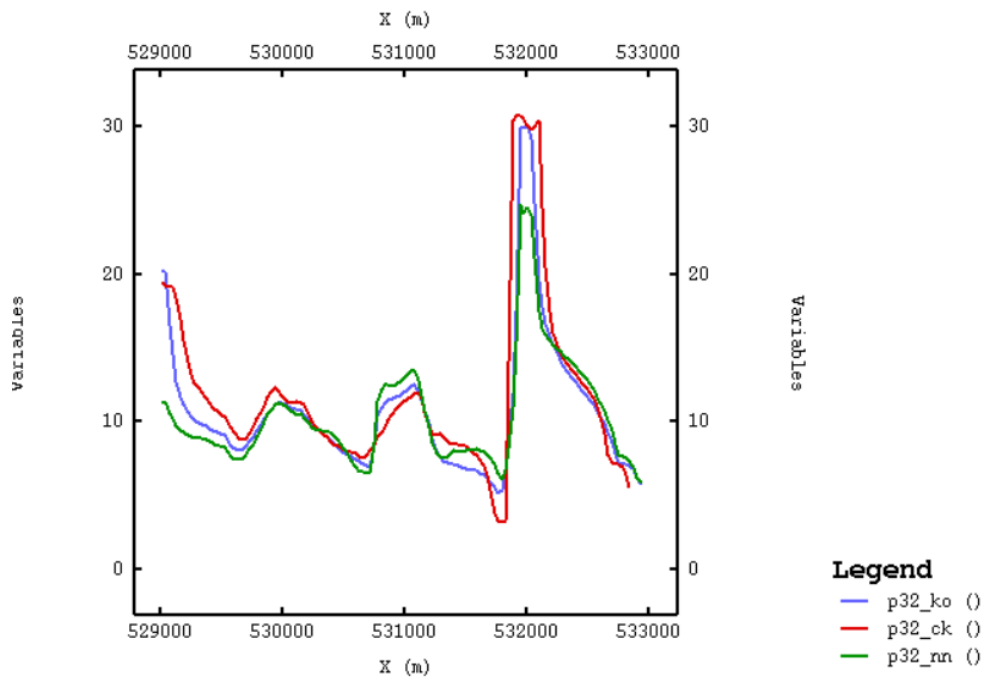


Ilustración 90: Derivas de Estimaciones P32 Coordenada X.

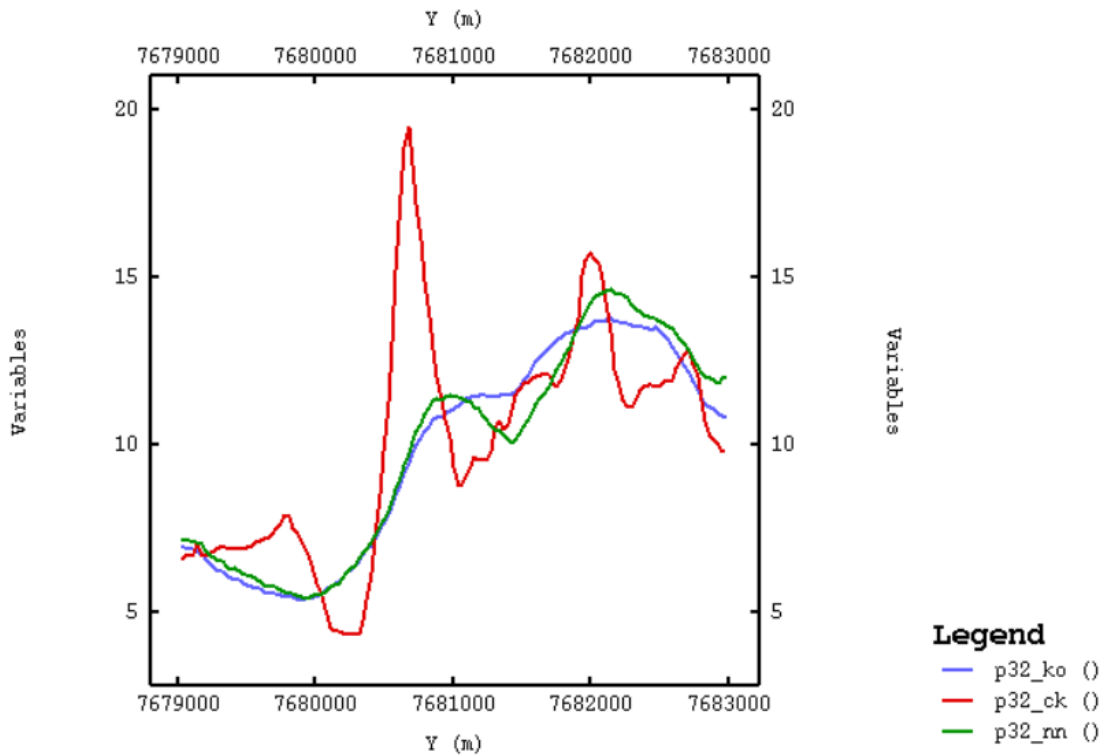


Ilustración 91: Derivas de Estimaciones P32 Coordenada Y.

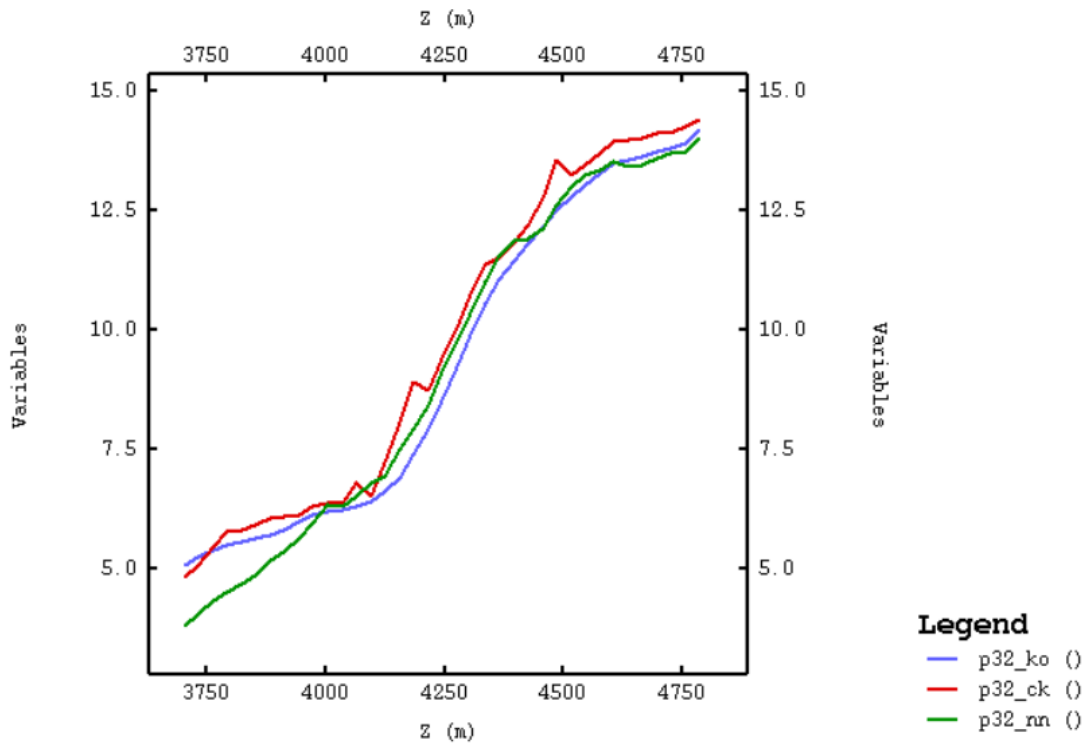


Ilustración 92: Derivas de Estimaciones Variable P32 Coordenada Z.

En general, las tres derivas muestran una sobrestimación de Co-Kriging por sobre las estimaciones restantes (Kriging Ordinario y Vecino más Cercano).

En el caso de la observación en el eje X, se determina un crecimiento de las derivas en los tres casos hacia el Este donde hay un aumento considerable entre las coordenadas 532.000 y 533.000 metros.

Para las derivas en coordenadas Y, al igual que en el caso del eje X se identifica un aumento hacia el Norte, la estimación por Co-Kriging presenta un salto entre las coordenadas 7.680.000 y 7681.000 metros.

Por último, la deriva en Z que representan las estimaciones considera un aumento continuo aproximadamente en las coordenadas 4.250 hasta 4.750 metros.

Circular Variance

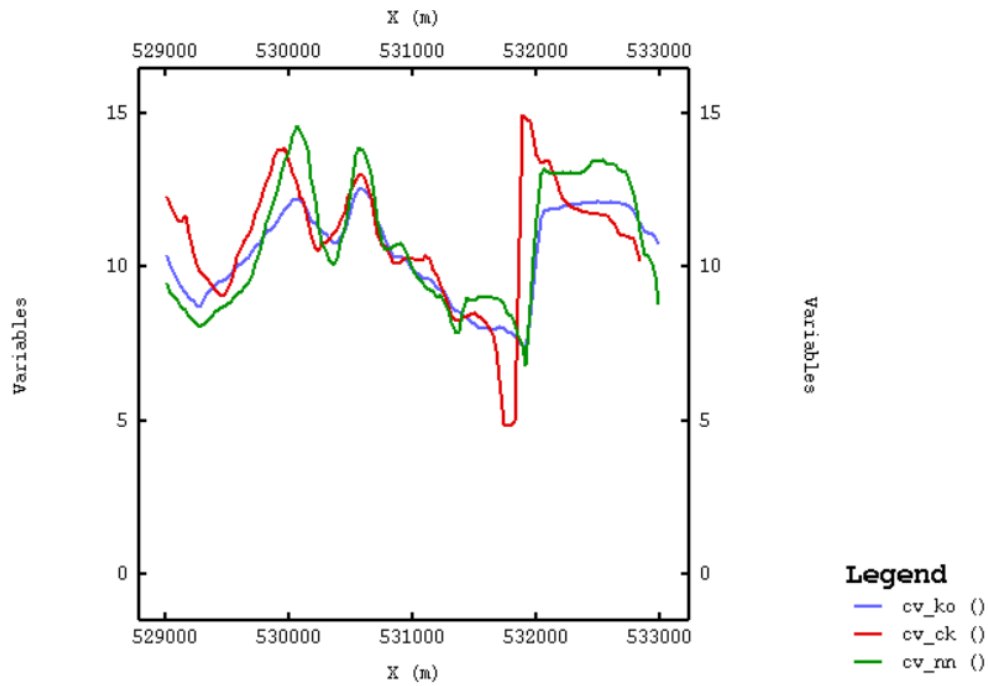


Ilustración 93: Derivas de Estimaciones Variable C.V Coordenada X.

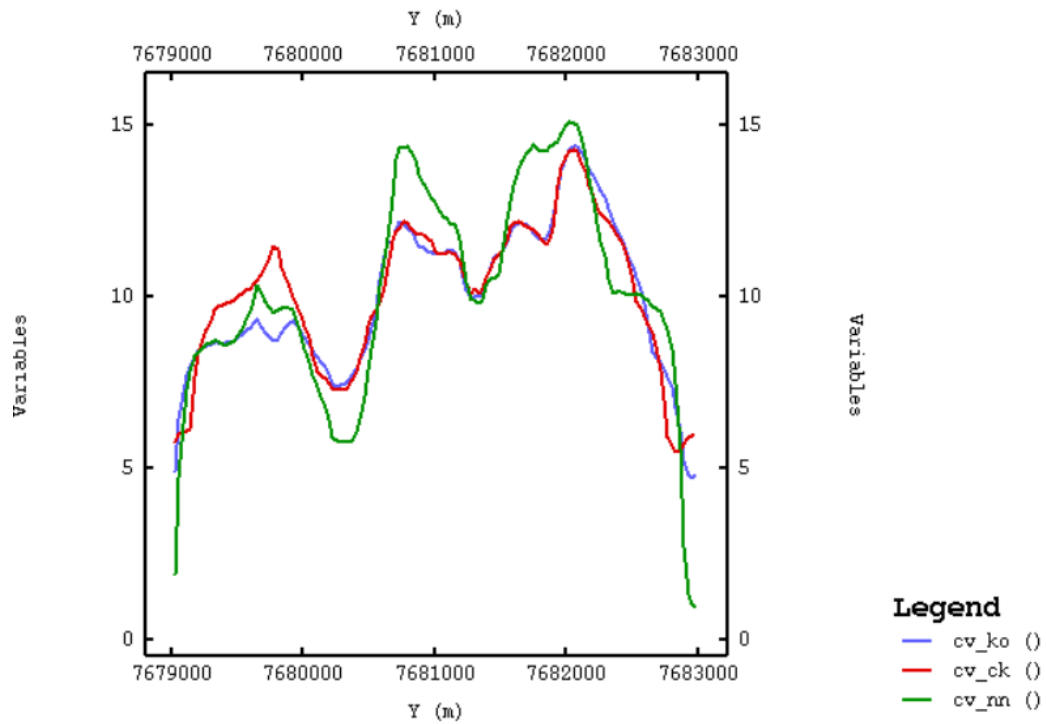


Ilustración 94: Derivas de Estimaciones Variable Circular Variance Coordenada Y.

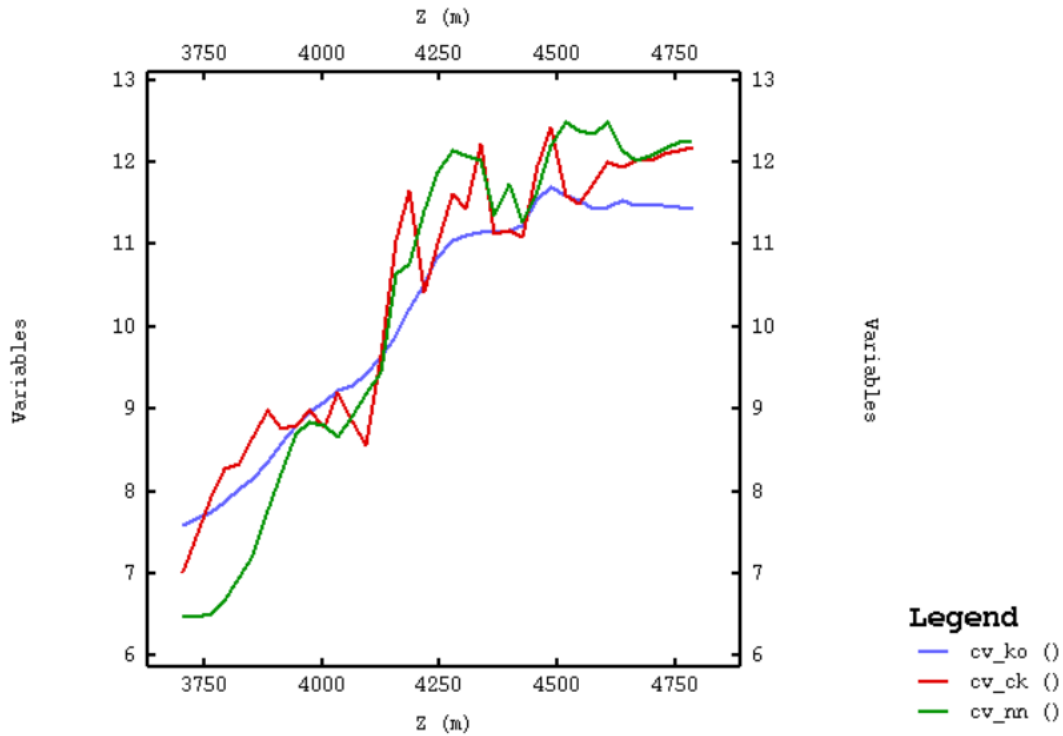


Ilustración 95: Derivas Estimaciones Variable Circular Variance Coordenada Z.

El caso de las derivas de estimaciones para la variable C.V es más oscilante que en el caso de la variable P_{32} .

En general, la deriva por Kriging Ordinario es más continua a lo largo de los ejes coordenados (X, Y, Z).

Se observa un aumento de las derivas considerable en el caso de la dirección Cota, donde la deriva más suavizada es de Kriging Ordinario, más oscilante la variable Co-Kriging y Vecino más Cercano en los tres casos de derivas.

Validación Visual

P₃₂ Estimación Kriging Ordinario

Esta validación consiste en comparar gráficamente los valores de las muestras versus los bloques estimados y analizar la convergencia de su simbología (similitud de colores).

Los bloques estimados de P₃₂ por Kriging Ordinario respecto a las muestras se observan en el siguiente plano:

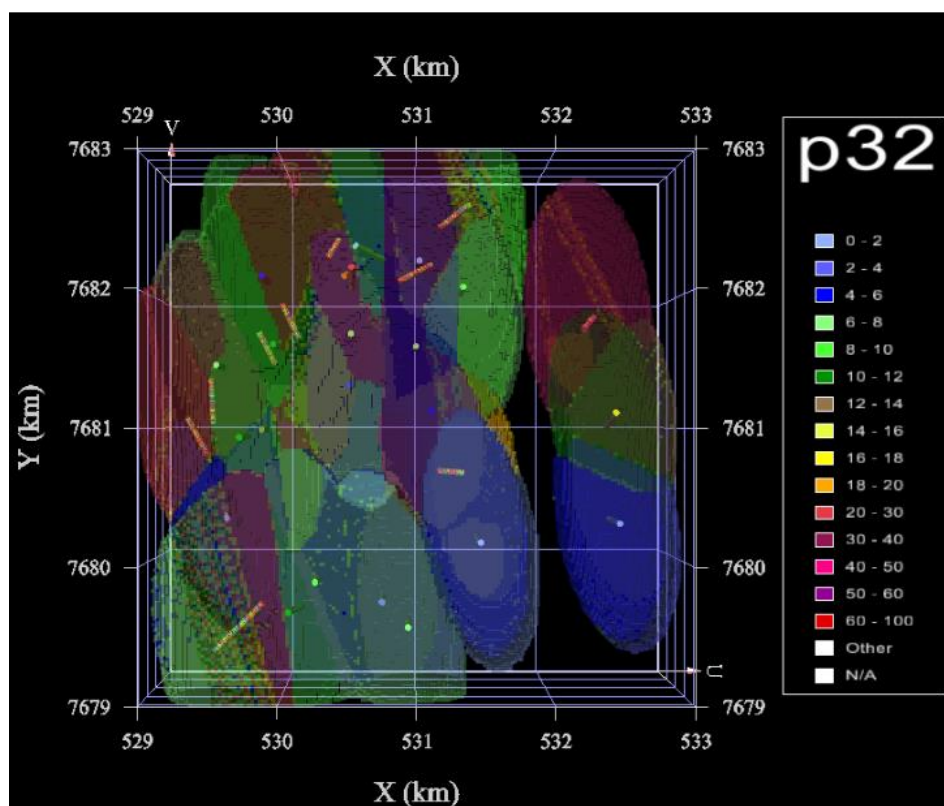


Ilustración 96: Elipsoide de búsqueda Vista Planta (XY) Variable P₃₂ KO.

Se visualizan los compósitos en vista planta donde se presenta una leyenda con los valores de P₃₂, donde la mayoría de los valores de dicha variable son desde 0 hasta 20.

Los colores hacen referencias a las estimaciones, por ejemplo, entre los 532 a 533 kilómetros en X y 7.679 a 7.681 kilómetros en Y existen bloques en color azul, donde en su centro hay un compósito con el color similar (valores que indican 2 a 6 en P₃₂) por lo que es consistente en la validación visual. También entre los 532 y 533 kilómetros en X y 7.681 a 7.683 kilómetros en Y existen bloques color morado, del cual según la leyenda presenta valores entre 30 a 40 en P₃₂.

Así también existen bloques con tonos verdes de los cuales engloban a muestras con valores entre 8 a 12 (leyenda en color verde) en la variable P₃₂, muestra una consistencia correspondiente a los compósitos.

P₃₂ por Co-Kriging

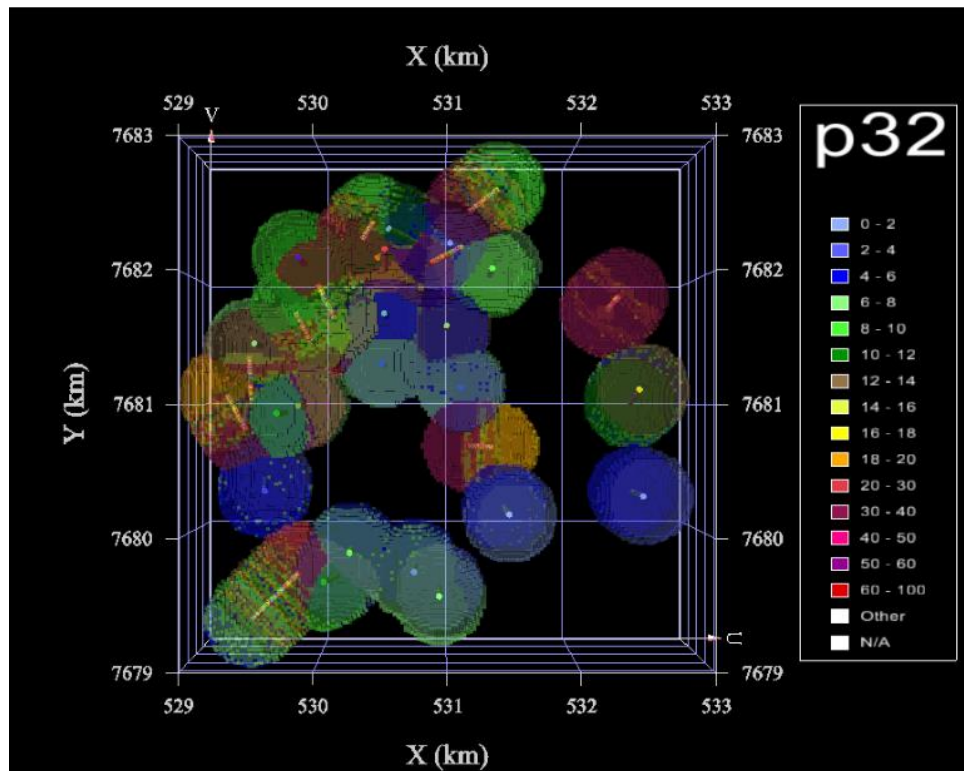


Ilustración 97: Elipsoide de búsqueda Vista Planta (XY) Variable P₃₂ CK.

Al igual que en el caso de Kriging Ordinario se hace una validación visual donde se verifica que los bloques coinciden con la leyenda de las variables de P₃₂.

Por ejemplo, entre los 532 a 533 kilómetros en X y los 7.680 a 7681 kilómetros en Y existen bloques en color azul, el cual en ellos se encuentra un compuesto con la leyenda en los mismos tonos (azulados) demostrando valores entre 4 a 6 en la variable P₃₂ por Co-Kriging.

CV por Kriging Ordinario

Los bloques estimados por Kriging Ordinario respecto a las muestras se observan en el siguiente plano:

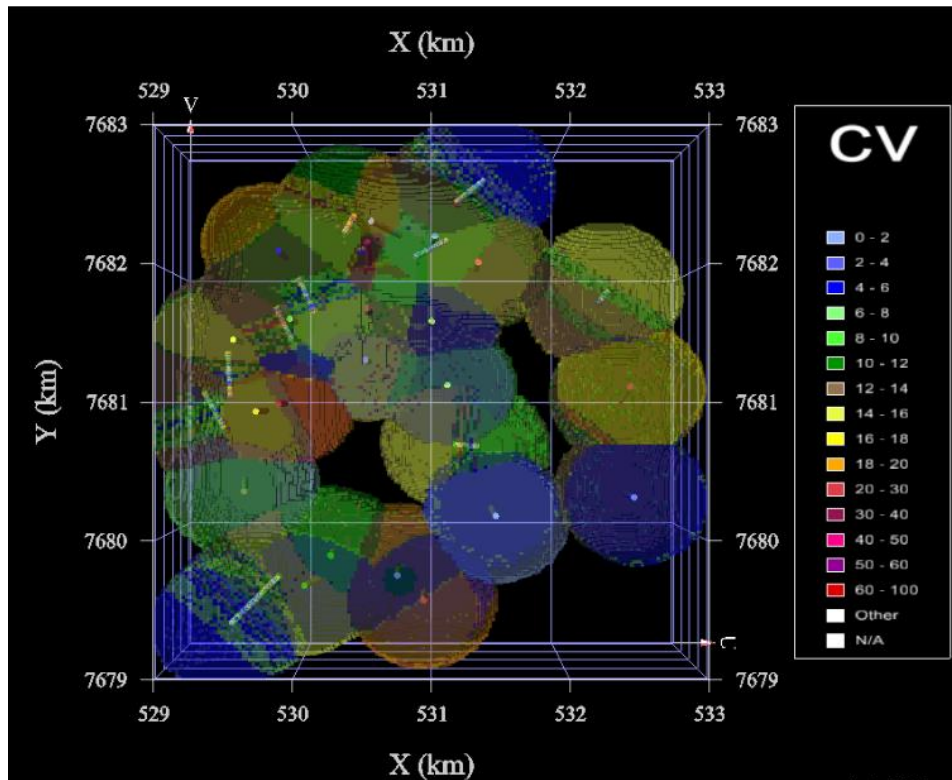


Ilustración 98: Elipsoide de búsqueda Vista Planta (XY) Variable CV KO.

La validación visual para la variable CV presenta efectivamente una relación entre bloques con las muestras y su leyenda correspondiente a los valores representativos (Ilustración 98).

Por ejemplo, en el caso de los bloques ubicados entre los 532 a 533 metros en dirección X y 7680 a 7681 en dirección Y coincide con el color de la leyenda del compuesto contenido en ellos. Así sucesivamente si se verifican los distintos bloques estimados en vista planta.

CV por Co-Kriging

Los parámetros al igual que en el caso de la variable P_{32} son en las tres direcciones 360 metros (75% del alcance en los planes de búsqueda de la variable CV), siendo una esfera concéntrica y no un elipsoide de búsqueda.

La validación visual en vista XY es la siguiente:

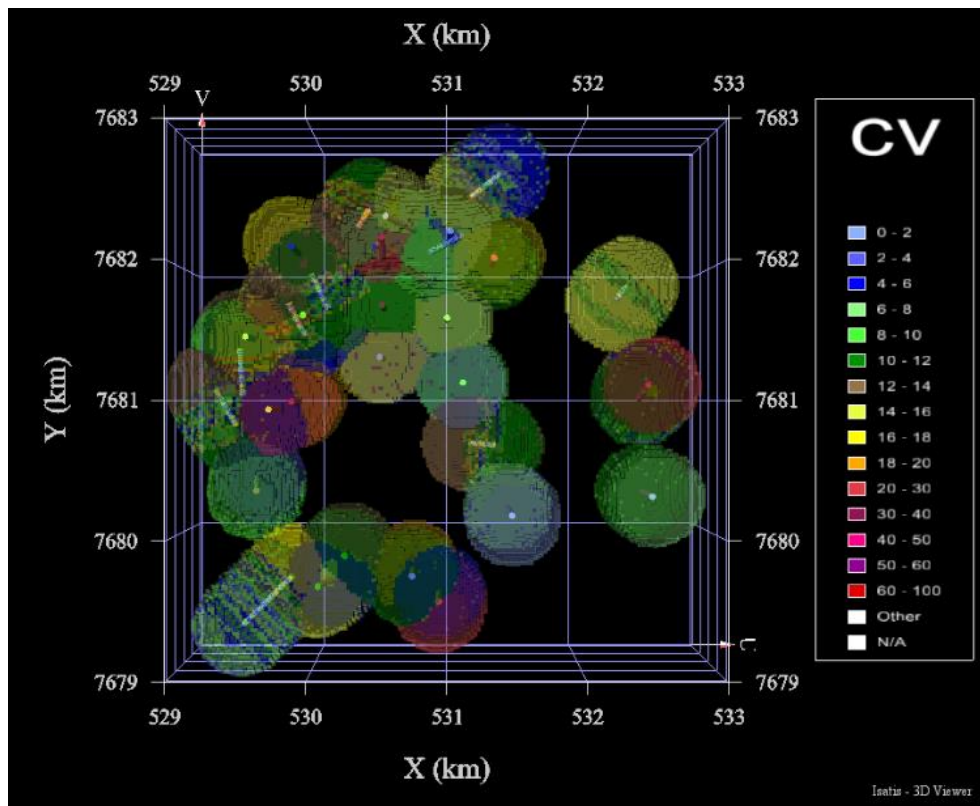


Ilustración 99: Elipsoide de búsqueda Vista Planta (XY) Variable CV CK.

Se visualiza que existe relación de las esferas concéntricas con los sondajes de las muestras, donde por ejemplo en el caso de los 532 a 533 metros en dirección X y entre los 7.680 a 7.681 metros (esfera verde) en CV si coincide con la leyenda de los sondajes y así sucesivamente en los otros casos.

Consistencia Intrínseca

Se analizarán los parámetros a través de errores de ambas variables de estudio comparando las estimaciones por KO y CK; a través de la Varianza de Kriging, Número de Muestras y Distancia al Bloque (Centroide).

Tabla 16: Análisis de Varianza de Kriging.

c	Varianza de Kriging					
	Kriging		Co-Kriging		Error (KO-CK/KO)	
Método	p32	cv	p32	cv	p32	cv
Variable						
Cuenta	1,436,135	1,386,007	814,602	814,602	76%	70%
Mínimo	55.91	25.00	21.63	18.75	158%	33%
Máximo	118.44	54.34	55.52	43.75	113%	24%
Media	116.88	48.09	54.01	40.41	116%	19%
Desviación Estándar	3.07	1.37	1.60	1.16	92%	18%
Varianza	9.45	1.88	2.56	1.34	269%	40%

La varianza de Kriging asociada de cada bloque en el caso de KO es un 116% más alta que por CK para la variable P32 en terminos medios. De la misma manera ocurre con la variable C.V pero en un 20%. La reducción de esta varianza influye directamente en la elección del plan de búsqueda isótropo para la estimación por CK.

Tabla 17: Análisis Número de Muestras.

	N° de Muestras					
	Kriging		Co-Kriging		Error (KO-CK/KO)	
Método	p32	cv	p32	cv	p32	cv
Variable						
Cuenta	1,436,135	1,386,007	814,602	814,602	76%	70%
Mínimo	5.00	5.00	5.00	5.00	0%	0%
Máximo	7.00	11.00	7.00	7.00	0%	57%
Media	7.00	10.98	6.99	6.99	0%	57%
Desviación Estándar	0.08	0.29	0.09	0.09	-11%	222%
Varianza	0.01	0.09	0.01	0.01	0%	800%

El número de muestras que participan en la estimación tanto de KO y CK para P₃₂ prácticamente es el mismo con un promedio de 7 muestras y para el caso de C.V el número de muestras es mucho mayor al estimar por KO que por CK, esto conlleva a estimar con casi 4 muestras más debido a las condiciones del elipsoide de búsqueda.

Tabla 18: Análisis Distancia al Bloque (Centroide).

Método	Distancia al Bloque (Centroide)					
	Kriging		Co-Kriging		Error (KO-CK/KO)	
	p32	cv	p32	cv	p32	cv
Cuenta	1,436,135	1,386,007	814,602	814,602	76%	70%
Mínimo	1.81	2.79	1.81	1.81	0%	54%
Máximo	1012.34	598.67	359.99	359.99	181%	66%
Media	394.53	323.89	237.62	237.62	66%	36%
Desviación Estándar	199.69	123.42	81.45	81.45	145%	52%
Varianza	39876.43	15231.79	6634.41	6634.41	501%	130%

La distancia promedio de las muestras a los bloques estimados por KO es un 66% más larga que por CK para el caso de P32 y de un 36% para el caso de CV.

Esto se debe a que la vecindad de búsqueda de CK es mucho más similar a la vecindad de KO para el caso de la estimación de CV.

La variabilidad de esta distancia promedio de la misma manera, es 145% más variable para el caso de KO en p32 y CV debido al elipsoide anisótropo elegido para su estimación. La desviación estándar se reduce al elegir un elipsoide isótropo para la estimación por CK.

Interpretación Geotécnica

A continuación, se presenta el modelo de bloques con las leyendas correspondientes a ambas variables de estudio con el objetivo de verificar la posible distribución de los valores de P_{32} y C.V en el espacio, también si existe alguna observación de atributos geotécnicos que interfieran en la roca (Simulación).

Perfil P_{32} por Kriging Ordinario

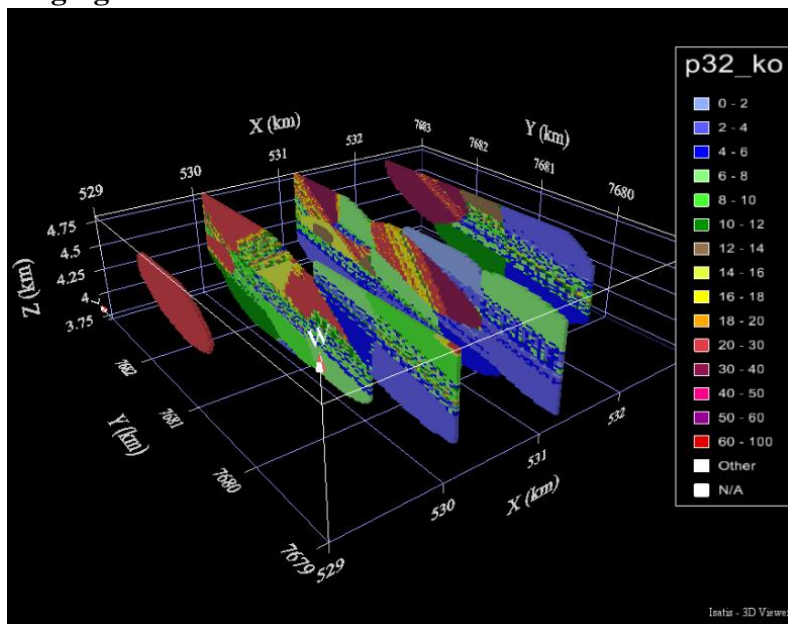


Ilustración 100: Secciones Variable P_{32} KO.

Perfil P_{32} por Co-Kriging

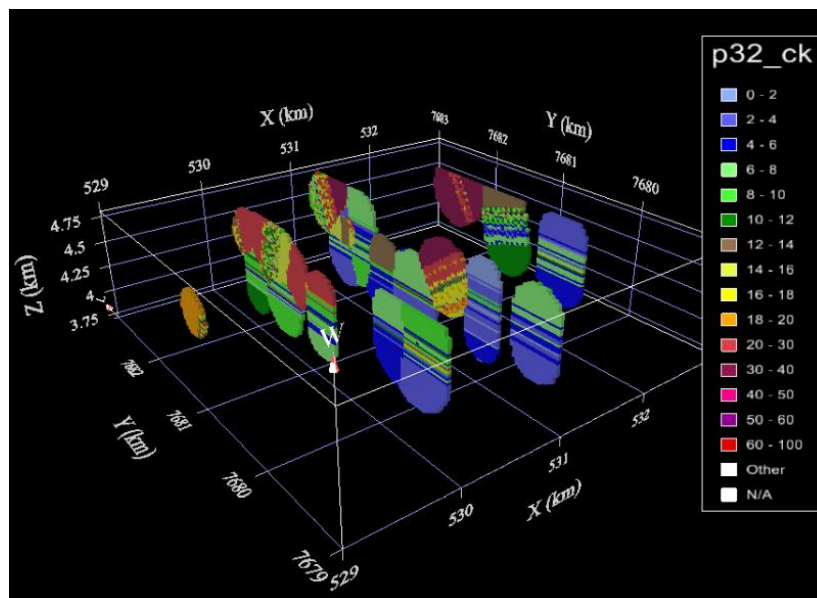


Ilustración 101: Secciones variable P_{32} CK.

Perfil P₃₂ por Vecino más Cercano

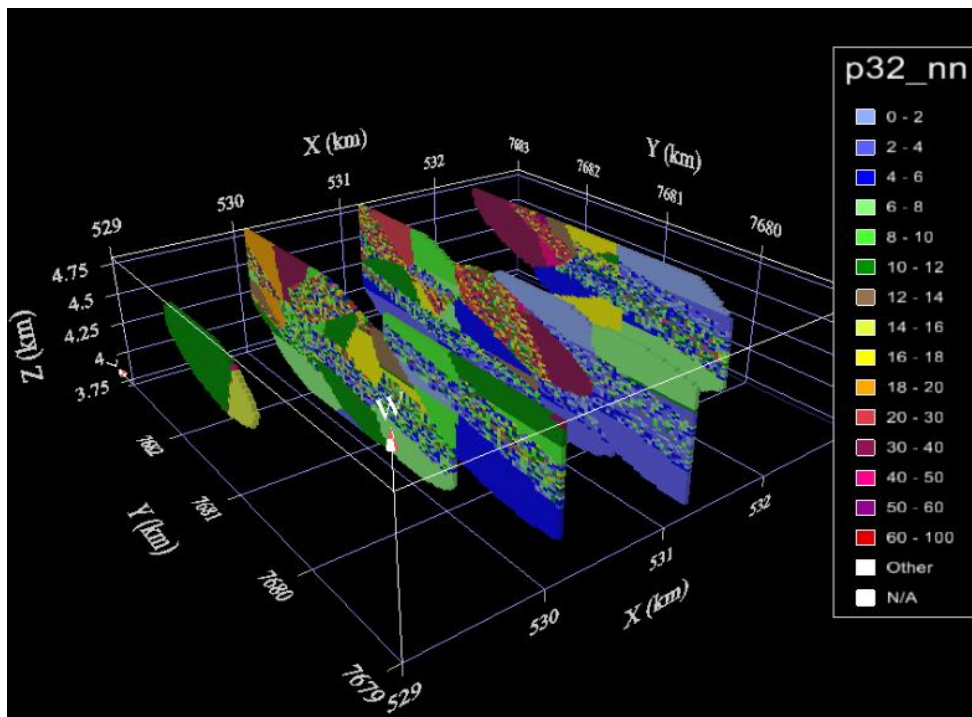


Ilustración 102: Secciones Variable P₃₂ Vecino más Cercano.

Los tres casos anteriores presentan similitud en los siguientes términos:

- Aumento de la variable de intensidad de fractura hacia el Norte.
- Posibles contactos litológicos a mitad de profundidad (Cota-Z) por distorsión de leyenda, es decir existen posibles aumentos de superficies de fractura por unidad de volumen (fracturas presentes o fallas).

Perfil C.V por Kriging Ordinario

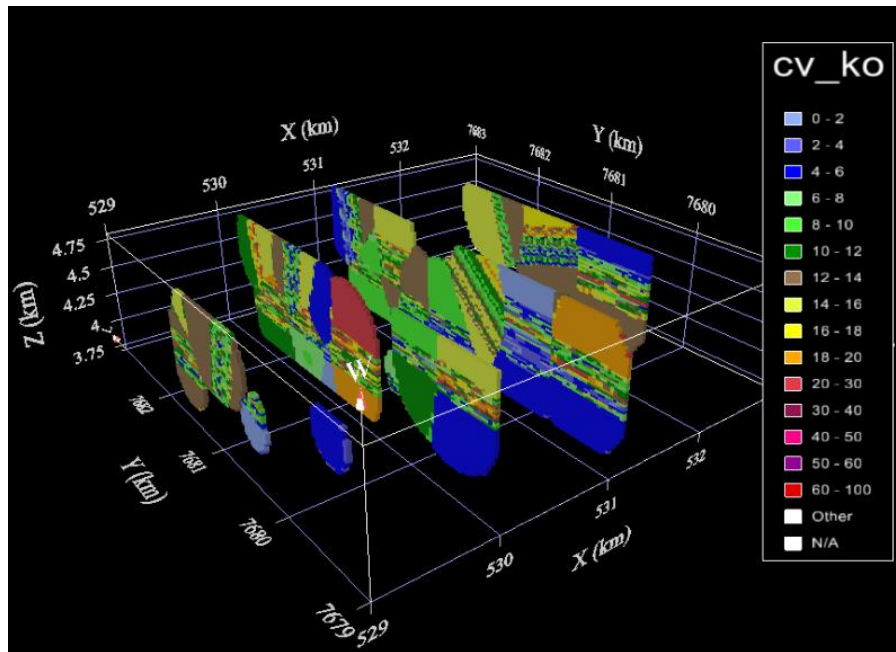


Ilustración 103: Secciones Variable C.V por Kriging Ordinario.

Perfil C.V por Co-Kriging

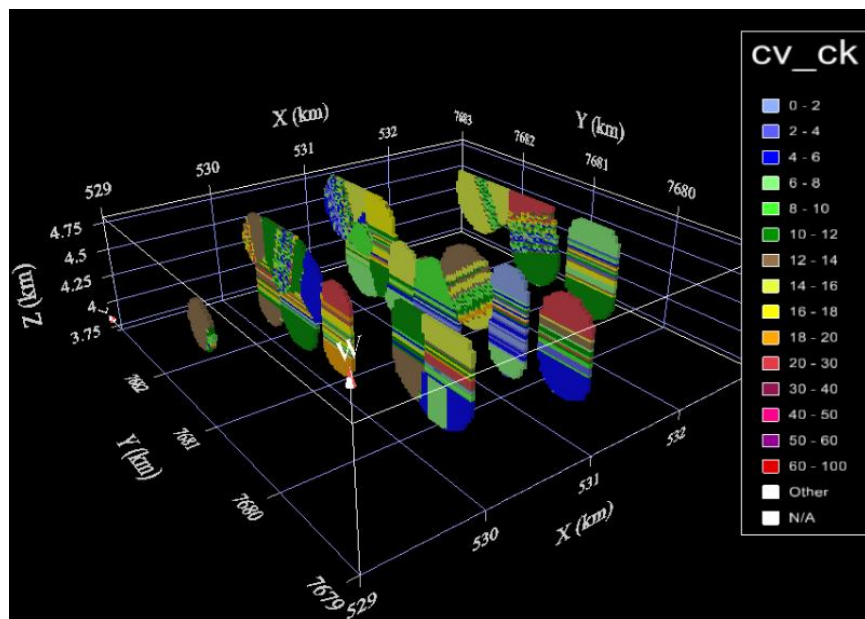


Ilustración 104: Secciones Variable C.V por Co-Kriging.

Perfil C.V por Vecino más Cercano

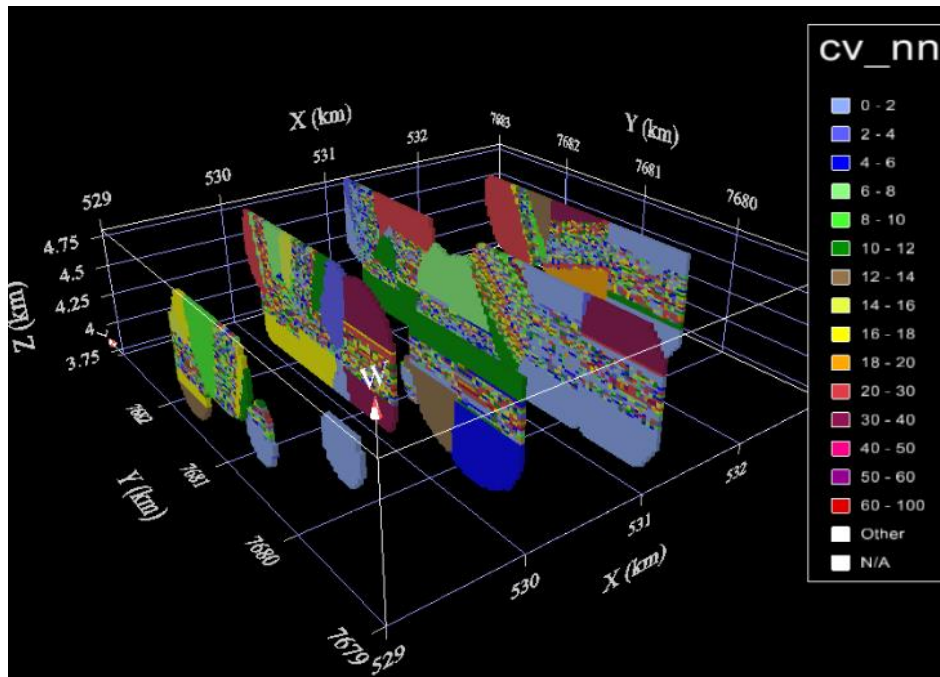


Ilustración 105: Secciones Variable C.V por Vecino más Cercano.

Los tres casos anteriores presentan similitud en los siguientes términos:

- Aumento de la variable de orientación de la fractura (C.V) hacia el Norte.
- Posibles contactos litológicos a mitad de profundidad (Cota-Z) por distorsión de leyenda, es decir existen posibles aumentos discontinuidades o variabilidad en la orientación de la fractura en el plano (fracturas presentes o fallas).

CONCLUSIONES

Dentro del análisis de estudio, inicialmente la corroboración de la base de datos perteneciente a 9.957 muestras simuladas otorga irregularidades en las distancias entre compósitos (distancias superiores a 1 metro que es la media) por lo que produce posibles inconvenientes en las estimaciones y sus resultados.

La correlación entre P_{32} y CV es baja, por ende, la estimación por Co-Kriging es menor en comparación a la estimación por Kriging Ordinario. Esto se explica por las vecindades de búsqueda determinadas para ambas estimaciones, donde se destaca que para el caso de Co-Kriging existe una superposición de los Variogramas Direccionales (Azimut-Dip-Plunge) por lo que se concluye que la dirección es isótropa, es decir, se modela el Variograma Omnidireccional obteniendo como elipsoide de búsqueda una esfera concéntrica en tres dimensiones (abarcando longitud en U, V, W de 360 metros en total). Dicha esfera contempla en el espacio en la validación visual tanto para P_{32} y CV los compósitos distribuidos irregularmente en la malla de muestro, existiendo espacios vacíos de bloques estimados.

Se recomienda disminuir el tamaño del modelo de bloques (20x20x20 metros) a un tamaño de 10x10x10 metros, donde a menor tamaño de bloque, mayor variabilidad, la cual se observa en las derivas de la validación local de las muestras, donde existe una amplia oscilación de la curva con picos frecuentes a lo largo de los tres ejes coordenados en el espacio; es decir, las estimaciones con un tamaño de bloque de 20x20x20 metros demostraron derivas con continuidad “suave”. En caso de que se disminuyese el tamaño de los bloques, la deriva de los bloques estimados alcance mayor variabilidad y similitud a la deriva de las muestras reales.

Dentro de la consistencia intrínseca, en el caso del análisis de distancias al bloque (centroide) la distancia al bloque es muy grande para ser una primera pasada, esto quiere decir que:

- La base de datos contiene muy pocos sondeos y la malla de muestreo es muy grande. Se recomienda realizar más sondeos In-Fill para hacer más consistente el espacio muestral en el modelo de bloques de 20x20x20.
- La distancia debiese ser un poco más reducida para un soporte más bajo (distancia cercana a 400 metros) como por ejemplo un bloque estimativo de 10x10x10.

Para el análisis de Varianza de Kriging se infiere que por la forma de la base de datos otorgada y el estudio estructural realizado, el hecho de elegir un Variograma Omnidireccional para estimar P_{32} -C.V por CK, disminuye la varianza notablemente para el caso de la variable P_{32} al ser diferentes en forma los elipsoides de búsqueda.

Caso contrario, con C.V los elipsoides de búsqueda no son los mismos, uno es anisótropo y otro isótropo, pero los alcances son relativamente similares, por lo que el impacto en la varianza de Kriging es mucho menor.

Finalmente, la interpretación geotécnica indica posibles fracturas en mitad de cota dentro del modelo de bloques, lo que desfavorece en un caso hipotético real en minería subterránea, el diseño de niveles de producción en Caving, pudiendo existir contactos litológicos por distorsión de los valores de las variables de estudio que competen en intensidad de fractura y orientación de ellas.

PLANIFICACIÓN

Actividad		Semana				Semana				Semana				Semana			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
1	Análisis de base de datos proporcionada.	■	■	■													
2	Realizar EDA (Análisis Exploratorio de Datos).			■	■	■											
3	Encontrar datos escapados o Outliers.					■	■										
4	Análisis de correlación de las variables de estudio.					■	■	■									
5	Determinación de Variogramas simples y cruzados, anidados y modelados para cada UE.						■	■	■								
6	Determinar los planes de búsqueda de KO para cada unidad de estimación.							■	■	■							
7	Validación Cruzada.									■	■	■					
8	Estimar a través de Kriging Ordinario y Co.Kriging.									■	■	■	■				
9	Análisis de resultados y comparación de modelos de estimación													■	■	■	
10	Redacción Memoria.			■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■

BIBLIOGRAFÍA

GÁLVEZ, J. O., Estimación Geoestadística del RQD, RCU, JRC y densidad aplicada a entender el comportamiento geomecánico del cerro La Falda, La Encañada- Cajamarca, 2019.

VEGA, P. I., Estimación de la Frecuencia de Fracturas en yacimientos mineros vía herramientas geoestadísticas, 2018.

EGAÑA, M. J., Geoestadística aplicada a parámetros geotécnicos, 2008.

SUZUKI, K. E., Aplicación de la técnica Synthetic Rock Mass a escala de laboratorio, 2013.

ALFARO, M. A., Estimación de Recursos Mineros, 2007.

EMERY, X., Geoestadística, 2013.

HEKMATNEJAD, A., Estimación del Parámetro de Intensidad de Fracturamiento P_{32} . 2020.

POPPE, G. A., Comparación entre la aplicación de Kriging y Cokriging para estimar especies de cobre de un yacimiento tipo pórfido cuprífero.