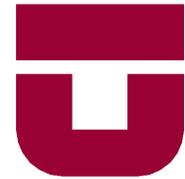




INGENIERÍA CIVIL INDUSTRIAL



UNIVERSIDAD DE TALCA
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL INDUSTRIAL

PROYECTO DE MEJORAMIENTO

**DISEÑO DE MODELO DE OPTIMIZACIÓN MATEMÁTICA
PARA EL REDISTRITAJE POLÍTICO QUE MAXIMIZA LA
REPRESENTATIVIDAD**

AUTOR:

Matías Felipe Moreno Faguett

PROFESOR GUÍA: Eduardo Álvarez Miranda

Primer Semestre 2018

CURICÓ - CHILE

CONSTANCIA

La Dirección del Sistema de Bibliotecas a través de su encargado Biblioteca Campus Curicó certifica que el autor del siguiente trabajo de titulación ha firmado su autorización para la reproducción en forma total o parcial e ilimitada del mismo.



Curicó, 2019

RESUMEN EJECUTIVO

En 2015 entra en vigor la reforma electoral impulsada por el gobierno de Michelle Bachelet, cuyo objetivo era corregir las distorsiones o desigualdades desde el punto de vista de la representatividad del electorado fabricadas durante el régimen militar para favorecer a los sectores que estaban de acuerdo con el gobierno de Augusto Pinochet y debilitar las fuerzas de la oposición. El sistema electoral chileno es modificado desde la estructura hasta cómo se eligen los representantes en el congreso, contemplando entre otras cosas un aumento en el número de escaños a repartir en el parlamento, tanto en la cámara baja como en la cámara alta, con el fin de potenciar la representatividad. La nueva estructura junto con las reglas que conforman esta reforma electoral logra apalea hasta cierto punto el problema de fondo, las distorsiones en la representatividad disminuyen, nuevas fuerzas políticas penetran en el congreso, pero ¿será que existe una mejor manera de distribuir los recursos que permita maximizar la representación del electorado? Empleando los resultados obtenidos mediante una herramienta de optimización matemática para el re-distribución, el presente trabajo entrega una mirada comparativa de distintos escenarios electorales que ayudan a responder esta pregunta.

Matías Felipe Moreno Faguett (mamoreno12@alumnos.otalca.cl)
Estudiante de Ingeniería Civil Industrial
Facultad de Ingeniería – Sede Curicó – Universidad de Talca
Agosto de 2018

ÍNDICE DE CONTENIDOS

CAPÍTULO 1: DEFINICIÓN Y FORMALIZACIÓN DEL PROYECTO.....	1
1 Definición y formalización del proyecto.....	2
1.1 Lugar de aplicación.....	2
1.1.1 Portafolio de servicios.....	3
1.1.2 Misión y Visión	4
1.1.3 Estructura organizacional.....	5
1.2 El problema	6
1.3 Objetivos.....	7
1.3.1 Objetivo general	7
1.3.2 Objetivos específicos	8
1.4 Resultados tangibles esperados.....	8
CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO Y METODOLOGÍA	9
2 Marco teórico y metodología	10
2.1 Marco teórico	10
2.2 Metodología.....	12
2.2.1 Analizar las desviaciones referidas a la representatividad.....	12
2.2.2 Identificar los factores que influyen en la participación electoral y determinar si hace sentido definir un indicador de justicia electoral.....	13
2.2.3 Desarrollar herramienta de optimización para el diseño territorial de los distritos 13	
2.3 Carta Gantt	13
CAPÍTULO 3: DIAGNÓSTICO DE LA SITUACIÓN ACTUAL	14
3 Diagnóstico de la situación actual	15

3.1	La reforma electoral de 2015 y el verdadero impacto en la representatividad	15
3.2	Impacto de la reforma a nivel partidario	20
3.3	Evaluación de la existencia de un sesgo demográfico en las elecciones	21
3.4	Implicancia de la militancia en las elecciones	26
3.5	Resumen del diagnóstico	28
CAPÍTULO 4: DESARROLLO DEL MODELO, IMPACTO DE LA SOLUCIÓN Y ANÁLISIS EXPOST		30
4	Desarrollo del modelo	31
4.1	Análisis de varianza y significancia de las variables dentro del modelo.....	31
4.1.1	Regresión múltiple y ANOVA	32
4.2	Tamaño del parlamento y su implicancia	38
4.3	Modelo de optimización matemática	41
4.3.1	El Districting Problem	42
4.3.2	Adaptación del <i>Districting Problem</i> al contexto chileno.....	44
4.4	Resultados del modelo	47
4.5	Análisis de impacto sobre la subrepresentación de la pobreza	61
Conclusiones.....		65
Recomendaciones.....		66
Bibliografía.....		67
Anexos		70

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo 1: Densidad Poblacional vs Participación Electoral	70
Anexo 2: Ingreso Promedio vs Participación Electoral	70
Anexo 3: Edad Promedio vs Participación Electoral	71

Anexo 4: Escolaridad vs Participación Electoral	71
Anexo 5: Organizaciones Voluntarias vs Participación Electoral	72
Anexo 6: Generación Postplebiscito vs Participación Electoral	72
Anexo 7: Conectividad vs Participación Electoral.....	73
Anexo 8: 3ra Tabla ANOVA.....	73

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1: Logo Facultad de Ciencias Jurídica y Sociales	3
Ilustración 2: Resumen de servicios por área	4
Ilustración 3: Organigrama Facultad de Ciencias Jurídicas y Sociales	6
Ilustración 4: Estructura Distrital Problema 1 No Contigua.....	49
Ilustración 5: Solución No Contigua Problema 1 Región del Maule.....	50
Ilustración 6: Solución Contigua Problema 1 Región del Maule	50
Ilustración 7: Estructura Distrital Problema 1 Contigua.....	53
Ilustración 8: Solución No Contigua Problema 2 Región Metropolitana.....	55
Ilustración 9: Solución Contigua Problema 2 Región Metropolitana	55
Ilustración 10: Estructura Distrital Problema 2 Contigua.....	57
Ilustración 11: Estructura Distrital Problema 3 Contigua.....	60

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: <i>Malapportionment</i> Sistema Binominal	17
Tabla 2: <i>Malapportionment</i> Sistema Proporcional	18
Tabla 3: % Militantes vs % Votos Región I	26
Tabla 4: Coeficiente de Correlación entre % Militantes y % Votos	27
Tabla 5: 1era Tabla ANOVA	33

Tabla 6: 2da Tabla ANOVA.....	34
Tabla 7: 4ta Tabla ANOVA.....	35
Tabla 8: Estadísticos de Regresión Lineal	36
Tabla 9: Malapportionment Problema 1 Solución No Contigua	48
Tabla 10: Malapportionment Problema 1 Solución Contigua	52
Tabla 11: Malapportionment Problema 2 Solución No Contigua.....	54
Tabla 12: Malapportionment Problema 2 Solución Contigua	56
Tabla 13: Malapportionment Problema 3 Solución No Contigua	58
Tabla 14: Malapportionment Problema 3 Solución Contigua	59
Tabla 15: Tabla Comparativa de Soluciones	61
Tabla 16: Representatividad de Sectores Pobres Problema 0	62
Tabla 17: Representatividad de Sectores Pobres Problema 1	63

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Composición por Partido de la Cámara Baja	20
Gráfico 2: Índice de Pobreza Multidimensional vs Participación Electoral	23
Gráfico 3: Índice de Ruralidad vs Participación Electoral	23
Gráfico 4: Índice de Masculinidad vs Participación Electoral	24
Gráfico 5: <i>Box Plot</i> de Participación Electoral Nacional	25
Gráfico 6: Prueba de Normalidad Anderson-Darling	37

GLOSARIO

- Sistema electoral** : conjunto de reglas que determinan cómo se llevan a cabo las elecciones y los referendos y cómo se determinan sus resultados.
- Malapportionment*** : distritos electorales con proporciones divergentes de votantes y representantes.
- Escaño** : asiento que ocupa un político en una de las cámaras parlamentarias.
- Distrito electoral** : división político-administrativa del país con fines electorales.
- Incumbente** : persona que está en posesión de algún empleo público de relevancia.

INTRODUCCIÓN

Un sistema electoral corresponde a un repertorio muy específico de normas y procedimientos que se usan en una elección para decidir cómo se elige a quienes han de ocupar los cargos de elección popular en disputa. Esto incluye los niveles de gobernabilidad en los que se divide el país (regiones, provincias, comunas, etc.), lo que influye también en la cantidad de tipos de cargos populares que se deben elegir en diferentes territorios electorales, es decir, existen diversas configuraciones que dependerán de las necesidades o realidades de cada país. Pero básicamente el objetivo es el mismo: determinar cómo convertir los votos emitidos durante las elecciones en escaños para los candidatos.

En ese sentido, un punto clave es la fórmula electoral utilizada, es decir, la metodología que define finalmente cómo se van a distribuir los escaños, que puede ser por mayoría simple, binominal, proporcional, mixto u otro. Pero el foco debe ser siempre el mismo, conseguir la mejor representatividad posible de la población, ya que esto valida una democracia como tal, que es uno de los principios de un sistema electoral además de la transparencia y la inclusividad.

Es por esta razón que el diseño de este conjunto de reglas es crítico dentro de un sistema democrático, y una de ellas es cómo se subdividen los territorios electorales y cómo se reparten los representantes dentro de estos de tal forma que las necesidades de diferentes sectores de la población sean acogidas y atendidas oportunamente por los políticos, pues estas variables afectan directamente la representatividad y en definitiva el derecho de hacer válidas las demandas del electorado.

Para esto, se formula una herramienta de programación matemática para la distribución de estos recursos, que sea arbitraria y permita hacer de cualquier sistema, pero en particular del sistema chileno, un sistema equitativo desde el punto de vista del valor del voto.

CAPÍTULO 1: DEFINICIÓN Y FORMALIZACIÓN DEL PROYECTO

En este capítulo se describe el lugar donde se desarrolla el proyecto de tesis, junto con los servicios que ofrece. Además, se definen la problemática, los objetivos que se pretenden conseguir y, los resultados tangibles esperados.

1 Definición y formalización del proyecto

En este primer capítulo se define y formaliza el proyecto, describiendo la institución donde se va a realizar, la problemática que se abordará, los objetivos planteados para darle solución y los resultados tangibles esperados una vez concluida la actividad.

1.1 Lugar de aplicación

La institución en la cual se realiza el proyecto de tesis para optar al grado de Ingeniero Civil Industrial de la Universidad de Talca es la Facultad de Ciencias Jurídicas y Sociales de esta Universidad, trabajo en conjunto con el doctor en ciencia política Mauricio Morales, que desempeña labores de docencia e investigación en el Campus de Santiago.

La Facultad de Ciencias Jurídicas y Sociales de la Universidad de Talca y su carrera de Derecho fueron creadas en 1992, siendo este un acontecimiento relevante dentro de la historia de la universidad, pues fue la primera licenciatura de corte humanista y la primera escuela de derecho entre Santiago y Concepción, convirtiéndose en un aporte para la actividad jurídica del país demandada por profesionales del área del derecho.

En el periodo que abarca desde 1996 hasta el 2003, se crearon los departamentos de derecho público, de derecho privado y de derecho económico y social, fortaleciendo el área investigativa dentro de la universidad y convirtiéndose en el sello de la facultad.

Entre el 2003 y el 2005, se inauguraron en el campus de Santiago los dos primeros centros de estudio de la facultad: el centro de estudios de derecho penal y el centro de estudios constitucionales, cuyo cometido es ofrecer magister, seminarios y congresos, dar asesorías a instituciones públicas y ejecutar proyectos de investigación.

En 2005 también empieza a funcionar el departamento de derecho privado y ciencias del derecho, el departamento de derecho penal, procesal y del trabajo y, el departamento de derecho público. Durante ese periodo, además, se crea el centro de estudio de derecho del trabajo y seguridad social y la biblioteca de investigación jurídica.

En 2012 se incorpora la carrera de derecho al campus de Santiago y se crea el magister en derecho que comienza a impartirse en 2013 en paralelo a la llegada de la carrera de administración pública al mismo campus.

En abril de 2014, se crea un nuevo programa de magister, y se acredita el doctorado en derecho, además de crear dos centros de estudio adicionales.

Finalmente, el 25 de abril del 2017, asume don Raúl Carnevali Rodríguez, destacado académico en el área del derecho penal y que se ha desempeñado en la facultad como director del departamento penal, procesal y del trabajo, director del centro de estudio de derecho penal, director del magíster de derecho penal, director de la revista de política criminal de la Universidad de Talca (Facultad de Ciencias Jurídicas y Sociales, 2018).

Ilustración 1: Logo Facultad de Ciencias Jurídica y Sociales



Fuente: (Facultad de Ciencias Jurídicas y Sociales, 2018)

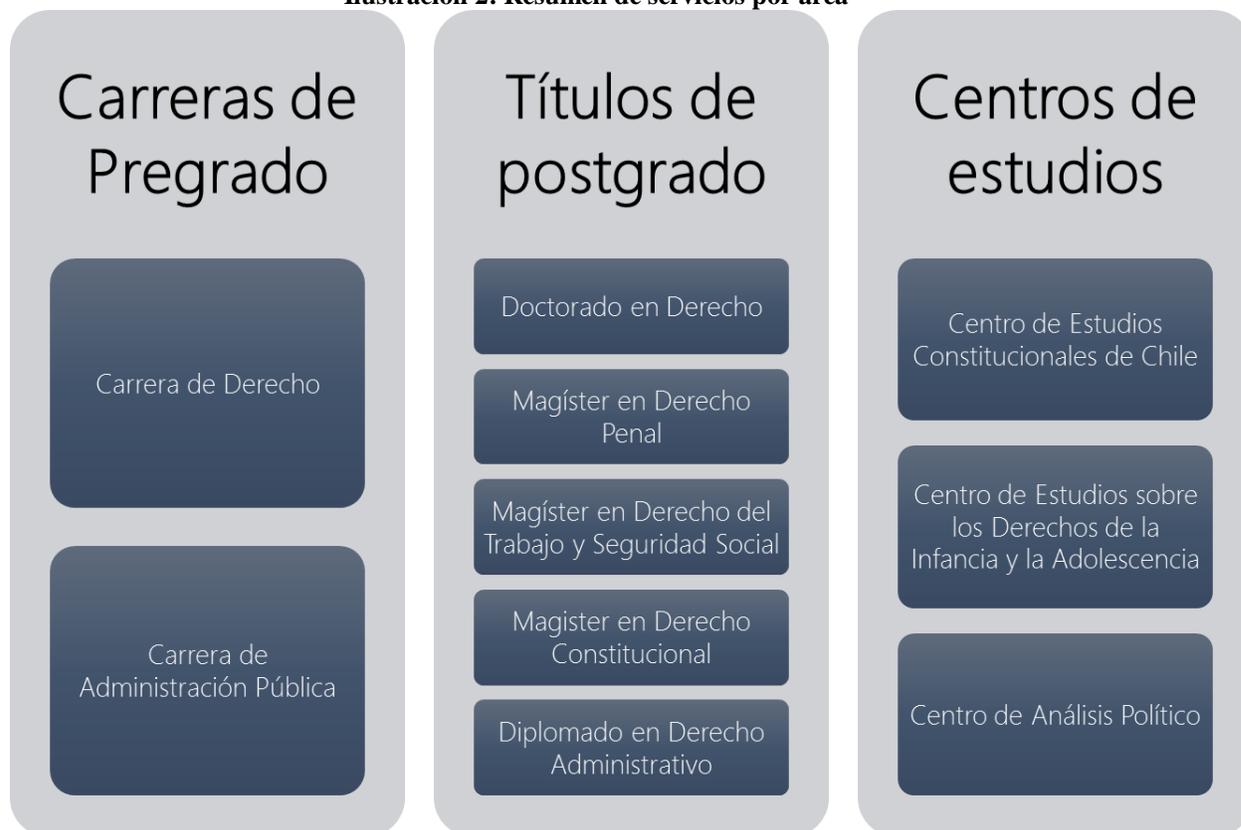
1.1.1 Portafolio de servicios

La Facultad de Ciencias Jurídicas y Sociales ofrece tres tipos de servicios a nivel nacional:

- **Carreras de pregrado:** corresponde a la posibilidad de optar al título de pregrado de Abogado o Administrador Público de la Universidad de Talca.
- **Títulos de postgrado:** corresponde a la opción de obtener acreditar habilidades de postgrado como doctorado, magister y diplomados de la Universidad de Talca.
- **Centros de estudio:** corresponde a la generación de conocimiento a través de centros dedicados a la investigación en el área jurídica, social y política.

En la Ilustración 2, se presenta un resumen de los servicios ofrecidos por la Facultad de Ciencias Jurídicas y Sociales.

Ilustración 2: Resumen de servicios por área



Fuente: elaboración propia en base a (Facultad de Ciencias Jurídicas y Sociales, 2018)

1.1.2 Misión y Visión

En este inciso se presenta tanto la misión como la visión definida por las autoridades de la Universidad de Talca y la Facultad de Ciencias Jurídica y Sociales de esta.

Misión Facultad

“La Facultad de Ciencias Jurídicas y Sociales de la Universidad de Talca es una unidad académica comprometida con las políticas y valores a que adscribe esta universidad. Su misión es el cultivo de las ciencias jurídicas, sociales, políticas y administrativas, lo que desarrolla a través de la dictación de programas de formación académica y profesional de pregrado y postgrado en las disciplinas respectivas; la generación, aplicación y difusión del

conocimiento científico; la promoción del debate universitario multidisciplinario en materia de políticas públicas; y el desarrollo y promoción de una cultura jurídica y política humanista y democrática” (Facultad de Ciencias Jurídicas y Sociales, 2018).

Visión Facultad

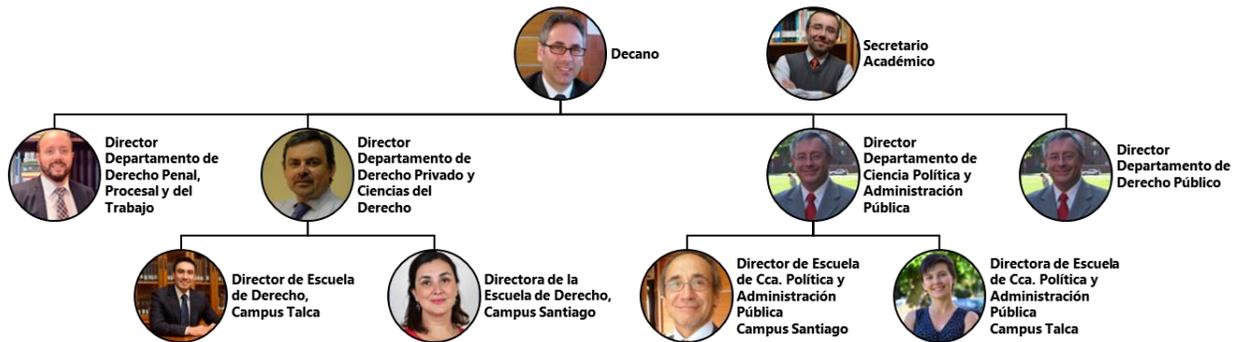
“Ser reconocida como una Facultad de excelencia, compleja e innovadora, referente en el sistema educacional superior chileno, en el campo de las ciencias jurídicas y sociales” (Facultad de Ciencias Jurídicas y Sociales, 2018).

1.1.3 Estructura organizacional

La Facultad de Ciencias Jurídicas y Sociales está conformada mayoritariamente por profesionales con estudios de postgrado relacionados con el área judicial, administrativa y de ciencias políticas.

La Ilustración 3, corresponde al organigrama de la facultad, en donde se muestra que la encabeza el Decano, el Sr. Raúl Carnevali Rodríguez. Luego se descompone de los directores de los diferentes departamentos de la facultad en los cuales se realiza docencia e investigación relacionada con las áreas que le competen. De dos de estos departamentos (Depto. de Derecho Privado y Ciencias del Derecho y Depto. de Ciencia Política y Administración Pública) se desprenden las escuelas de derecho y administración pública de los diferentes campus, Talca y Santiago, en el cual se desempeñan docentes con diferentes grados y especialidades vinculadas al derecho constitucional, fundamental, del trabajo, entre otros y, ciencias de la administración y ciencias políticas. Estos docentes también se distribuyen a través de los diferentes centros de estudios de acuerdo con sus competencias, caracterizando a la Facultad de Ciencias Jurídicas y Sociales por aportar información relevante de carácter académico reconocido a nivel nacional. Por último, el secretario académico se encarga de velar por el cumplimiento del reglamento de la universidad y colaborar con en la planeación, coordinación y evaluación de actividades en cada una de las unidades académicas de la universidad.

Ilustración 3: Organigrama Facultad de Ciencias Jurídicas y Sociales



Fuente: elaboración propia en base a (Facultad de Ciencias Jurídicas y Sociales, 2018)

La imagen anterior sólo hace referencia a los principales cargos dentro de la facultad, pues faltaría agregar al resto del cuerpo docente de las diferentes escuelas.

1.2 El problema

La problemática se enmarca en el contexto político chileno, luego de que en 2015 el gobierno de turno de centro izquierda encabezado por Michelle Bachelet impulsara una reforma electoral, que debutó en las elecciones de 2017, dando fin al sistema binominal y reemplazándolo por uno más proporcional cuyo propósito es asegurar la representatividad del electorado. La justificación para realizar este cambio en el sistema electoral fue lo injusto que era el anterior en cuanto a repartición de escaños en el parlamento, asignándose ahora más senadores y diputados a regiones, incentivando la participación femenina y disminuyendo las barreras de entradas de los independientes, para de esta forma aumentar la representación en el congreso (Gobierno de Chile, 2015).

El sistema binominal fue introducido en la reforma constitucional de 1980 para perpetuar en el poder al oficialismo, perjudicando la representación política y la competitividad entre partidos. Esto se debe a que exigía a las listas el 33,3% de los votos para ser electas, obligando a los partidos a formar coaliciones y dejando fuera del congreso a los sub-pactos políticos con baja votación, como el PC (Huneus, 2015). Incluso, hay evidencia de que luego del plebiscito de 1988 en donde se disputó la continuidad del gobierno militar,

los distritos se modificaron con el objetivo de diluir o segregar el voto de aquellos sectores que se inclinaron por el NO a través de la fusión y división de circunscripciones electorales (Rojas & Navia, 2005).

Expuesto lo anterior, es plausible preguntarse si es que la reforma electoral acabó con la injusticia electoral instaurada por el binominal o simplemente funciona como la continuación o adaptación de un sistema que perjudica a las minorías políticas y se presta para la manipulación de la concentración del voto para favorecer a ciertos partidos políticos.

En este sentido, es pertinente hacer referencia al estudio realizado en 2016 por Ricardo Gamboa, profesor de la Universidad de Chile, en colaboración con Mauricio Morales, Doctor en Ciencia Políticas de la Universidad de Talca en el contexto de un fondo CONICYT titulado “La Reforma Electoral de Chile en 2015: Cambiando las Reglas del Juego”. En este artículo, dentro de otros aspectos, se analiza el sistema electoral vigente desde la perspectiva crítica de si acaba con las desigualdades en el sufragio, dejando en evidencia que aún existen sub y sobre-representaciones en la delegación distrital, es decir, el porcentaje de escaños asignados a cada circunscripción electoral difiere respecto a la porción de habitantes que conforman los diferentes distritos. ¿Cuál es la justificación? Para que el proyecto de ley fuese aprobado, se debió proporcionar incentivos a los senadores y diputados de las diferentes bancadas (Gamboa & Morales, 2016). En definitiva, la actual distribución distrital tiene fuertes influencias políticas que generan distorsiones en el modelo y en la representatividad del electorado.

1.3 Objetivos

Entregados los antecedentes de la problemática en cuestión, se entregan tanto el objetivo general como los objetivos específicos del proyecto.

1.3.1 Objetivo general

Identificar cuán justos son los distritos actuales desde una perspectiva multidimensional, es decir, en términos de representatividad socioeconómica, de partido, de pacto electoral y de sub y sobre-representación y, en base a esto, realizar una serie de propuestas que fomenten

la participación en forma focalizada o sugerir modificaciones a la estructura actual para generar una distribución más justa de las circunscripciones electorales.

1.3.2 Objetivos específicos

Los objetivos específicos que se deben cumplir para llevar a cabo el objetivo general son los siguientes:

- Establecer en qué medida la nueva distribución electoral favoreció o perjudicó a ciertos sectores de la población en términos de representatividad y cuánto ha mejorado con respecto al emplazamiento de los distritos antes de la reforma.
- Identificar si es posible generar un indicador de justicia electoral multidimensional en función de factores como pobreza, nivel de escolaridad, y tamaño de la población para la asignación de circunscripciones electorales.
- Determinar cuál hubiese sido la distribución óptima tanto de distritos como de parlamentarios para asegurar la mejor representatividad posible dada las restricciones territoriales y legales del país.

1.4 Resultados tangibles esperados

Los resultados tangibles esperados una vez concluido el proyecto se presentan a continuación:

- Informe con énfasis científico y técnico que contenga un análisis crítico de la situación actual y en dónde además se contraponga con la anterior.
- Herramienta para la distribución justa de distritos electorales en base a variable(s) social(es) y/o demográfica(s) de la población.
- Informe con esquema del emplazamiento ideal de las circunscripciones y parlamentarios dadas las restricciones político-administrativas del país.

CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO Y METODOLOGÍA

En este capítulo se desarrolla la teoría en la que se enmarca el proyecto de tesis, abarcando conceptos clave dentro del sistema democrático y electoral, y la aplicación de diferentes herramientas que de acuerdo con la literatura se emplearán dentro de la metodología de resolución de la problemática expuesta en el capítulo anterior

2 Marco teórico y metodología

En el siguiente apartado, se presenta el marco teórico y la metodología a seguir para la solución de la problemática planteada en el Capítulo 1.

2.1 Marco teórico

Las democracias corresponden a formas de organización social que buscan distribuir el poder de forma equitativa entre toda la población para delimitar el poder ejercido por los diferentes grupos de interés. Los sistemas democráticos regulan la relación entre el Estado y el individuo basada en las reglas establecidas en conjunto y de forma voluntaria, a través de institucionalismo acordados con anterioridad. En este sentido, la legitimidad de la democracia depende de tres aspectos fundamentales. Su origen, el cual se expresa a través de elecciones justas en donde el poder recae sobre los habitantes que sólo delegan el poder y son los encargados de supervisar a los representantes. Su ejercicio, que se efectúa con ayuda de instituciones básicas en Estados de Derecho para la formulación sistematizada de políticas públicas. Y su finalidad, es que velar por la defensa de los derechos fundamentales establecidos en la constitución (PNUD, 2010).

Es posible ejemplificar la práctica de las dos primeras sentencias a través de uno de los mecanismos más elementales de una democracia: el sistema electoral. El término hace referencia al conjunto de reglas mediante las cuales los votos emitidos legalmente se traducen en la asignación de escaños a los candidatos seleccionados soberanamente para representar a distintos sectores de la población ante el Estado. Y el hecho de que este sistema sea el medio por el cual se escogen los representantes que se encontrarán representando a los ciudadanos por un período considerable de tiempo, hace que la elección o configuración de estos sistemas no sea una cuestión trivial. De hecho, hay al menos tres factores claves a considerar al momento de elaborar un sistema electoral: la fórmula de electoral a emplear, la disposición de los pactos, sub-pactos o candidaturas en la papeleta de votación y la relación representante-población de cada distrito (Proyecto ACE, 2018). Esta es la razón de que existan diferentes métodos matemáticos para asegurar (dentro de lo posible) la representatividad de toda la población, en particular de las minorías políticas. Los hay

proporcionales como lo es el Método D'Hondt empleado en Chile actualmente (Congreso Nacional de Chile, 2015), por mayoría simple que es el que se utiliza en las elecciones municipales, por ejemplo, mixtos o alguna otra metodología electoral. Ahora, no basta con elegir el método, sino que hay definir otras variables como la cantidad de representantes que debieran tener ambas cámaras, o la cantidad de distritos que debiese haber, entre otras. Y dado que son múltiples los factores que influyen en la conformación de un sistema electoral, es fácil que los actores políticos cometan errores en la formulación de la estructura electoral de un país, que desencadenan normalmente en problemas de representatividad.

El término académico para esto es *malapportionment*, que se define como la discrepancia entre el porcentaje de escaños asignados a cada distrito y el porcentaje de la población nacional que habita dicho distrito. A pesar de ser un fenómeno bastante común en los sistemas electorales de todo el mundo, y con un impacto considerable en la legitimidad de un sistema democrático, es uno de los conceptos menos estudiados de la literatura vinculada a las metodologías electorales. Existen dos opciones por las que se originaría esta anomalía electoral: las autoridades políticas no poseen los conocimientos básicos para identificar las variables involucradas en el proceso de elaboración de un sistema electoral y las posibles consecuencias de estas, o las autoridades políticas poseen el conocimiento y lo utilizan para diseñar un sistema que las favorezca. En cualquiera de los casos el resultado es el mismo, la representatividad se ve deteriorada junto con la legalidad de la democracia. En ese sentido el escenario más crítico es el segundo, cuya práctica se conoce como *gerrymandering*, que corresponde a un concepto empleado en ciencia política para referirse a la manipulación de la estructura distrital fraccionando o uniendo territorios para obtener beneficios o ventajas electorales por parte de grupos de interés, como partidos políticos o coaliciones, para maximizar el número de escaños que pueden obtener en el parlamento (Mackenzie, 2009). Entonces, este vendría siendo un caso particular de *malapportionment* en donde existen dobles intenciones detrás de la reconfiguración de los distritos y la repartición de representantes. El problema de esta práctica y de todos los *malapportionment*, es que el valor del voto de una persona es comparativamente menor al de otra que pertenezca a un distrito sobre-representado. Por otro lado, afectan las dinámicas políticas, alterando a la relación entre los poderes del estado o los incentivos que tienen los partidos políticos para participar y competir en un sistema como este. Y no sólo altera el comportamiento de los

políticos, también influye en la decisión o participación electoral que puedan tener los electores evitando perder el voto o de llano dejando de acudir a las urnas a votar (Cosano Simón, 2009).

Ahora, ¿cómo abordar esta problemática? Primero que todo se debe evaluar la magnitud del problema, aplicando herramientas de análisis estadístico que utilicen información demográfica para realizar un diagnóstico de la gravedad de la situación (Maskalevich & Akred, 2014) y si es pertinente o no hacer modificaciones al modelo o a sólo algunos de los factores involucrados en el diseño del sistema electoral, como número de escaños a repartir o la distribución de estos a través de los distritos. Y para proponer una mejora existen dos vías: la primera es utilizar un método numérico para determinar la el número adecuado de representantes que el parlamento debiese tener (Auriol & Gary-Bobo, VOX CEPR Policy Portal, 2007) y luego asignar la cantidad de escaños que corresponda a cada distrito basado en la población de cada circunscripción; esto en caso de que el problema no recaiga sobre otros factores como el tamaño de los distritos o el tipo de población que los componen. En ese caso, la segunda vía sería elaborar un modelo de optimización matemática para el rediseño territorial de la estructura electoral (Hojati, 1996), de tal forma de asegurar la representatividad de toda la ciudadanía independiente de su corriente ideológica, del estrato socioeconómico al que pertenezca, el nivel de escolaridad de que posea, o si vive en la periferia o en la urbe, entre otros, y considerando todas las restricciones que pueda haber, ya sean del tipo legal, territorial o presupuestaria.

2.2 Metodología

La metodología por seguir se enlista a continuación, donde la salida de cada una de las actividades se transforma en la entrada de la siguiente, resultando una secuencia lógica de actividades que derivan en el fin último que es el desarrollo de una herramienta para la distribución de distritos.

2.2.1 Analizar las desviaciones referidas a la representatividad

En esta parte de la metodología lo que se busca es contraponer ambos escenarios (binominal y post reforma electoral) para determinar las variaciones que se realizaron y evaluar el

impacto de dichas políticas en cuanto a la representatividad del electorado y la elección o reelección de candidatos. De esta forma, es posible determinar si el escenario actual mejoró efectivamente con respecto al anterior y, si aún existen problemas que impliquen una modificación del modelo electoral.

2.2.2 Identificar los factores que influyen en la participación electoral y determinar si hace sentido definir un indicador de justicia electoral

En esta parte lo que se hace es contraponer la información demográfica con la que se cuenta para vincular ciertas características de la población para buscar conexiones entre la participación electoral o el peso del voto en relación con factores como ruralidad, nivel de escolaridad, pobreza multidimensional, densidad poblacional, rango etario, sexo, etc., para definir eventualmente un indicador de justicia electoral que sirva como referencia para la conformación de distritos electorales y asignación de escaños de tal forma de asegurar la correcta representatividad de todo el país.

2.2.3 Desarrollar herramienta de optimización para el diseño territorial de los distritos

En este paso se genera un modelo matemático que permita asegurar la justa repartición de los distritos electorales basado, si es aplica, en el indicador de justicia electoral para que dentro de lo posible ningún grupo socioeconómico, étnico, político quede sin ser representado en el parlamento considerando todas las restricciones político-administrativas de país y de esta forma legitimar el sistema democrático chileno.

2.3 Carta Gantt

A continuación, se presenta la carta Gantt del proyecto de mejoramiento con las principales actividades y fechas estimadas para su desarrollo:

MES	ABRIL			MAYO				JUNIO				JULIO		
ACTIVIDAD/SEMANA	13-abr	20-abr	27-abr	04-may	11-may	18-may	25-may	01-jun	08-jun	15-jun	22-jun	29-jun	06-jul	13-jul
Definir problemática	■													
Realizar marco teórico y definir metodología	■	■												
Diagnosticar la situación actual		■	■	■	■	■								
Elaborar modelo matemático para distritaje						■	■	■	■	■	■	■		
Evaluar el impacto de la propuesta													■	■

CAPÍTULO 3: DIAGNÓSTICO DE LA SITUACIÓN ACTUAL

En este capítulo se presenta el diagnóstico de la situación actual del sistema electoral, en donde se estudian y analizan los diversos factores que conviene tener en consideración a la hora de estructurar las elecciones.

3 Diagnóstico de la situación actual

Para estudiar la situación actual se aborda la problemática desde una perspectiva estadística con el fin de identificar si es que existen sesgos de cualquier índole que invisibilicen los votos de ciertos sectores de la sociedad a través de la sub o sobre representación.

3.1 La reforma electoral de 2015 y el verdadero impacto en la representatividad

La reforma electoral, tal como se mencionó en el capítulo 1 de este trabajo, tiene por finalidad acabar con la mala distribución de la representación política y hacerla más justa o proporcional a la población de tal forma que no se invisibilice el voto de ciertas comunas de Chile.

La primera modificación que se realizó fue la de redibujar las circunscripciones, lo que aumentaría la cantidad de representantes por distrito. Por otro lado, se aumentó el número de parlamentarios tanto de la cámara baja como de la cámara alta que, sumado a la distribución más equitativa de los escaños, se planteó como solución para mejorar la representatividad en el congreso y disminuir la desviación que existía entre el porcentaje de escaños asignados a un territorio electoral con respecto al porcentaje del padrón nacional que ocupa ese territorio.

Otra de las modificaciones al sistema electoral que se realizaron, fue la cantidad de candidatos se podían presentar por lista o pacto político. Se cambió la lista binominal por la fórmula $N+1$, es decir, cada pacto puede presentar un número de candidatos equivalente al número de escaños a repartir en el distrito más uno, lo que favorece la competencia pues ofrece más alternativas políticas que, sumado a la ley de cuota incorporada en la reforma, coloca en carrera a la mujer y fomenta a su participación, obligando a los pactos a presentar listas en donde el porcentaje tanto de hombres como de mujeres no puede superar el 60%.

Por último, pero sin menos incidencia en el nuevo panorama electoral, las barreras de entradas y de asociación para los candidatos independientes disminuyen, lo que aumenta la

participación por parte de los candidatos que sin ser militantes pueden aliarse a un partido que tenga una propuesta similar a las suyas para potenciar la lista.

Ahora, ¿qué tanto cambió el panorama electoral en términos de representación respecto al binominal luego de las modificaciones de la reforma?

Antes había 60 distritos en vez de 28 a los cuales se le asignaban dos escaños, independiente del tamaño del padrón, lo que en algunas circunscripciones generaba subrepresentación y otras sobre representación. El panorama con el binominal es posible de apreciarlo en la Tabla 1, donde los valores marcados en rojo corresponden a los distritos donde existía subrepresentación y, el resto, a los distritos donde existía sobrerrepresentación resaltando en verde los que presentan índices de mal aporcionamiento positivo superiores al 50%. En este escenario encontramos valores de sobre representatividad de hasta un 165% como es el caso de lo que era el distrito 6 en la Región de Atacama, es decir, este distrito tenía asignado 165% más de escaños que el que debería tener. Ahora, el problema más crítico en realidad se genera en el caso de la sub-representatividad, que significa dejar a una porción del distrito sin representación política en el congreso, en donde se tienen valores incluso cercanos al 60% como es el caso de los distritos 20 y 29 por la Región Metropolitana, es decir, ambos territorios políticos tenían casi un 60% menos de números de escaños asignados de los que debieron tener si el reparto hubiese sido proporcional al padrón.

Por otro lado, si analizamos los datos de forma global y, utilizamos sólo como medida referencial de la magnitud del *malapportionment* a nivel nacional la media aritmética de las desviaciones porcentuales, podemos dar cuenta de que los escaños asignados a cada distrito en comparación al padrón electoral promediaban 37,03%, es decir que alrededor de un tercio de los puestos de la cámara baja asignados a cada territorio electoral estaban mal repartidos, a favor o en desmedro de la representatividad.

Los resultados obtenidos hacen sentido considerando lo planteado por Rojas y Navia en su artículo, en donde se plantea que detrás de esa sub o sobre representación se escondía el objetivo de diluir el voto de izquierda asignándole menos escaños a los conjuntos de comunas en donde la oposición era más fuerte, u otorgándole más puestos en el parlamento

a los conjuntos de comunas en donde el oficialismo tenía una mayor influencia, como lo es la zona sur, por ejemplo.

Tabla 1: Malapportionment Sistema Binominal

Región	Distrito	Nº Diputados	Padrón 2017	Padrón/Diputado	%Diputados	%Padrón	%Dev.	Ponderado
Arica Parinacota	1	2	185.062	92.531	1,87%	1,29%	28,88%	0,37%
Tarapacá	2	2	243.343	121.672	1,87%	1,70%	-2,00%	0,03%
Antofagasta	3	2	161.479	80.740	1,87%	1,13%	47,68%	0,54%
Antofagasta	4	2	287.283	143.642	1,87%	2,01%	-16,99%	0,34%
Atacama	5	2	143.663	71.827	1,87%	1,00%	68,00%	0,66%
Atacama	6	2	89.817	44.909	1,87%	0,83%	165,51%	1,04%
Coquimbo	7	2	202.977	101.489	1,87%	1,42%	17,49%	0,25%
Coquimbo	8	2	249.337	124.669	1,87%	1,74%	-4,36%	0,08%
Coquimbo	9	2	125.007	62.504	1,87%	0,87%	90,76%	0,79%
Valparaíso	10	2	271.625	135.813	1,87%	1,90%	-12,21%	0,23%
Valparaíso	11	2	210.252	105.126	1,87%	1,47%	13,42%	0,20%
Valparaíso	12	2	274.614	137.307	1,87%	1,92%	-13,16%	0,25%
Valparaíso	13	2	291.456	145.728	1,87%	2,04%	-18,18%	0,37%
Valparaíso	14	2	295.845	147.923	1,87%	2,07%	-19,39%	0,40%
Valparaíso	15	2	194.740	97.370	1,87%	1,36%	22,46%	0,31%
Metropolitana	16	2	434.874	217.437	1,87%	3,04%	-45,16%	1,37%
Metropolitana	17	2	304.094	152.047	1,87%	2,13%	-21,58%	0,46%
Metropolitana	18	2	308.570	154.285	1,87%	2,16%	-22,72%	0,49%
Metropolitana	19	2	220.114	110.057	1,87%	1,54%	8,34%	0,13%
Metropolitana	20	2	570.014	285.007	1,87%	3,98%	-58,16%	2,32%
Metropolitana	21	2	349.486	174.743	1,87%	2,44%	-31,77%	0,78%
Metropolitana	22	2	312.750	156.375	1,87%	2,19%	-23,75%	0,52%
Metropolitana	23	2	410.366	205.178	1,87%	2,87%	-41,89%	1,20%
Metropolitana	24	2	275.618	137.809	1,87%	1,93%	-13,48%	0,26%
Metropolitana	25	2	288.327	144.164	1,87%	2,02%	-17,29%	0,35%
Metropolitana	26	2	301.998	150.999	1,87%	2,11%	-21,04%	0,44%
Metropolitana	27	2	305.984	152.992	1,87%	2,14%	-22,06%	0,47%
Metropolitana	28	2	288.827	144.414	1,87%	2,02%	-17,44%	0,35%
Metropolitana	29	2	555.940	277.970	1,87%	3,89%	-57,11%	2,22%
Metropolitana	30	2	358.755	179.378	1,87%	2,51%	-33,53%	0,84%
Metropolitana	31	2	355.643	177.822	1,87%	2,49%	-32,95%	0,82%
O'Higgins	32	2	189.939	94.970	1,87%	1,33%	25,55%	0,34%
O'Higgins	33	2	233.344	116.672	1,87%	1,63%	2,20%	0,04%
O'Higgins	34	2	176.974	88.487	1,87%	1,24%	34,75%	0,43%
O'Higgins	35	2	138.158	69.079	1,87%	0,97%	72,81%	0,70%
Maule	36	2	233.453	116.727	1,87%	1,63%	2,15%	0,04%
Maule	37	2	174.921	87.461	1,87%	1,22%	36,33%	0,44%
Maule	38	2	146.485	73.243	1,87%	1,02%	62,79%	0,64%
Maule	39	2	161.905	80.953	1,87%	1,13%	47,29%	0,54%
Maule	40	2	132.523	66.262	1,87%	0,93%	79,95%	0,74%
Biobío	41	2	250.227	125.114	1,87%	1,75%	-4,70%	0,08%
Biobío	42	2	205.650	102.825	1,87%	1,44%	15,96%	0,23%
Biobío	43	2	209.378	104.689	1,87%	1,46%	13,89%	0,20%
Biobío	44	2	344.398	172.199	1,87%	2,41%	-30,76%	0,74%
Biobío	45	2	218.662	109.331	1,87%	1,53%	9,06%	0,14%
Biobío	46	2	190.666	95.283	1,87%	1,33%	25,14%	0,33%
Biobío	47	2	289.618	144.809	1,87%	2,02%	-17,66%	0,36%
Araucanía	48	2	132.278	66.139	1,87%	0,92%	80,28%	0,74%
Araucanía	49	2	146.138	73.069	1,87%	1,02%	63,18%	0,65%
Araucanía	50	2	283.874	141.937	1,87%	1,98%	-15,99%	0,32%
Araucanía	51	2	134.728	67.364	1,87%	0,94%	77,00%	0,73%
Araucanía	52	2	151.014	75.507	1,87%	1,06%	57,91%	0,61%
Los Ríos	53	2	178.202	89.101	1,87%	1,25%	33,82%	0,42%
Los Ríos	54	2	158.755	79.378	1,87%	1,11%	50,21%	0,56%
Los Lagos	55	2	157.500	78.750	1,87%	1,10%	51,41%	0,57%
Los Lagos	56	2	149.125	74.563	1,87%	1,04%	59,91%	0,62%
Los Lagos	57	2	225.465	112.733	1,87%	1,58%	5,77%	0,09%
Los Lagos	58	2	173.809	86.905	1,87%	1,21%	37,20%	0,45%
Aysén	59	2	95.078	47.539	1,87%	0,66%	150,81%	1,00%
Magallanes	60	2	158.144	79.072	1,87%	1,11%	50,79%	0,56%
Total		120	14.308.151	119.235			37,03%	13,96

Fuente: elaboración propia en base a (www.bcn.cl) y (www.servel.cl)

Ahora bien, resta comparar cómo mejoró la situación desde el punto de la representación luego de ser aplicada la reforma y debutar este 2017 en las elecciones presidenciales y parlamentarias. ¿Cumplió realmente el objetivo que buscaba?

Para esto, se realiza el mismo ejercicio: se calcula la desviación de la porción del padrón electoral respecto al número de escaños asignados a cada distrito y se obtiene la desviación global. A continuación, los resultados.

Tabla 2: Malapportionment Sistema Proporcional

Región	Distrito	N° Diputados	Padrón 2017	Padrón/Diputado	%Diputados	%Padrón	%Des v.	Ponderado
Arica Parinacota	1	3	185.062	61.687	1,94%	1,29%	49,64%	0,64%
Tarapacá	2	3	243.343	81.114	1,94%	1,70%	13,80%	0,23%
Antofagasta	3	5	448.762	89.752	3,23%	3,14%	2,85%	0,09%
Atacama	4	5	233.470	46.694	3,23%	1,63%	97,69%	1,59%
Coquimbo	5	7	577.321	82.474	4,52%	4,03%	11,93%	0,48%
Valparaíso	6	8	756.491	94.561	5,16%	5,29%	-2,38%	0,13%
Valparaíso	7	8	782.041	97.755	5,16%	5,47%	-5,57%	0,30%
Metropolitana	8	8	1.004.888	125.611	5,16%	7,02%	-26,51%	1,86%
Metropolitana	9	7	832.778	118.968	4,52%	5,82%	-22,41%	1,30%
Metropolitana	10	8	950.563	118.820	5,16%	6,64%	-22,31%	1,48%
Metropolitana	11	6	685.974	114.329	3,87%	4,79%	-19,26%	0,92%
Metropolitana	12	7	857.938	122.563	4,52%	6,00%	-24,68%	1,48%
Metropolitana	13	5	594.811	118.962	3,23%	4,16%	-22,40%	0,93%
Metropolitana	14	6	714.398	119.066	3,87%	4,99%	-22,47%	1,12%
O'Higgins	15	5	423.283	84.657	3,23%	2,96%	9,04%	0,27%
O'Higgins	16	4	315.132	78.783	2,58%	2,20%	17,17%	0,38%
Maule	17	7	554.859	79.266	4,52%	3,88%	16,46%	0,64%
Maule	18	4	294.428	73.607	2,58%	2,06%	25,41%	0,52%
Biobío	19	5	455.877	91.175	3,23%	3,19%	1,25%	0,04%
Biobío	20	8	772.438	96.555	5,16%	5,40%	-4,40%	0,24%
Biobío	21	5	480.184	96.037	3,23%	3,36%	-3,88%	0,13%
Araucanía	22	4	278.416	69.604	2,58%	1,95%	32,62%	0,63%
Araucanía	23	7	569.616	81.374	4,52%	3,98%	13,44%	0,54%
Los Ríos	24	5	336.957	67.391	3,23%	2,36%	36,98%	0,87%
Los Lagos	25	4	306.625	76.656	2,58%	2,14%	20,42%	0,44%
Los Lagos	26	5	399.274	79.855	3,23%	2,79%	15,60%	0,44%
Aysén	27	3	95.078	31.693	1,94%	0,66%	191,27%	1,27%
Magallanes	28	3	158.144	52.715	1,94%	1,11%	75,11%	0,83%
Total		155	14.308.151	87.562			28,82%	9,90

Fuente: elaboración propia en base a (www.bcn.cl) y (www.servel.cl)

En la Tabla 2 se percibe como los valores absolutos de las desviaciones disminuyeron en general con respecto al sistema binominal, junto con el valor promedio, salvo el caso particular de Aysén que presenta una sobre representatividad del 191,27% que se debe a la reforma considera que para asegurar que la mayor parte de la población de un distrito tenga voz en el congreso, debe contar con a lo menos tres escaños para diputados. Volviendo al valor global, la representatividad mejoró en alrededor de un 30%, pues paso de 37,03% a

28,82%. No obstante, a pesar de ser un dato alentador, no lo es la cifra, pues cerca de un cuarto de los escaños de cada distrito están asignados de forma desproporcional.

Más aún, teniendo en consideración que los distritos electorales tiene diferentes tamaños de población, es razonable pensar en que las desviaciones en la representación impactan de forma distinta en uno y otro. Por ejemplo, que una circunscripción con un *malapportionment* del 50% significa que la mitad de sus escaños se encuentran mal asignados (de más o de menos), pero en un distrito con 4 diputados no es lo mismo que en uno de 8 diputados. En el primer caso sólo 2 escaños son los que sobran/faltan, pero en el segundo, son 4. Visto de otra manera, se está dejando a más población sin representación en el congreso, ya que por cada diputado existen alrededor de 112.000 personas esperando a ser representadas que para el primer caso serían aproximadamente 224.000 y en el segundo 448.000. Y no es que el número de personas sea menor, de hecho, en un sistema democrático ninguno de los dos casos debiese darse, es sólo para justificar el considerar el tamaño de la población de cada distrito para el cálculo del *malapportionment* individual y global.

El resultado del análisis anterior se acerca bastante a la metodología de cálculo propuesta por Samuel y Snyder, en donde el mal aporcionamiento se expresa como la sumatoria de las diferencias absolutas entre el porcentaje de población y el porcentaje de escaños asignados a un distrito, dividido en dos para evitar la doble contabilización de las disparidades (Snyder, 2001).

$$MAL = \frac{1}{2} * \sum_{i=1}^n |p_i - s_i|$$

Donde p_i corresponde al porcentaje de población que habita un distrito y s_i se refiere al número de escaños de dicho distrito.

Ahora, si analizamos como varió la sub y sobrerrepresentación empleando esa fórmula, podemos notar que efectivamente disminuyó el *malapportionment* global en poco más de cuatro puntos, lo cual es positivo; la clase política cumplió con lo prometido. Pero ¿será que existe alguna otra configuración distrital tal que minimice aún más el *malapportionment*?

3.2 Impacto de la reforma a nivel partidario

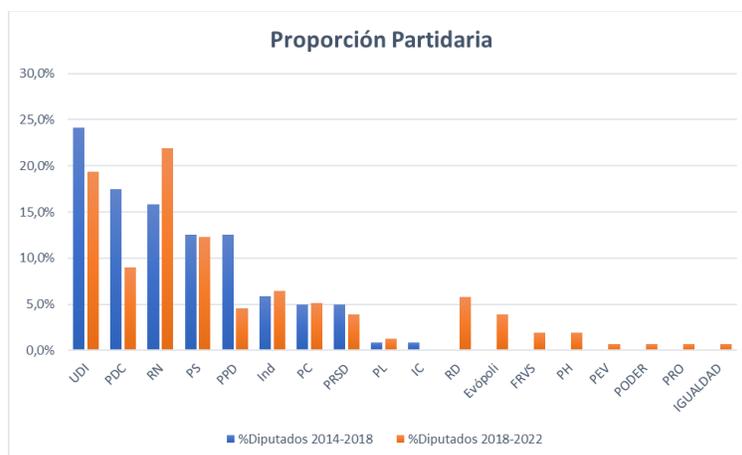
La reforma no solo afectó la representatividad en los distritos, también generó un cambio en el panorama político y en la composición de las cámaras del parlamento.

En el Gráfico 1 se ve cómo de un período a otro, partidos históricos como la UDI, el PDC o el PPD fueron perdiendo territorio dentro de la cámara baja, producto en parte también de la aparición de nuevos partidos políticos como Revolución Democrática o Evolución Política, donde se presume estos habrían captado al menos parte de los votos que perdieron los partidos históricos, lo que habría provocado la baja en el porcentaje de escaños asignados a estos.

También, en el otro lado de la vereda, se ve como algunos de los partidos denominados históricos ganan territorio. Un caso considerable de estos es el de Renovación Nacional, en donde el porcentaje de escaños en el parlamento aumenta de 16% a 22% aproximadamente, que en términos prácticos implica 15 diputados más para RN.

Cabe hacer referencia además al aumento de los escaños asignados a candidaturas independientes, 3 puestos, que es de suponer fue impulsado (al menos en parte) por la modificación de las barreras de entrada producto de la reforma electoral, lo cual es positivo desde el punto de vista de la ciudadanía, pues las opciones políticas se amplían habiendo cabida para sectores minoritarios de la población que estaban invisibilizados.

Gráfico 1: Composición por Partido de la Cámara Baja



Fuente: elaboración propia en base a (www.camara.cl)

Por último, resaltar nuevamente la incorporación de nuevas fuerzas políticas al congreso que dada la falta de dinamismo dentro de la esfera política genera un panorama cuya característica es la incertidumbre o la dificultad para predecir resultados electorales en función de escenarios anteriores tal cual se venía haciendo hace décadas.

3.3 Evaluación de la existencia de un sesgo demográfico en las elecciones

El objetivo de esta parte del diagnóstico es corroborar ahora si la hipótesis de que el nuevo distritaje perjudica al momento de las elecciones a ciertas comunas del país con características demográficas en particular que se esconden detrás de la desviación generada por la sub o sobre representación, se cumple. Para esto se escogen factores que se presume eventualmente podrían tener incidencia en la participación electoral, tanto negativa como positiva.

Los diez factores que se escogen son los siguientes:

- **Pobreza:** se hace la suposición de que los sectores más pobres de la población poseen bajos niveles de participación pues desconfían del sistema electoral dada la desconexión entre la política y su realidad.
- **Densidad poblacional:** se parte de la idea de que en los sectores con baja densidad poblacional se tiene la percepción de que el voto tiene bajo impacto en las elecciones distritales.
- **Ruralidad:** se asume que en los poblados más rurales existe menor participación electoral dado que a pesar del peso relativo que puede tener el voto de esa comuna respecto al total distrital, los fondos de las políticas públicas van destinados en su mayoría a las capitales provinciales.
- **Índice de masculinidad:** se hace la presunción de que mientras más hombres por cada cien mujeres haya en una comuna, menor será la participación en las elecciones dado los antecedentes históricos del voto femenino.
- **Ingreso promedio:** se realiza el supuesto de que los sectores más acomodados de la sociedad tienden a presentar una mayor participación en las elecciones dado el eventual impacto que podría tener en su calidad o expectativas de vida la aplicación del programa de políticas públicas de un candidato u otro.

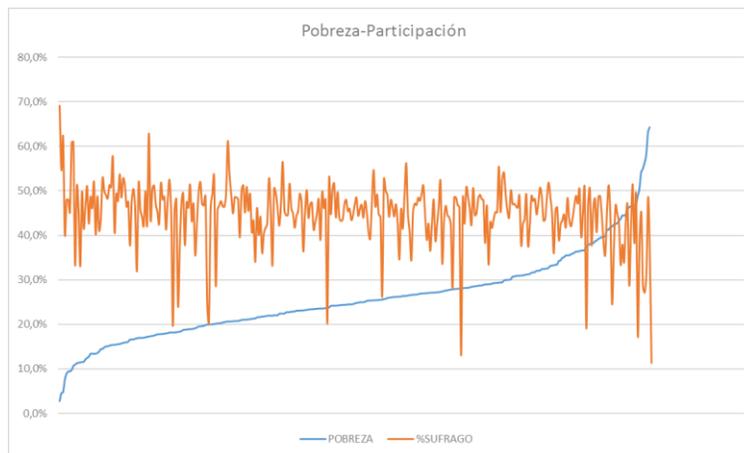
- **Edad promedio:** se asume que las comunas que en promedio son más jóvenes presentan niveles de abstención más altas dado el desencanto que existe con la política y la democracia por parte de las nuevas generaciones.
- **Escolaridad:** se piensa que una persona con mejor nivel educacional muestra mayor interés por informarse acerca de la contingencia política y de hacerse partícipe del proceso cualquier proceso democrático para hacer valer su opinión.
- **Organizaciones voluntarias:** se plantea la idea de que en las comunas en las que existe un mayor número de organizaciones voluntarias como centros de madres, juntas de vecinos, etc. la gente es más propensa a participar de las elecciones dado su carácter voluntario.
- **Rango etario:** se realiza la suposición de que las comunas con mayor porcentaje de población menor a treinta años presentan menores tasas de participación electoral dado que estas personas corresponden a la generación que no vivió en dictadura por lo que valoraría menos la democracia.
- **Conectividad a internet:** se asume que las zonas donde existe mejor conexión hay una alta participación en los procesos democráticos dado el fácil acceso a la información actual.

Una vez enunciados los factores a analizar y como inciden estos en la participación electoral a nivel nacional, se presentan los gráficos en donde se contraponen el porcentaje de participación de cada una de las comunas de Chile con el indicador asociado a cada una de estas características demográficas. Adicionalmente, se calcula el coeficiente de correlación que existe entre el porcentaje de sufragio el indicador utilizado en la comparación.

Sólo se presentarán los resultados de los factores más concluyentes. El resto del material podrá ser revisado en la sección de anexos.

En el gráfico se puede apreciar como a pesar de que la curva de sufragio posee mucho ruido, existe una tendencia disminuir a medida que el porcentaje de las comunas va aumentando, claro que la pobreza aumenta en mayor proporción que en la que disminuye la participación electoral, por lo que a simple vista ya se puede inferir que ambas variables tienen una relación inversa.

Gráfico 2: Índice de Pobreza Multidimensional vs Participación Electoral

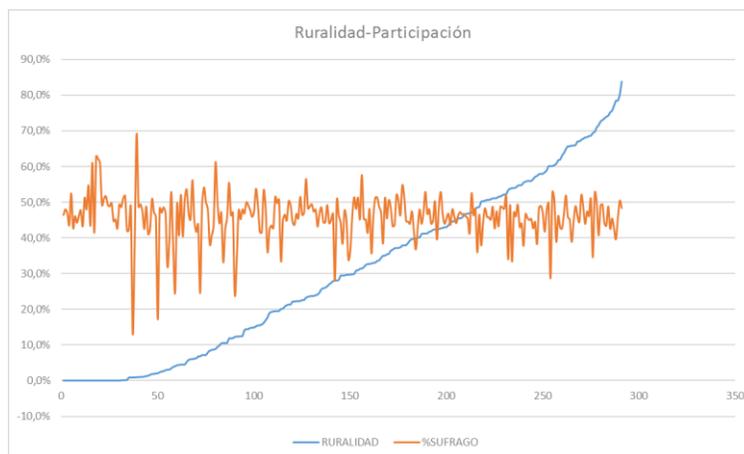


Fuente: elaboración propia en base a Encuesta CASEN 2017

El coeficiente de correlación para estas variables es de -0.3, por lo que se concluye que la relación existente entre ambos indicadores es inversa efectivamente, pero no lo suficientemente fuerte como para asumir que el impacto que tiene la pobreza en la participación electoral es preponderante, por lo que queda descartada la influencia del factor pobreza el porcentaje de sufragio.

Ahora, si analizamos la participación desde el punto de vista de la ruralidad es posible observar que, si disminuye a medida que los sectores se tornan más rurales, la tendencia es casi imperceptible.

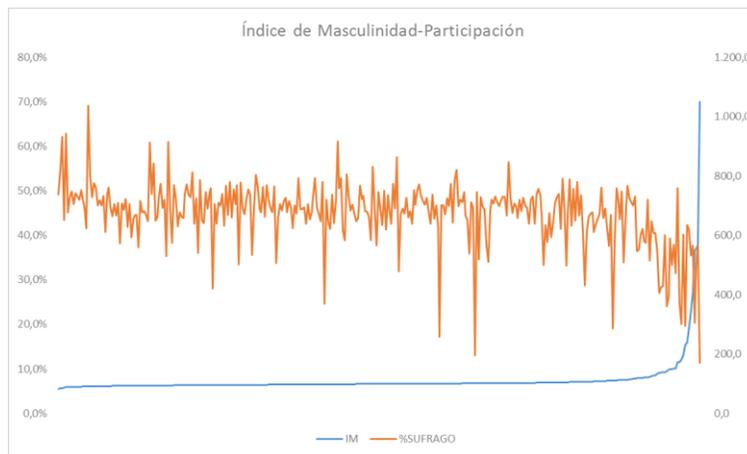
Gráfico 3: Índice de Ruralidad vs Participación Electoral



Fuente: elaboración propia en base a CENSO 2012

Curiosamente, el coeficiente de correlación en términos absolutos es mayor que el que existe entre participación y pobreza; es decir, la ruralidad tiene un efecto en la abstención electoral superior al que tiene la pobreza. Ahora, el problema radica en que el valor del coeficiente no es mucho más alentador que el anterior; con un -0.4 de correlación, se comprueba que la conexión entre estas variables es inversamente proporcional, pero sigue siendo una relación débil que no permite concluir un alto impacto en el sufragio por parte del índice de ruralidad.

Gráfico 4: Índice de Masculinidad vs Participación Electoral



Fuente: elaboración propia en base a CENSO 2017

El siguiente factor expuesto fue el que obtuvo el mayor coeficiente de correlación con respecto a la participación electoral de entre todas las variables analizadas: el índice de masculinidad. Un resultado inesperado teniendo en consideración que se estudiaron componentes socioeconómicas como pobreza y escolaridad que se tendería a pensar influyen en mayor proporción en el porcentaje de sufragio que la razón entre la cantidad de hombres por cada cien mujeres.

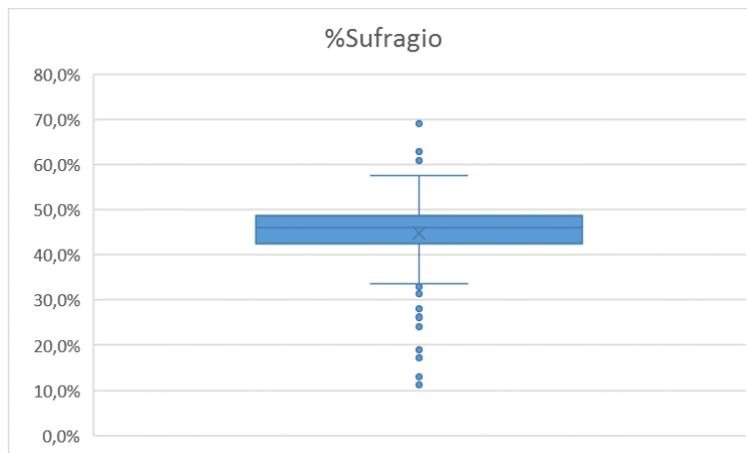
Ahora, a pesar de que es posible apreciar como el porcentaje de sufragio cae a medida que el índice de masculinidad aumenta, no es tan claro que exista una relación tan fuerte entre ambos factores. Es más, pareciera ser que gran parte de las comunas del país tienen un IM muy similar; en otras palabras, la cantidad de hombres por cada cien mujeres es muy cercano a 100 en casi todos lados salvo en algunas comunas que se encuentran en el extremo del gráfico. Dicho esto, el coeficiente de correlación entre ambas variables es -0.5 . Se comprueba nuevamente la teoría de que en las zonas que existe una mayor proporción de hombres

respecto a la cantidad de mujeres la participación electoral es menor, pero el valor del coeficiente indica que a pesar de que existe una relación inversa entre ambos conjuntos de datos, la relación entre ambos sigue siendo baja.

En general, en todos los casos se cumple la hipótesis planteada inicialmente, identificándose relaciones inversas o directas (algunas más débiles que otras), pero que no alcanzan a ser lo suficientemente fuertes como para inferir que existe un impacto evidente respecto al porcentaje de participación electoral.

En resumen, es posible concluir a partir de esto, que no existe la posibilidad de que el re distritaje haya creado sesgos socioeconómicos o demográficos que hagan de las elecciones un procesos menos democrático o representativo desde el punto de vista de las variables consideradas para el análisis. Una explicación para esto puede ser que la participación a lo largo de Chile fue muy similar o al menos la desviación con respecto a un valor central fue pequeña.

Gráfico 5: Box Plot de Participación Electoral Nacional



Fuente: elaboración propia en base a (www.serve.cl)

De hecho, es posible apreciar por medio de un *box plot* que los porcentajes de participación fluctúan básicamente entre 42% y 46% aproximadamente, con algunas excepciones en los extremos que corresponde a valores anómalos dentro de la población de comunas totales del país.

En cualquier caso, no es posible inferir que exista un sesgo marcado producto de la nueva estructura distrital que perjudique en términos de representación a sectores de la población con mayores índices de pobreza, ruralidad, masculinidad o algunos de los otros diez factores que participaron del análisis. A partir de esto, es posible plantearse hacer un redistritaje para mejorar la representación política sólo considerando el tamaño de las comunas en términos de población de tal forma que se puedan asignar la mayor cantidad de escaños a cada uno de los distritos para que ninguna corriente política quede sin voz en el parlamento.

3.4 Implicancia de la militancia en las elecciones

En este apartado, se tiene por finalidad identificar si la militancia sectorial influye en cierta medida o no en el resultado de las elecciones parlamentarias. Esto con el propósito de determinar en el caso de que efectivamente el voto en las elecciones de diputado sea un voto político, qué comunas tienen una u otra inclinación política, de tal forma de evitar diluir el voto de cualquier comuna entre otras con una tendencia política opuesta.

Para esto se realiza una comparación (a nivel regional primero para saber si hace sentido hacer después un análisis más detallado a nivel comunal) entre el porcentaje de militantes de cada partido que participó en las elecciones y el porcentaje de votos obtenidos finalmente. El cuadro comparativo tiene la siguiente forma.

Tabla 3: %Militantes vs %Votos Región I

Partido	Votos	%Votos	Militantes	%Militantes	Diferencia
AMPLITUD	1.575	1,9%	478	4,9%	-61,7%
COMUNISTA DE CHILE	14.332	17,0%	823	8,4%	102,7%
DEMOCRATA CRISTIANO	4.330	5,1%	968	9,9%	-47,9%
EVOLUCION POLITICA	693	0,8%	520	5,3%	-84,5%
HUMANISTA	2.418	2,9%	590	6,0%	-52,3%
IGUALDAD	3.391	4,0%	610	6,2%	-35,3%
LIBERAL DE CHILE	4.974	5,9%	532	5,4%	8,8%
PODER	869	1,0%	524	5,3%	-80,7%
POR LA DEMOCRACIA	1.814	2,2%	652	6,6%	-67,6%
RADICAL SOCIALDEMOCRATA	3.189	3,8%	740	7,5%	-49,8%
REGIONALISTA INDEPENDIENTE	904	1,1%	535	5,5%	-80,3%
RENOVACION NACIONAL	17.279	20,5%	1.212	12,4%	65,9%
SOCIALISTA DE CHILE	8.435	10,0%	942	9,6%	4,2%
UNION DEMOCRATA INDEPENDIENTE	20.084	23,8%	684	7,0%	241,7%
Total	84.287		9.810		

Fuente: elaboración propia en base a (www.serve.cl)

En la Tabla 3 se ve como en algunos casos los partidos obtuvieron un mayor porcentaje de votos con respecto al porcentaje de militantes de la región, como es el caso del PC que consiguió un porcentaje de votos que dobló al porcentaje de militantes. También se tienen casos opuestos en donde se consiguieron un a porción de votos inferior respecto a la cantidad de militantes de la región. Un caso de estos es el del PRSD, que obtuvo en términos relativos la mitad del apoyo que presuntamente debió haber recibido en caso de que la hipótesis se cumpliera. Ahora, si analizamos el coeficiente de correlación entre porcentaje de votos y porcentaje de militantes, esta región tiene un indicador de 0.62, el cual no es débil, pero no es lo suficientemente fuerte como asegurar que existe una relación directa entre ambas variables.

Este mismo procedimiento se realiza para el resto de las 15 regiones, arrojando en algunos casos incluso coeficientes de correlación negativo, por lo que no es posible concluir que haya una implicancia clara de la militancia en las elecciones parlamentarias, lo que descarta automáticamente la hipótesis de que la militancia tiene alguna incidencia en los resultados de las elecciones. A continuación, se expone el resumen de los resultados por región.

Tabla 4: Coeficiente de Correlación entre %Militantes y %Votos

Nº	REGIÓN	COEF. CORRELACIÓN
11	XI	0,92
14	XIV	0,70
1	I	0,62
3	III	0,48
12	XII	0,47
4	IV	0,45
6	VI	0,43
13	XIII	0,42
2	II	0,39
10	X	0,28
7	VII	0,23
9	IX	0,05
5	V	0,02
8	VIII	-0,06
15	XV	-0,26

Fuente: elaboración propia en base a (www.serve.cl)

En la Tabla 4 se ve como la relación más fuerte entre porcentaje de militancia y porcentaje de votos se alcanza en la onceava región, con un valor de coeficiente de correlación bastante

considerable, pero inmediatamente después cae abruptamente por debajo de 0.5, por lo que no es posible concluir lo planteado inicialmente.

3.5 Resumen del diagnóstico

Primero que todo, el valor global del *malapportionment* expone la efectividad en la reducción de las desigualdades de voto. Esta reforma fue beneficiosa para la ciudadanía, ya que la representatividad mejoró, pero no para los pactos políticos y los incumbentes, considerando que estas elecciones presentaron las tasas de reelección más bajas desde la vuelta a la democracia y el emplazamiento de fuerzas políticas en el congreso que desplazaron a los partidos históricos. Este último punto se puede ver de dos formas, de la anterior, y como al visibilización de sectores de la población que corresponden minorías políticas.

Con respecto al panorama partidario, claramente la reforma afectó a la composición del parlamento desde tres puntos de vista. Primero, partidos con mayoría histórica, como la UDI, perdieron peso dentro de la cámara de diputados producto de la captura de votos por parte de otros partidos de corriente similar. Segundo, los independientes pudieron hacerse de más escaños producto de la semi desregularización de las barreras de entrada para estos. Y tercero, la reforma permitió el ingreso de nuevos partidos que no se encontraban en las primeras mayorías, pero sí representan a un sector pequeño de la población y que ahora tienen voz en el congreso.

En lo que respecta a los factores que eventualmente influirían en la participación electoral de cada comuna, a pesar de que los supuestos se cumplen (en cierta medida), no son lo suficientemente concluyentes como para afirmar que existe una implicancia clara de alguna de estas variables sobre el porcentaje de sufragio de uno u otro distrito, aun así, no se descarta que exista o pueda existir un sesgo socioeconómico o demográfico producto del re distritaje, de hecho, si uno hace un ejercicio simple y analiza el peso relativo de los votos de las capitales regionales o provinciales con respecto a las demás comunas del distrito, en algunos casos como es el de Arica alcanza valores superiores al 95%. Esto se repite en el resto de los territorios electorales, pero en menor medida. En definitiva, se debe hacer un análisis estadístico un poco más exhaustivo antes de rechazar la hipótesis de relación entre estas variables y la participación electoral.

Por último, la hipótesis de que la militancia de un sector tiene una injerencia lo suficientemente considerable como para influir en el resultado de las elecciones queda descartada, pues la relación que guarda el porcentaje de votos y el porcentaje de militantes de un partido en una región es baja, e incluso en algunos casos, negativa.

A partir de esto posible plantearse la posibilidad de hacer un re distritaje para mejorar la representatividad considerando como variables principales la población de los distritos y el número de representantes, dado que ninguno de los factores anteriormente mencionados influye de manera poderosa en la representatividad.

CAPÍTULO 4: DESARROLLO DEL MODELO, IMPACTO DE LA SOLUCIÓN Y ANÁLISIS EXPOST

En este capítulo se comienza a desarrollar el modelo de optimización matemática desde la base, es decir, intentando generar el indicador de justicio electoral, determinando el tamaño del parlamento y formulando el modelo matemático.

4 Desarrollo del modelo

El primer paso para desarrollar un modelo de optimización matemática que trate de asegurar la representatividad de todos los sectores de la población, es hacer converger diferentes variables sociodemográficas que caracterizan a cada comuna en un único indicador que sirva como comparativo a la hora de estructurar los distritos. Además de eso, es necesario determinar la cantidad óptima de parlamentarios que asegure la máxima representación posible sin caer en algunos vicios del sistema político. Por último, la distribución tiene que adecuarse al tamaño de la población de cada uno de los distritos, de tal forma que se cumpla una de las principales premisas de un sistema democrático: “Un hombre, un voto”. No está demás mencionar que debe ajustarse a las restricciones territoriales y legales del contexto de cada país, en este caso Chile.

4.1 Análisis de varianza y significancia de las variables dentro del modelo

Puesto que en el capítulo anterior se determinó que la relación entre cada una de las variables sociodemográficas propuestas y la participación electoral era relativamente débil, es preciso ser más exhaustivo al analizar la relación entre estos factores característicos de cada comuna para dictaminar categóricamente que no se encuentran vinculadas.

El análisis realizado en la sección anterior tiene ciertas desventajas o debilidades. Primero, el instrumento utilizado fue el coeficiente de correlación lineal de Pearson, el cual, a pesar de ser bastante común a la hora de analizar la relación entre variables, este no necesariamente explica causalidad. Es decir, un coeficiente de correlación alto entre dos variables no implica que la variación de una se deba a la otra. Un caso emblemático y ejemplificador de lo que vendría siendo una relación espuria o sin conexión lógica, que por lo demás explica el origen del mito urbano de que las cigüeñas traen al mundo a los bebés, es el analizado por Jerzy Neyman en 1952, en donde vincula la tasa de natalidad de diferentes ciudades y su población de estas aves, encontrando un alto coeficiente de correlación (Lahura, 2003). Por otro lado, este indicador es sensible a valores anómalos o *outliers*, los cuales son difíciles de no encontrar en una muestra tan grande como lo es la de cantidad de comunas de Chile, valor que asciende a 346. Otra debilidad del análisis es que la relación

entre cada una de las variables y la participación electoral fueron estudiadas por separado, y perfectamente puede que cada una contribuya a explicar una parte del porqué de la alta o baja participación de los votantes. Siendo más concreto, pero sólo para ejemplificar, puede que una persona haya decidido abstenerse del proceso electoral producto de pertenecer a un sector urbano con alta densidad poblacional en donde es difícil tener contacto directo con los potenciales representantes sumado a que pertenece a un sector marginado de la población en términos económicos y que no percibe los beneficios del desarrollo.

Todo lo descrito anteriormente es solamente el preámbulo para justificar el uso de la herramienta que se empleará a continuación, que permite analizar las variables en conjunto, la relación entre estas y la importancia que tiene cada una de estas o que tan explicativa es, si es que así se quiere, dentro del modelo.

4.1.1 Regresión múltiple y ANOVA

La regresión múltiple tal como la regresión lineal, busca generar un modelo que describa aproximadamente el comportamiento de una variable dependiente respecto a la variación de una variable independiente, que en el caso de la regresión múltiple se llaman variables explicativas. Entonces, la pregunta que se busca responder es: de un conjunto de variables explicativas, ¿cuáles son las que más influyen en el valor de la variable dependiente? El análisis de varianza llamado ANOVA permite justamente hacer esto, a través de la presentación del cálculo de estadísticos como el valor p , que indica la probabilidad de rechazar la hipótesis nula siendo esta cierta, es decir, que los datos siguen cierta distribución. Si el valor p es inferior al nivel de significancia fijado (generalmente 0,05), se acepta la hipótesis nula, lo que implicaría que la variable es estadísticamente significativa dentro del modelo obtenido producto de la regresión lineal. Ahora, también hay otros indicadores vinculados al análisis como el estadístico F que señala que tan bien se ajustan los datos al modelo, el F crítico que indica si el modelo es lineal dado cierto nivel de significancia y el R^2 ajustado que se entiende como el porcentaje de casos en que las variables del modelo en conjunto con sus coeficientes explicarían el valor de la variable independiente.

A continuación, se muestra la tabla ANOVA en conjunto con los demás estadísticos resultantes de la regresión múltiple aplicada a las diez variables sociodemográficas contempladas en el análisis de la sección anterior y la participación electoral:

Tabla 5: 1era Tabla ANOVA

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coefficiente de correlación múltiple	0,568271977
Coefficiente de determinación R ²	0,32293304
R ² ajustado	0,301092171
Error típico	0,046315512
Observaciones	321

ANÁLISIS DE VARIANZA			
	<i>Grados de libertad</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	10	14,7857226	1,64767E-21
Residuos	310		
Total	320		

	<i>Coefficientes</i>	<i>Probabilidad</i>
Intercepción	0,046150869	0,585120703
%POBREZA	-0,093976821	0,027186753
DENSIDAD (HAB./KM2)	-8,25502E-07	0,46772163
RURALIDAD	0,030971423	0,039616389
IM	-0,000639098	1,33501E-10
INGRESO PROMEDIO	2,28672E-08	0,512243678
EDAD PROMEDIO	0,006902603	3,11126E-07
ESCOLARIDAD	0,010897865	0,061151787
Nº ORGANIZACIONES VOLUNTARIAS	-0,000463384	0,000835792
TOTAL <30	0,463309832	0,000125652
CONECTIVIDAD	0,046146016	0,311290276

Fuente: elaboración propia con Herramienta de Análisis de Datos de Excel

El reporte anterior extraído de Excel con ayuda de la herramienta de Análisis de Datos incorporado en el programa arroja valores para los estadísticos de los cuales antes se habló. Primero se debe analizar los valores p de cada una de las variables explicativas consideradas para la regresión. Como es posible apreciar en la Tabla 5, los valores marcados en verde corresponden a los factores que sí son significativos o relevantes dentro del modelo y explicarían en parte el comportamiento de la participación electoral en las comunas dado sus contextos sociodemográficos, y el resto, corresponden a las que no. Además, el valor del F crítico indica que la regresión se ajusta a un modelo lineal dado que el valor es inferior al umbral fijado. Por otro lado, el valor del estadístico F muestra que a pesar de que el R² ajustado es de 0,30, los datos se ajustan al modelo descrito por la regresión pues es superior al F crítico. Pero este no es el final, ahora toca retirar de la variable menos significativa dentro

del modelo para volver a realizar la regresión múltiple y ver como varían los estadísticos, en este caso, la variable Ingreso Promedio.

Es de esperar que una vez eliminada la variable “no explicativa” para este modelo, el valor de los estadísticos mejore, es decir, que aumente la significancia de los factores contemplados en la regresión o, en otras palabras, que disminuya el valor p, que aumente el valor F y el F crítico se haga más pequeño, y que el R² ajustado incremente.

Tabla 6: 2da Tabla ANOVA

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coefficiente de correlación múltiple	0,567444138
Coefficiente de determinación R ²	0,32199285
R² ajustado	0,302372064
Error típico	0,046273084
Observaciones	321

ANÁLISIS DE VARIANZA			
	<i>Grados de libertad</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	9	16,41080307	4,81129E-22
Residuos	311		
Total	320		

	<i>Coefficientes</i>	<i>Probabilidad</i>
Intercepción	0,037247587	0,654983284
%POBREZA	-0,090006962	0,032357837
DENSIDAD (HAB./KM2)	-9,11793E-07	0,418975613
RURALIDAD	0,033169995	0,023726338
IM	-0,000629472	1,46539E-10
EDAD PROMEDIO	0,006824884	3,66077E-07
ESCOLARIDAD	0,013102681	0,005856309
NºORGANIZACIONES VOLUNTARIAS	-0,000473427	0,000590544
TOTAL <30	0,448834942	0,000153696
CONECTIVIDAD	0,04956223	0,273288203

Fuente: elaboración propia con Herramienta de Análisis de Datos de Excel

Tal como se mencionó antes, el valor de los estadísticos mejoró, e incluso una variable que anteriormente no era significativa se tornó relevante dentro del modelo. Esto quiere decir que la ecuación para predecir el porcentaje de participación electoral de una comuna se está volviendo cada vez más certera. Lo que toca hacer ahora, es repetir el mismo procedimiento anterior, retirar la variable menos relevante y volver a hacer la regresión. Esto se hace dos veces más hasta que los todos los factores contemplados en la regresión sean explicativos.

Finalmente, de las diez variables que se consideraron en principio, sólo siete de ellas influirían en diferente medida en la participación electoral de una comuna. En la Tabla 7 se exponen los coeficientes numéricos que acompañarían a cada una de estas variables, respectivamente, más el intercepto, que para efectos de este caso no se considera, pues su valor p supera el umbral de 0,05.

Tabla 7: 4ta Tabla ANOVA

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coefficiente de correlación múltiple	0,564154972
Coefficiente de determinación R ²	0,318270832
R ² ajustado	0,303024493
Error típico	0,046251441
Observaciones	321

ANÁLISIS DE VARIANZA			
	<i>Grados de libertad</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	7	20,87522961	5,11489E-23
Residuos	313		
Total	320		

	<i>Coefficientes</i>	<i>Probabilidad</i>
Intercepción	0,067299209	0,400146283
%POBREZA	-0,104637206	0,009623216
RURALIDAD	0,034251218	0,018346206
IM	-0,000631771	1,12019E-10
EDAD PROMEDIO	0,006189847	3,88549E-07
ESCOLARIDAD	0,015242267	2,37141E-05
NºORGANIZACIONES VOLUNTARIAS	-0,000455383	0,000855776
TOTAL <30	0,46508137	6,13082E-05

Fuente: elaboración propia con Herramienta de Análisis de Datos de Excel

La expresión matemática para el modelo resultante de esta regresión múltiple sería:

Ecuación 1: Ecuación de Regresión Múltiple

$$\%SUFRAGO = - 0,1046 \%POBREZA + 0,0343 RURALIDAD - 0,000632 IM + 0,00619 EDAD PROMEDIO + 0,01524 ESCOLARIDAD - 0,000455 N^\circ ORGANIZACIONES VOLUNTARIAS + 0,465 TOTAL <30$$

Fuente: elaboración propia con Minitab 18

Ahora, antes de dictaminar este modelo como el definitivo, hay que analizar la colinealidad o en este caso, la multicolinealidad entre factores, es decir, si existen variables que están explicando lo mismo y el incorporarlas dentro del modelo sólo genera que la varianza de los coeficientes de regresión aumente. Esto se hace a través del análisis de los Factores de Inflación de la Varianza o VIF, por sus siglas en inglés, que se utiliza para

cuantificar el grado de colinealidad entre factores, en donde un valor igual a 1 indica que no hay relación, entre 1 y 5 que existe relación, pero débil, y superior a 5 que hay multicolinealidad, por lo que se debe retirar alguna de esas variables del modelo. Un potencial caso de colinealidad podría darse en este caso entre Edad Promedio y Población Sub 30, o podría darse también entre Ruralidad e Índice de Masculinidad, teniendo en cuenta que en general en los sectores rurales hay más hombres que mujeres, o también entre Pobreza y Escolaridad, ya que para acceder a educación implica pagar por esta. Es por eso que se hace pertinente el comprobar el valor de los FIV para cada una de las variables.

Tabla 8: Estadísticos de Regresión Lineal

Coeficientes

Término	Coef	EE del coef.	Valor T	Valor p	FIV
Constante	0,0673	0,0799	0,84	0,400	
%POBREZA	-0,1046	0,0402	-2,61	0,010	1,95
RURALIDAD	0,0343	0,0144	2,37	0,018	2,91
IM	-0,000632	0,000095	-6,68	0,000	1,11
EDAD PROMEDIO	0,00619	0,00119	5,18	0,000	1,59
ESCOLARIDAD	0,01524	0,00355	4,29	0,000	3,26
N°ORGANIZACIONES VOLUNTARIAS	-0,000455	0,000135	-3,37	0,001	1,17
TOTAL <30	0,465	0,114	4,06	0,000	1,62

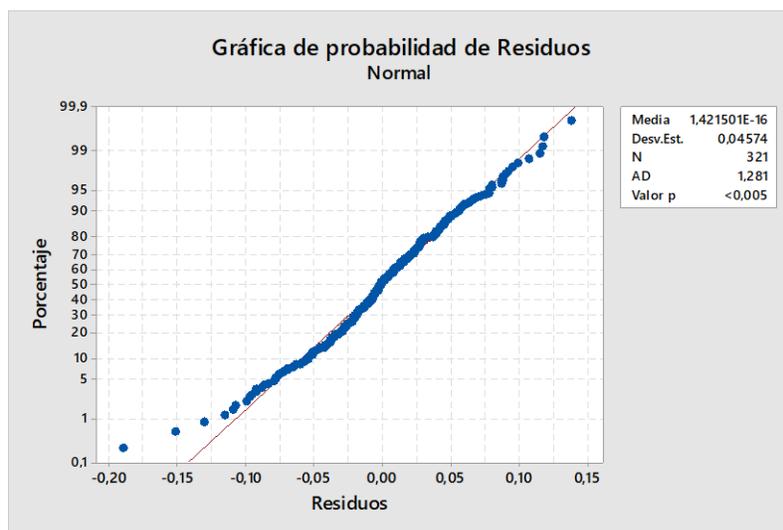
Fuente: elaboración propia con Minitab 18

De acuerdo con el reporte arrojado por Minitab 18, ninguno de los FIV supera el valor de 5, es más la mayoría son cercanos a 1, excepto Ruralidad y Escolaridad que se encuentran más cercanos a 3. Es decir, existe relación entre factores, lo cual es lógico considerando que de alguna forma ciertas variables podrían ser síntomas de otra. En definitiva, dado que los valores se encuentran lejos de superar el umbral, se concluye que la multicolinealidad no afecta a la varianza de los coeficientes de regresión, o al menos no en gran medida.

Pero aún queda un procedimiento más para validar el modelo, determinar si los residuos de la regresión distribuyen normal. Para esto se utiliza el test no paramétrico de Anderson-Darling y se realiza la prueba de normalidad para verificar si es que se cumple la hipótesis nula.

Dado que el valor p que se muestra en el Gráfico 6 es inferior al umbral de significancia de este test, en estricto rigor se debería rechazar la hipótesis de que los residuos distribuyen normal, pero hay razones para que eso no sea así. Los test no paramétricos son sensibles a los *outliers* o valores anómalos, lo cuales son inevitables en muestras tan grandes como estas (se consideraron sólo 321 comunas de las 346 pues no se contaba con información de conectividad, entre otras variables, de todas ellas). De hecho, en la literatura se sugiere que para hacer una regresión múltiple sólo basta tener a parte de la muestra de 30 casos 10 más por cada variable adicional que, para este caso, dado que son siete variables, serían 70 conjuntos de datos adicionales que en total suman 100 (Granados, 2016). Es decir, tomando una muestra de 100 comunas ya es posible hacer una regresión múltiple que arroje como resultado un modelo lo suficientemente representativo. En ese sentido, y considerando que los valores extremos, que por lo demás sólo se presentan en las colas del gráfico, son despreciables en comparación al universo de datos perfectamente podrían tomarse una muestra más pequeña para realizar la regresión para evitar los valores anómalos en el test. Además, basta con observar como el resto de los puntos se ajusta casi a la perfección a la curva de normalidad.

Gráfico 6: Prueba de Normalidad Anderson-Darling



Fuente: elaboración propia con Minitab 18

En definitiva, verificada la multicolinealidad y aprobado el test de normalidad, es posible afirmar que la ecuación lineal planteada anteriormente producto de los coeficientes obtenidos

a través de la regresión múltiple, es capaz de predecir el porcentaje de participación electoral que tendrá una comuna con relación a sus características sociodemográficas particulares.

Hay que mencionar que los signos de los coeficientes de regresión coinciden con las hipótesis planteadas en un principio, como que una comuna más pobre presenta un porcentaje de abstención mayor, o que sectores con mayor escolaridad participa más en los procesos democráticos.

Ahora, el hecho de haber podido definir un modelo de regresión lineal que prediga (en parte) el comportamiento de participación electoral de una comuna en particular dado ciertos indicadores sociodemográficos, no significa que sea lo suficientemente concluyente como para incorporarlo dentro del modelo matemático para la definición de distritos, esto debido a que el estadístico R^2 es de aproximadamente 0.30, es decir, explica sólo el 30% de los casos, un coeficiente deficiente para asuntos de repartición igualitaria.

4.2 Tamaño del parlamento y su implicancia

Determinar el tamaño de la cámara baja y la cámara alta para el común de los ciudadanos parece azaroso (y puede que lo sea en la mayoría de los casos), lo ve más bien como un arreglo político que en consecuencia sólo beneficia a los políticos y, en ese sentido, parece que lo preferible es que la cantidad de representantes en las cámaras sea lo más reducido posible, pero que hayan más o menos escaños en el parlamento está lejos de ser trivial, tiene diversas implicancias desde el punto de vista de la representatividad y la estabilidad política y económica.

Un número pequeño de parlamentarios aumenta la probabilidad de que se caiga el principio de una democracia, y es que todos tengan voz, es decir, inevitablemente van a haber minorías políticas que no serán representadas en el congreso, pues el número de diputados y senadores no es suficiente como para cubrir todas las opciones políticas, lo cual incluso podría desencadenar en un bipartidismo, que implica la “des-diversificación” de ideas y proyectos a nivel país. De hecho, si se reduce abruptamente el número de representantes en el congreso esto afecta directamente (o contribuye, mejor dicho) al *malapportionment*, pues no se puede formar un único distrito político para asegurar que la desviación en la

representatividad sea 0, teniendo en consideración que ya a nivel de macrozonas geográficas se tienen distintas necesidades; es evidente que las demandas políticas del norte no van a ser las mismas del sur, pues los afligen diferentes problemas. Por otro lado, si se aumenta el tamaño del congreso, aun suponiendo que los escaños son repartidos equitativamente reduciendo el *malapportionment* tanto como lo permite el número de parlamentarios, surgen otro tipo de problemas vinculados a la falta de institucionalidad. En palabras de Auriol y Gary-Bobo, esto sería “...demasiados representantes implican costos sociales directos e indirectos sustanciales, interfieren demasiado con el funcionamiento de los mercados, aumentan la burocracia y crean muchas oportunidades de influencia, actividades de búsqueda de rentas y corrupción.” (Auriol & Gary-Bobo, VOX CEPR Policy Portal, 2007). Se genera el denominado “efecto multitud”, que en este caso significaría que una cantidad considerable de representantes entra al parlamento y fiscalizar sus actividades de forma individual es tarea imposible.

A pesar de lo expuesto anteriormente, no existe una fórmula universal para calcular el tamaño del parlamento, y es la razón de que existan países con poblaciones considerablemente grandes en comparación con el resto del mundo que tienen un menor número de representantes, en proporción, que países con menor población. Por ejemplo, Italia con una población cercana a los 60 millones de habitantes, sólo en la cámara baja cuenta con 630 escaños, y Japón que duplica ese número de habitantes cuenta tan sólo con 480 miembros. Esto se debe a que cada país establece su propia fórmula para determinar el número de parlamentarios.

Sorpresivamente, existen metodologías para el cálculo de este número “mágico” que nacen a partir de un intento de obtener una fórmula que se ajuste a los datos mundiales de referidos al tamaño de los parlamentos, dejando de lado casos anómalos como el de Italia, por ejemplo. Una de estas alternativas sugiere que el tamaño óptimo del parlamento es cercano a la raíz cúbica de la población, es por eso que se denomina la regla o ley de la raíz cúbica (Taagepera, 1973). El problema de esta fórmula, a pesar de ser ampliamente aceptada, es que fue elaborada con datos para tamaños de parlamentos de la década del setenta, por lo que el panorama la máquina legislativa ha cambiado desde entonces a la fecha. Es por esa razón que en reemplazo de esa fórmula se hecho nuevos esfuerzos por definir una nueva

fórmula que permita calcular el tamaño óptimo del parlamento. El trabajo relativamente reciente (al menos elaborado en este siglo) de dos académicos franceses, sugiere que en general el tamaño adecuado para el congreso se ajusta a la expresión matemática $n \approx \exp(4,32) N^{0,4}$, donde n corresponde al número de representantes y N a la población de un país en millones (Auriol & Gary-Bobo, On the optimal number of representatives, 2010). En el caso de Chile, dado que el último CENSO indicó que la población asciende a 17.574.003 habitantes, el número óptimo de parlamentarios sería el siguiente:

Ecuación 2: Número Óptimo de Representantes en Chile

$$n \approx \exp(4,32) 17,574003^{0,4} = 237$$

Fuente: elaboración propia en base (Auriol & Gary-Bobo, On the optimal number of representatives, 2010)

El valor de la Ecuación 2 es similar al que obtendríamos si empleáramos la regla de la raíz cúbica que corresponde a 260, pero esto es sólo coincidencia, porque a medida que el tamaño de la población en cuestión aumenta, la brecha entre ambos resultados se va ampliando.

Ahora, concentrándose en el contexto actual, Chile se encuentra cerca de la cifra que se supone óptima, de hecho, la cantidad de representantes es (o será próximamente) 205, 155 diputados y 50 senadores teniendo en consideración que la cifra obtenida empleando la fórmula refiere al tamaño completo del congreso, es decir, la suma de representantes de ambas cámaras, por lo que Chile se encontraría a sólo 32 escaños de conseguir la mejor representatividad posible sin que surjan problemas de institucionalidad, como corrupción, tráfico de influencias, etc.

Lo que finalmente hay que determinar, es cuantos representantes pertenecerían a la cámara baja y cuántos en la cámara alta. Al menos en Chile pareciera ser que la proporción entre ambas cámaras, al menos en las últimas décadas, ha sido de 3/4 y 1/4, respectivamente. Antes de la reforma electoral había 120 diputados y 38 senadores, que entregan un cociente de 0,75 y 0,25 aproximadamente, con relación al total de representantes, y actualmente se conserva los mismos cocientes. En presencia de lo anterior, es razonable pensar en dividir en la misma proporción los 237 escaños para determinar el número de representantes de ambas cámaras. Para el caso de los diputados la cantidad de escaños sería 178 y, por consiguiente,

en el caso de los senadores sería 59. En definitiva, un incremento de 23 y 9 escaños en cada cámara, respectivamente, asociado obviamente a un impacto en el costo del presupuesto anual de la nación. Ahora la pregunta es, ¿quién debería asumir esos costos? ¿la ciudadanía o los parlamentarios?

Teniendo en cuenta que en la “Ley de Presupuestos del Sector Público Año 2018” se asigna en promedio un total \$20.592.805 en el caso de los diputados y \$29.591.952 en el caso de los senadores (Ministerio de Hacienda, 2017), dependiendo de la antigüedad, cargas familiares, entre otras cosas, evidentemente un aumento en el número de parlamentarios alteraría la glosa anual, ya sea incrementando el presupuesto anual o disminuyendo la dieta y/o asignaciones de los miembros de la cámara alta y de la cámara baja.

Si se incluyera dentro del presupuesto nacional un aumento por concepto de dietas y asignaciones a los parlamentarios, para calcular el total en el que varía bastaría con multiplicar total de aporte mensual por 23 y 9 respectivamente, que es la cantidad de escaños adicionales asignados a cada cámara, lo que en pesos chilenos equivaldría a \$8.879.544.996 anuales, es decir, un 17.5% más de los presupuestado para el 2018.

Ahora, la otra alternativa es ajustar la dieta y/o las asignaciones al presupuesto que existe actualmente. Entonces habría que dividir el gasto anual en parlamentarios por la 178 diputados y 59 senadores respectivamente. En términos prácticos esto significaría la reducción del total de aporte mensual a \$17.931.936 en el caso de los diputados y \$25.077.925 en el caso de los senadores, una variación de aproximadamente 15% en ambos casos.

4.3 Modelo de optimización matemática

Un modelo es una representación simplificada de la realidad, y en el caso de un modelo de optimización matemática es la abstracción de un problema que existe en la realidad y se representa a través de expresiones numéricas. Un modelo de optimización está compuesto por una función objetivo y una serie de restricciones que se presentan en forma de ecuaciones e inecuaciones. Básicamente la utilidad de estos modelos es la toma de decisiones para la

asignación óptima de recursos, puesto que estos son escasos, y dependiendo de cuál sea la finalidad del modelo, se buscará maximizar o minimizar el valor de la función objetivo.

En el caso de distritaje político, es posible aplicar esta metodología de resolución o de toma de decisiones para determinar cómo debería quedar configurada la estructura distrital de un país, considerando restricciones territoriales, como por ejemplo los límites regionales, y legales, o el número mínimo y/o máximo de escaños asignables a una circunscripción, etc. Otro factor por considerar es la finalidad con la que se está realizando el distritaje, ¿se busca que los distritos sean lo más compacto posible? ¿se desea que las poblaciones entre distritos sean lo más parecidas posibles? ¿o lo que se espera es reducir el *malapportionment*? Pueden ser diversos los objetivos y dependerán del contexto de cada país, pero lo relevante es entender el problema que se busca resolver y las variables involucradas en este, como lo son la cantidad de escaños, el tamaño de las poblaciones, los límites territoriales y legales, los sesgos socioeconómicos, entre otros.

4.3.1 El Districting Problem

Este problema de distritaje político consiste en particionar una región geográfica en distritos electorales de acuerdo con ciertos criterios básicos (Gascon, 2010):

- **Contigüidad:** un distrito es contiguo si es posible viajar a través de este sin la necesidad de atravesar por otro distrito.
- **Compacidad:** un distrito es compacto cuando posee una forma definida, similar a un círculo o un cuadrado.
- **Equidad:** un distrito debe ser equilibrado en términos de población.
- **Homogeneidad socioeconómica:** un distrito debe representar sectores de la población que comparten intereses o problemáticas en común.

Del primer modelo de distritaje político del cual se tiene registro es el propuesto en 1965 por Hess et al., el que corresponde básicamente a un modelo de asignación con restricciones adicionales donde cada unidad de población debe ser asignada un centro de distrito (Hess, Weaver, Siegfeldt, Whelan, & Zitlau, 1965). A continuación, el modelo:

P_i =población de i -ésima unidad de población, ($i=1,2,\dots,n$)

d_{ij} =distancia entre los centros de las unidades i y j , ($i, j=1,2,\dots,n$)

$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si la unidad de población } i \text{ es asignada al } j\text{-ésimo centro,} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$

a =población mínima permitida por distrito, como porcentaje de la población promedio por distrito

b =población máxima permitida por distrito, como porcentaje de la población promedio por distrito

$$\min \sum_j^n \sum_i^n d_{ij}^2 P_i x_{ij}$$

sujeto a

$$\sum_i^n x_{ij} = 1 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

$$\sum_j^n x_{jj} = k \quad (2)$$

$$\sum_i^n P_i x_{ij} \geq \left(\frac{a}{100}\right) \left(\sum_i^n P_i x_{ij}\right) x_{jj} \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

$$\sum_i^n P_i x_{ij} \leq \left(\frac{a}{100}\right) \left(\sum_i^n P_i x_{ij}\right) x_{jj} \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (4)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, i \in I, j \in J \quad (5)$$

Donde la función objetivo busca minimizar el costo distancia-población de todos los distritos. Producto de esto es posible generar distritos contiguos y compactos, además de forzar a que unidades de población pequeñas se unas unidades de población más grandes, para que, de esta forma, el incremento en la población del distrito que se esté conformando sea paulatino y facilite el trabajo de las restricciones asociadas a los límites de población. La restricción (1) asegura que cada unidad sea asignada a un único distrito, la (2) garantiza que k unidades sean seleccionadas como centros de distrito, que debe de ser inferior al total de unidades, la (3) y la (4) limita el tamaño de la población que puede albergar cada distrito y la (5) habla acerca de la naturaleza de las variables.

El problema de la formulación anterior es que sólo asegura dos de los principios básicos del distritaje. Por un lado, tanto la función objetivo como las restricciones aseguran

que exista contigüidad en el distrito, y en eso incluso los autores son enfáticos. Esto se debe a que, si bien en la función objetivo existe un costo asociado a la asignación de unidades, sólo penaliza la distancia y el tamaño de la población, pero no las limita. Por otro lado, no contempla ninguna restricción que filtre o categorice las unidades de acuerdo a su realidad socioeconómica, ya sea por ingreso, escolaridad, etc.

Garfinkel y Nemhauser se hacen cargo de uno de estos dos problemas incorporando en el modelo genérico una variable binaria que asegure la contigüidad, donde esta será igual a 1 sólo si dos unidades tienen un límite en común (Garfinkel & Nemhauser, 1970). Años más tarde, finalizando la década de los 90, a la formulación anterior se le agregan otra serie de componentes, entre ellas, la variable socioeconómica (Mehrotra, Johnson, & Nemhauser, 1998). Esta logra en parte reunir unidades de población con características similares, pero sólo se concentra en un único factor, el ingreso promedio. A pesar de ser este un modelo bastante completo, que asegura que se cumplan todos los criterios básicos del distritaje político, caracteriza las unidades de población a través de un solo factor, asumiendo que los habitantes potenciales de un distrito por el sólo hecho de tener más o menos el mismo ingreso promedio poseen las mismas necesidades. Este planteamiento reniega el origen multifactorial de las necesidades de una población, como por ejemplo la región a la que pertenecen, que puede implicar climas distintos, geografías distintas, sectores de la industria distintos, y este último punto es ejemplificador en cuanto a que el ingreso promedio de una población no logra caracterizarla por completo, pues en el sector minero se gana más que en el sector de servicios, pero eso no asegura que en el primero la escolaridad promedio sea mayor, por ejemplo. En definitiva, para poder lograr caracterizar socioeconómicamente una unidad de población se deben considerar más variables que el ingreso promedio.

4.3.2 Adaptación del *Districting Problem* al contexto chileno

Si bien el principio básico de un sistema electoral es la conversión de votos en escaños, existen diversos tipos. Los hay uni y bicamerales, binominales y proporcionales, por ejemplo, que son algunos de los que ha tenido Chile a lo largo de su historia. La diferencia yace en las reglas bajo las cuales se rigen estos sistemas, es decir, el procedimiento a seguir para la

elección de representantes varía. Esta es la razón de que el modelo matemático deba ajustarse al contexto que corresponda incorporando las normas electorales vigentes.

Para el caso de Chile, se tiene ciertas limitantes a la hora de conformar distritos electorales. Por ejemplo, para asegurar la representatividad de la mayor parte de la población de un territorio electoral, se deben asignar mínimo 3 escaños a cada distrito, para el caso de los diputados. En el otro extremo, por cuestiones de gobernabilidad y orden del proceso electoral, no es posible asignar más de 8 escaños a cada distrito, también para el caso de los diputados, esto debido a que cada lista o pacto puede presentar $n+1$ representantes. En otras palabras, si en un distrito existen 8 escaños a repartir y se tienen 6 listas, podrían presentarse eventualmente hasta 54 candidatos a diputados, es decir, cada votante tendría que elegir entre 54 opciones diferentes de las cuales probablemente conoce a muy pocas.

Vinculado a lo anterior se tiene la cantidad de escaños a repartir que, teniendo en cuenta que son limitados se debe intentar llevar a cabo la repartición lo más eficiente posible, en términos de *malapportionment*, el modelo debe conseguir asignar una porción de escaños tal que la diferencia entre el porcentaje de estos sea lo más cercano al porcentaje de la población nacional que habita cada distrito.

Por otro lado, Chile por cuestiones administrativas, geográficas y demográficas, se divide en macrozonas llamadas regiones, que poseen ciertas características en común. Dado que el fundamento de un sistema democrático es que cada persona tenga representación en el parlamento, significa que es pertinente reunir un conjunto de individuos que compartan necesidades para maximizar la representatividad. Es por esta razón que se deben conservar los límites regionales.

Finalmente, el modelo debe contemplar cuestiones básicas del modelo de distritaje que corresponden a restricciones de asignación de unidades a centroides determinados por el mismo modelo para la conformación de distritos.

A continuación, se presenta el algoritmo matemático que contempla todas las restricciones legales y demográficas de Chile, y que permite la repartición óptima de escaños reduciendo el mal aporcionamiento inherente de la estructura distrital.

p_i =población de i -ésima unidad de población, ($i=1,2,\dots,n$)

e_j =cantidad de escaños asignados al centro j , ($j=1,2,\dots,n$)

MAL_j =malapportionment del distrito j , ($j=1,2,\dots,n$)

$Desv_j$ =diferencia entre el porcentaje de población y el porcentaje de escaños del distrito j , ($j=1,2,\dots,n$)

$y_j = \begin{cases} 1 & \text{si la unidad de población } j \text{ es asignada como centro de distrito,} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$

$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si la unidad de población } i \text{ es asignada al } j\text{-ésimo centro de distrito,} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$

$R_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si las unidades de población } i \text{ y } j \text{ pertenecen a la misma región,} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$

P =tamaño total de la población

E =cantidad total de escaños a repartir

$$\min \frac{1}{2} * \sum_j^n MAL_j$$

sujeto a

$$\sum_i^n x_{ij} = 1 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

$$x_{jj} \geq y_j \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

$$x_{ij} \leq y_j \quad (i = 1, 2, \dots, n)(j = 1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

$$\sum_i^n \frac{p_i * x_{ij}}{P} - \frac{e_j}{E} \geq Desv_j \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (4)$$

$$MAL_j \geq Desv_j \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (5)$$

$$MAL_j \geq -Desv_j \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (6)$$

$$x_{ij} \leq R_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots, n)(j = 1, 2, \dots, n) \quad (7)$$

$$\sum_j^n e_j = 155 \quad (8)$$

$$e_j \geq 3 * y_j \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (9)$$

$$e_j \leq 8 * y_j \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (10)$$

$$\sum_j^N y_j = 28 \quad (11)$$

$$x_{ij}, y_j \in \{0,1\}, i \in I, j \in J \quad (12)$$

La restricción (1) asegura que cada unidad sea asignada a un único distrito, la (2) garantiza que si la unidad de población j fue asignada como centro de distrito, la unidad debe asignarse asimismo. La restricción (3) limita a que las unidades sólo sean asignadas a otras que hayan sido escogidas como centros de distrito. El conjunto de restricciones (4), (5) y (6) sirven para determinar el *malapportionment* del distrito j , pues la primera es la diferencia entre el porcentaje de población y el porcentaje de escaños asignados a dicho distrito, cuyo valor puede ser tanto positivo como negativo. La (7) restringe al algoritmo a asignar unidades a centros de distritos que pertenezcan a la misma región que las unidades. La restricción (8) limita el número de escaños a repartir entre los distritos. La (9) y la (10) corresponden a la cantidad mínima y máxima de eslabones que se pueden asignar por distrito. La (11) dice del número de distritos a construir. Finalmente, la (12) habla de la naturaleza de las variables.

4.4 Resultados del modelo

Los parámetros ingresados inicialmente al modelo corresponden a los existentes en Chile, es decir, 28 distritos, 155 diputados con asignaciones mínimas y máximas de 3 y 8 escaños por distrito, junto con las 15 regiones. El sentido de este ejercicio es el de verificar la optimalidad de la estructura distrital actual, es decir, estudiar la posibilidad de que exista una mejor distribución territorial que la actual bajo las mismas condiciones anteriormente expuestas.

Para analizar esto, primero se analizará la solución del modelo de optimización en términos numéricos, tal cual se hizo en el capítulo de diagnóstico, donde se evidenciaron los valores de *malapportionment* tanto del binominal como del sistema actual, que es de aproximadamente 10.

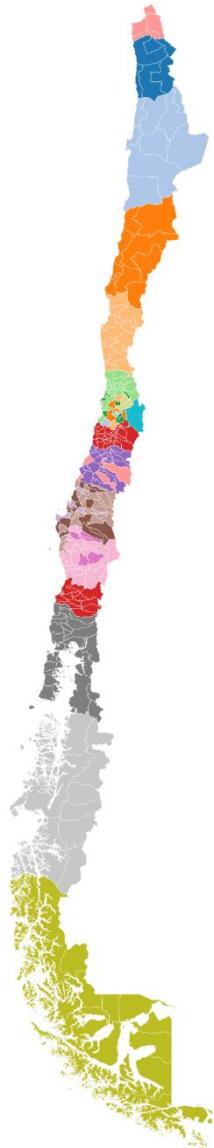
Tabla 9: Malapportionment Problema 1 Solución No Contigua

id	Región	Padrón	Diputados	%Padrón	%Diputados	Malappor	ABS(Malappor)
1	Arica y Parinacota	185.062	3	1,3%	1,9%	-0,64	0,64
2	Tarapacá	243.343	3	1,7%	1,9%	-0,23	0,23
3	Antofagasta	448.762	4	3,1%	2,6%	0,56	0,56
4	Atacama	233.470	3	1,6%	1,9%	-0,30	0,30
5	Coquimbo	577.321	6	4,0%	3,9%	0,16	0,16
6	Valparaíso	776.166	8	5,4%	5,2%	0,26	0,26
7	Valparaíso	762.366	8	5,3%	5,2%	0,17	0,17
8	Metropolitana	287.529	3	2,0%	1,9%	0,07	0,07
9	Metropolitana	740.003	8	5,2%	5,2%	0,01	0,01
10	Metropolitana	670.003	7	4,7%	4,5%	0,17	0,17
11	Metropolitana	669.999	7	4,7%	4,5%	0,17	0,17
12	Metropolitana	663.522	7	4,6%	4,5%	0,12	0,12
13	Metropolitana	739.101	8	5,2%	5,2%	0,00	0,00
14	Metropolitana	560.445	6	3,9%	3,9%	0,05	0,05
15	Metropolitana	562.142	6	3,9%	3,9%	0,06	0,06
16	Metropolitana	748.606	8	5,2%	5,2%	0,07	0,07
17	O'Higgins	738.415	8	5,2%	5,2%	0,00	0,00
18	Maule	281.883	3	2,0%	1,9%	0,03	0,03
19	Maule	567.404	6	4,0%	3,9%	0,09	0,09
20	Bío Bío	647.205	7	4,5%	4,5%	0,01	0,01
21	Bío Bío	657.575	7	4,6%	4,5%	0,08	0,08
22	Bío Bío	403.719	4	2,8%	2,6%	0,24	0,24
23	Araucanía	559.877	6	3,9%	3,9%	0,04	0,04
24	Araucanía	288.155	3	2,0%	1,9%	0,08	0,08
25	Los Ríos	336.957	3	2,4%	1,9%	0,42	0,42
26	Los Lagos	705.899	7	4,9%	4,5%	0,42	0,42
27	Aisén	95.078	3	0,7%	1,9%	-1,27	1,27
28	Magallanes	158.144	3	1,1%	1,9%	-0,83	0,83
		14.308.151	155				3,28

Fuente: elaboración propia en base a resultados de solver

Con un gap del 0,1% es posible encontrar una solución casi tres veces mejor que la que existe actualmente en Chile. En otras palabras, el valor del *malapportionment* se reduce a casi un tercio del original. Ahora, el problema de esta solución es que no es conexas, y no se debe olvidar que unos de los criterios básicos del distritaje es que exista contigüidad y compacidad para que la estructura tenga sentido desde el punto de vista administrativo y demográfico por razones antes expuestas.

Ilustración 4: Estructura Distrital Problema 1 No Contigua

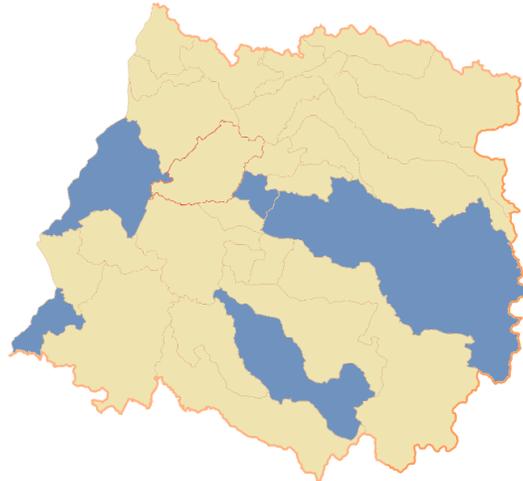


Fuente: elaboración propia con www.mapinseconds.com

Entonces, para que la nueva estructura tenga sentido, es posible reparar la solución arrojada por el modelo a través de una estrategia manual de *bottom-up*, en donde el algoritmo consiste en tomar la solución entregada por el programa, es decir, el número de distritos por región y la cantidad de personas y escaños asignados a cada uno de ellos y replicarla uniendo de abajo hacia arriba comuna por comuna hasta alcanzar un tamaño poblacional lo más similar posible al de los distritos diseñados por el modelo matemático. Esto obviamente aplica sólo para aquellas regiones que poseen más de un distrito.

Por ejemplo, la región del Maule de acuerdo con la solución debiese tener dos distritos, con 3 y 6 escaños, respectivamente. Y si vemos la configuración inicial, es posible apreciar el desorden territorial que se genera.

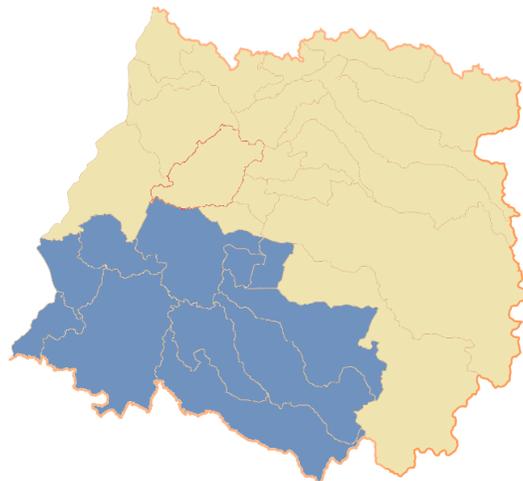
Ilustración 5: Solución No Contigua Problema 1 Región del Maule



Fuente: elaboración propia

Aplicando entonces la técnica de *botom-up*, es posible generar dos distritos con poblaciones similares a las de la solución óptima, que para este caso serían 281.883 y 567.404. Una vez aplicado el algoritmo, la solución contigua y compacta luce más o menos así.

Ilustración 6: Solución Contigua Problema 1 Región del Maule



Fuente: elaboración propia

El tamaño poblacional del primer distrito difiere en un 0,05% con respecto al de la solución inicial entregada por el *solver*, pues la cantidad de personas que habitan ese distrito disminuye a 281.745, es decir, se reduce en 138. Dado que en este caso son solamente dos distritos, lo que pierde uno lo gana el otro, así que la variación porcentual del segundo distrito en cuanto a población es también baja, lo que en términos prácticos significa que el valor del *malapportionment*, al menos para esa región, no varía en lo absoluto.

El procedimiento anterior se replica en todas las regiones que presentan problemas de contigüidad y compacidad, siendo la más conflictiva la RM, entendiendo que la densidad poblacional varía mucho de una comuna a otra, por lo que en la periferia de la región se tiene sectores con escasa población y a medidas que nos acercamos al centro la población aumenta considerablemente, siendo casos emblemáticos de esto Puente Alto y Estación Central. Todo lo anterior implica que para generar distrito contiguos y compactos se deben ceder y adoptar grandes cantidades de población lo que afecta el valor de *malapportionment* de la región y finalmente el global. Aun así, el “costo” que se debe pagar por generar distritos conexos a lo largo de Chile no es muy diferente al valor óptimo.

Tabla 10: Malapportionment Problema 1 Solución Contigua

id	Región	Padrón	Diputados	%Padrón	%Diputados	Malappor	ABS(Malappor)
1	Arica y Parinacota	185.062	3	1,3%	1,9%	-0,64	0,64
2	Tarapacá	243.343	3	1,7%	1,9%	-0,23	0,23
3	Antofagasta	448.762	4	3,1%	2,6%	0,56	0,56
4	Atacama	233.470	3	1,6%	1,9%	-0,30	0,30
5	Coquimbo	577.321	6	4,0%	3,9%	0,16	0,16
6	Valparaíso	782.041	8	5,5%	5,2%	0,30	0,30
7	Valparaíso	756.491	8	5,3%	5,2%	0,13	0,13
8	Metropolitana	306.267	3	2,1%	1,9%	0,21	0,21
9	Metropolitana	720.515	8	5,0%	5,2%	-0,13	0,13
10	Metropolitana	670.215	7	4,7%	4,5%	0,17	0,17
11	Metropolitana	670.695	7	4,7%	4,5%	0,17	0,17
12	Metropolitana	662.470	7	4,6%	4,5%	0,11	0,11
13	Metropolitana	746.142	8	5,2%	5,2%	0,05	0,05
14	Metropolitana	557.267	6	3,9%	3,9%	0,02	0,02
15	Metropolitana	560.291	6	3,9%	3,9%	0,04	0,04
16	Metropolitana	747.488	8	5,2%	5,2%	0,06	0,06
17	O'Higgins	738.415	8	5,2%	5,2%	0,00	0,00
18	Maule	281.745	3	2,0%	1,9%	0,03	0,03
19	Maule	567.542	6	4,0%	3,9%	0,10	0,10
20	Bío Bío	647.059	7	4,5%	4,5%	0,01	0,01
21	Bío Bío	658.780	7	4,6%	4,5%	0,09	0,09
22	Bío Bío	402.660	4	2,8%	2,6%	0,23	0,23
23	Araucanía	559.678	6	3,9%	3,9%	0,04	0,04
24	Araucanía	288.354	3	2,0%	1,9%	0,08	0,08
25	Los Ríos	336.957	3	2,4%	1,9%	0,42	0,42
26	Los Lagos	705.899	7	4,9%	4,5%	0,42	0,42
27	Aisén	95.078	3	0,7%	1,9%	-1,27	1,27
28	Magallanes	158.144	3	1,1%	1,9%	-0,83	0,83
		14.308.151	155				3,41

Fuente: elaboración propia

El valor final para el malapportionment es 3.41, es decir, 0.13 puntos más que la solución actual. Ese es el precio en términos de representatividad que se debe pagar por la coherencia territorial.

Finalmente, el emplazamiento global de los distritos reparados sería el de la Ilustración 7 es posible apreciar como las circunscripciones electorales toman forma y cobran sentido desde el punto de vista territorial, lo que favorece el desplazamiento, la administración y la representación de intereses en común.

Ilustración 7: Estructura Distrital Problema 1 Contigua



Fuente: elaboración propia

El paso siguiente para encontrar la solución óptima para Chile, es incorporar el cálculo de los valores para la cantidad de representantes de la cámara baja de acuerdo con al modelo de regresión logarítmica propuesto por Auriol & Gary-Bobo. Este había entregado una suma de 237 escaños para el parlamento que se dividían entre la cámara baja y la cámara alta en $\frac{3}{4}$ y $\frac{1}{4}$, es decir, 178 y 59. Simplemente lo que se hace es modificar la restricción (8) del modelo matemático que corresponde a la cantidad de escaños a repartir.

A continuación, la tabla resumen de los resultados del modelo.

Tabla 11: Malapportionment Problema 2 Solución No Contigua

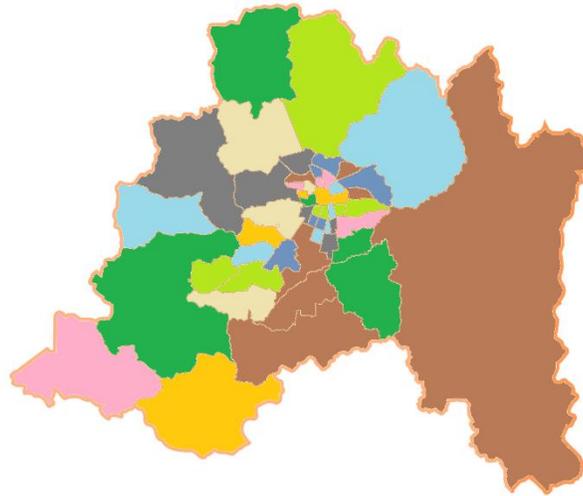
id	Región	Padrón	Diputados	%Padrón	%Diputados	Malappor	ABS(Malappor)
1	Arica y Parinacota	185.062	3	1,3%	1,7%	-0,39	0,39
2	Tarapacá	243.343	3	1,7%	1,7%	0,02	0,02
3	Antofagasta	448.762	6	3,1%	3,4%	-0,23	0,23
4	Atacama	233.470	3	1,6%	1,7%	-0,05	0,05
5	Coquimbo	577.321	7	4,0%	3,9%	0,10	0,10
6	Valparaíso	245.000	3	1,7%	1,7%	0,03	0,03
7	Valparaíso	642.475	8	4,5%	4,5%	0,00	0,00
8	Valparaíso	651.057	8	4,6%	4,5%	0,06	0,06
9	Metropolitana	638.367	8	4,5%	4,5%	-0,03	0,03
10	Metropolitana	553.515	7	3,9%	3,9%	-0,06	0,06
11	Metropolitana	642.314	8	4,5%	4,5%	-0,01	0,01
12	Metropolitana	636.428	8	4,4%	4,5%	-0,05	0,05
13	Metropolitana	626.869	8	4,4%	4,5%	-0,11	0,11
14	Metropolitana	622.717	8	4,4%	4,5%	-0,14	0,14
15	Metropolitana	646.293	8	4,5%	4,5%	0,02	0,02
16	Metropolitana	641.303	8	4,5%	4,5%	-0,01	0,01
17	Metropolitana	633.544	8	4,4%	4,5%	-0,07	0,07
18	O'Higgins	738.415	8	5,2%	4,5%	0,67	0,67
19	Maule	614.642	8	4,3%	4,5%	-0,20	0,20
20	Maule	234.645	3	1,6%	1,7%	-0,05	0,05
21	Bío Bío	644.507	8	4,5%	4,5%	0,01	0,01
22	Bío Bío	661.123	8	4,6%	4,5%	0,13	0,13
23	Bío Bío	402.869	5	2,8%	2,8%	0,01	0,01
24	Araucanía	848.032	8	5,9%	4,5%	1,43	1,43
25	Los Ríos	336.957	4	2,4%	2,2%	0,11	0,11
26	Los Lagos	705.899	8	4,9%	4,5%	0,44	0,44
27	Aisén	95.078	3	0,7%	1,7%	-1,02	1,02
28	Magallanes	158.144	3	1,1%	1,7%	-0,58	0,58
		14.308.151	178				3,01

Fuente: elaboración propia

Dado que, al tener más escaños a repartir, es más fácil hacer calzar el porcentaje escaños al porcentaje de población que habita un distrito, lo que explicaría la reducción del *malapportionment* global, y en algunos casos individual. Cabe destacar que el gap de esta solución es de un 32.05%, pero a pesar de eso sigue siendo una solución factible que es mejor que la anterior con tan sólo 155 escaños a repartir. Por lo tanto, para efectos de este ejercicio, es suficiente para demostrar como varía la solución cuando aumenta el número de eslabones a repartir en el congreso, en particular en la cámara baja.

Al igual que en el ejercicio anterior, los distritos que deban ser reparados se reconstruyen utilizando la técnica de barrido hacia arriba. La situación se ejemplifica, esta vez, con la RM.

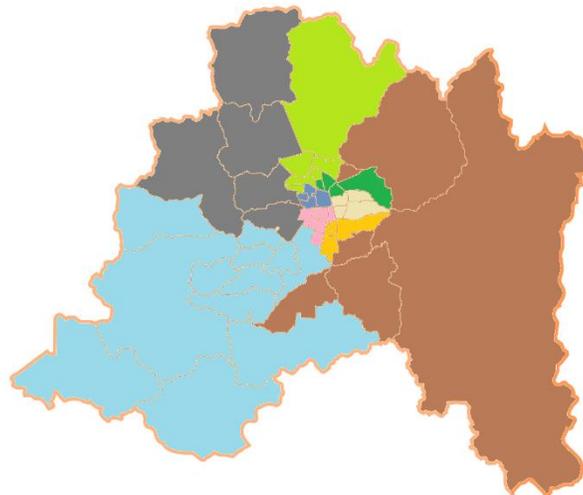
Ilustración 8: Solución No Contigua Problema 2 Región Metropolitana



Fuente: elaboración propia

Es posible notar que la complejidad en esta región es particular es alta, dado que adicionalmente a lo que se refiere a las diferencias de tamaño poblacional entre comunas, son 9 los distritos a construir. Aun así, es posible obtener una solución factible que no se aleje demasiado de los valores encontrados por el modelo.

Ilustración 9: Solución Contigua Problema 2 Región Metropolitana



Fuente: elaboración propia

En la Ilustración 9 se observa como en el centro los distritos son más pequeños en términos de área. Esto se debe justamente a las altas concentraciones poblaciones en el interior de la región que dificulta la conformación de distritos con cantidades de habitantes similares a los de la solución entregada por el *solver*.

Una vez reparados todos los distritos, se tiene lo siguiente.

Tabla 12: Malapportionment Problema 2 Solución Contigua

id	Región	Padrón	Diputados	%Padrón	%Diputados	Malappor	ABS(Malappor)
1	Arica y Parinacota	185.062	3	1,3%	1,7%	-0,39	0,39
2	Tarapacá	243.343	3	1,7%	1,7%	0,02	0,02
3	Antofagasta	448.762	6	3,1%	3,4%	-0,23	0,23
4	Atacama	233.470	3	1,6%	1,7%	-0,05	0,05
5	Coquimbo	577.321	7	4,0%	3,9%	0,10	0,10
6	Valparaíso	244.248	3	1,7%	1,7%	0,02	0,02
7	Valparaíso	627.495	8	4,4%	4,5%	-0,11	0,11
8	Valparaíso	666.789	8	4,7%	4,5%	0,17	0,17
9	Metropolitana	631.153	8	4,4%	4,5%	-0,08	0,08
10	Metropolitana	560.291	7	3,9%	3,9%	-0,02	0,02
11	Metropolitana	644.904	8	4,5%	4,5%	0,01	0,01
12	Metropolitana	635.623	8	4,4%	4,5%	-0,05	0,05
13	Metropolitana	627.678	8	4,4%	4,5%	-0,11	0,11
14	Metropolitana	622.923	8	4,4%	4,5%	-0,14	0,14
15	Metropolitana	663.182	8	4,6%	4,5%	0,14	0,14
16	Metropolitana	627.913	8	4,4%	4,5%	-0,11	0,11
17	Metropolitana	627.683	8	4,4%	4,5%	-0,11	0,11
18	O'Higgins	738.415	8	5,2%	4,5%	0,67	0,67
19	Maule	615.834	8	4,3%	4,5%	-0,19	0,19
20	Maule	233.453	3	1,6%	1,7%	-0,05	0,05
21	Bío Bío	642.884	8	4,5%	4,5%	0,00	0,00
22	Bío Bío	662.955	8	4,6%	4,5%	0,14	0,14
23	Bío Bío	402.660	5	2,8%	2,8%	0,01	0,01
24	Araucanía	848.032	8	5,9%	4,5%	1,43	1,43
25	Los Ríos	336.957	4	2,4%	2,2%	0,11	0,11
26	Los Lagos	705.899	8	4,9%	4,5%	0,44	0,44
27	Aisén	95.078	3	0,7%	1,7%	-1,02	1,02
28	Magallanes	158.144	3	1,1%	1,7%	-0,58	0,58
		14.308.151	178				3,25

Fuente: elaboración propia

El valor del *malapportionment* aumenta a 3.25, es decir, 0.24 puntos, y aun así sigue siendo mejor la solución óptima del problema con 155 escaños a repartir y, por consiguiente, mejor que la solución contigua del primer caso.

La estructura distrital final para esta instancia sería la siguiente.

Ilustración 10: Estructura Distrital Problema 2 Contigua



Fuente: elaboración propia

En este caso, la región de Valparaíso aumentó su cantidad de distritos en uno, y por consiguiente, otra región (la Araucanía) lo redujo en uno. Esta especie de “ley de compensación” se debe justamente a que existe una restricción que limita el número de distritos a conformar. Ahora, ¿qué ocurre si se le permite al modelo seleccionar por sí solo el número óptimo de distritos dado el número total de diputados y la población de cada comuna?

Para esto, lo que se debe hacer es simplemente retirar la restricción (11) del modelo matemático que le indicaba al algoritmo que debía selección 28 unidades como centros de distrito.

Los resultados se presentan a continuación.

Tabla 13: Malapportionment Problema 3 Solución No Contigua

id	Región	Padrón	Diputados	%Padrón	%Diputados	Malappor	ABS(Malappor)
1	Arica y Parinacota	185.062	3	1,3%	1,7%	-0,39	0,39
2	Tarapacá	243.343	3	1,7%	1,7%	0,02	0,02
3	Antofagasta	448.762	5	3,1%	2,8%	0,33	0,33
4	Atacama	233.470	3	1,6%	1,7%	-0,05	0,05
5	Coquimbo	242.284	3	1,7%	1,7%	0,01	0,01
6	Coquimbo	335.037	4	2,3%	2,2%	0,09	0,09
7	Valparaíso	643.647	8	4,5%	4,5%	0,00	0,00
8	Valparaíso	403.462	5	2,8%	2,8%	0,01	0,01
9	Valparaíso	246.647	3	1,7%	1,7%	0,04	0,04
10	Valparaíso	244.776	3	1,7%	1,7%	0,03	0,03
11	Metropolitana	643.801	8	4,5%	4,5%	0,01	0,01
12	Metropolitana	646.706	8	4,5%	4,5%	0,03	0,03
13	Metropolitana	564.006	7	3,9%	3,9%	0,01	0,01
14	Metropolitana	567.706	7	4,0%	3,9%	0,04	0,04
15	Metropolitana	641.524	8	4,5%	4,5%	-0,01	0,01
16	Metropolitana	644.742	8	4,5%	4,5%	0,01	0,01
17	Metropolitana	641.167	8	4,5%	4,5%	-0,01	0,01
18	Metropolitana	647.818	8	4,5%	4,5%	0,03	0,03
19	Metropolitana	643.880	8	4,5%	4,5%	0,01	0,01
20	O'Higgins	495.408	6	3,5%	3,4%	0,09	0,09
21	O'Higgins	243.007	3	1,7%	1,7%	0,01	0,01
22	Maule	571.950	7	4,0%	3,9%	0,06	0,06
23	Maule	277.337	3	1,9%	1,7%	0,25	0,25
24	Bío Bío	651.313	8	4,6%	4,5%	0,06	0,06
25	Bío Bío	245.741	3	1,7%	1,7%	0,03	0,03
26	Bío Bío	323.074	4	2,3%	2,2%	0,01	0,01
27	Bío Bío	243.410	3	1,7%	1,7%	0,02	0,02
28	Bío Bío	244.961	3	1,7%	1,7%	0,03	0,03
29	Araucanía	573.067	7	4,0%	3,9%	0,07	0,07
30	Araucanía	274.965	3	1,9%	1,7%	0,24	0,24
31	Los Ríos	336.957	4	2,4%	2,2%	0,11	0,11
32	Los Lagos	705.899	8	4,9%	4,5%	0,44	0,44
33	Aisén	95.078	3	0,7%	1,7%	-1,02	1,02
34	Magallanes	158.144	3	1,1%	1,7%	-0,58	0,58
		14.308.151	178				2,07

Fuente: elaboración propia

Efectivamente el número óptimo de distritos, al menos bajo estas condiciones, no era 28, sino 34, lo que permitió reducir el *malapportionment* de 3.01 a 2.07; casi un punto.

Ahora, luego de la reparación, tal como ha ocurrido en los casos anteriores, la representatividad empeora, pero sigue siendo mejor que la anterior.

Tabla 14: Malapportionment Problema 3 Solución Contigua

id	Región	Padrón	Diputados	%Padrón	%Diputados	Malappor	ABS(Malappor)
1	Arica y Parinacota	185.062	3	1,3%	1,7%	-0,39	0,39
2	Tarapacá	243.343	3	1,7%	1,7%	0,02	0,02
3	Antofagasta	448.762	5	3,1%	2,8%	0,33	0,33
4	Atacama	233.470	3	1,6%	1,7%	-0,05	0,05
5	Coquimbo	244.963	3	1,7%	1,7%	0,03	0,03
6	Coquimbo	332.358	4	2,3%	2,2%	0,08	0,08
7	Valparaíso	666.789	8	4,7%	4,5%	0,17	0,17
8	Valparaíso	407.960	5	2,9%	2,8%	0,04	0,04
9	Valparaíso	241.917	3	1,7%	1,7%	0,01	0,01
10	Valparaíso	221.866	3	1,6%	1,7%	-0,13	0,13
11	Metropolitana	632.227	8	4,4%	4,5%	-0,08	0,08
12	Metropolitana	659.537	8	4,6%	4,5%	0,12	0,12
13	Metropolitana	558.711	7	3,9%	3,9%	-0,03	0,03
14	Metropolitana	567.111	7	4,0%	3,9%	0,03	0,03
15	Metropolitana	631.243	8	4,4%	4,5%	-0,08	0,08
16	Metropolitana	658.371	8	4,6%	4,5%	0,11	0,11
17	Metropolitana	624.093	8	4,4%	4,5%	-0,13	0,13
18	Metropolitana	667.221	8	4,7%	4,5%	0,17	0,17
19	Metropolitana	642.836	8	4,5%	4,5%	0,00	0,00
20	O'Higgins	493.932	6	3,5%	3,4%	0,08	0,08
21	O'Higgins	244.483	3	1,7%	1,7%	0,02	0,02
22	Maule	570.903	7	4,0%	3,9%	0,06	0,06
23	Maule	278.384	3	1,9%	1,7%	0,26	0,26
24	Bío Bío	659.542	8	4,6%	4,5%	0,12	0,12
25	Bío Bío	251.270	3	1,8%	1,7%	0,07	0,07
26	Bío Bío	319.988	4	2,2%	2,2%	-0,01	0,01
27	Bío Bío	240.249	3	1,7%	1,7%	-0,01	0,01
28	Bío Bío	237.450	3	1,7%	1,7%	-0,03	0,03
29	Araucanía	569.616	7	4,0%	3,9%	0,05	0,05
30	Araucanía	278.416	3	1,9%	1,7%	0,26	0,26
31	Los Ríos	336.957	4	2,4%	2,2%	0,11	0,11
32	Los Lagos	705.899	8	4,9%	4,5%	0,44	0,44
33	Aisén	95.078	3	0,7%	1,7%	-1,02	1,02
34	Magallanes	158.144	3	1,1%	1,7%	-0,58	0,58
		14.308.151	178				2,54

Fuente: elaboración propia

Luego de la aplicación del algoritmo, el *malapportionment* pasa de 2.07 a ser 2.54, 0.47 puntos por encima de la solución original.

Importante destacar que si bien la solución posee un valor de *malapportionment* que es bastante menor en comparación al que existe actualmente en Chile, aún se aleja de ser perfecto. En otras palabras, se encuentra lejos de adquirir el valor de 0. Esto se debe principalmente a que cada escaño asignado a un distrito, en este caso en particular con un total de 178, aumenta el porcentaje de diputados en un 0.56%, por lo que se vuelve complicado igualar los porcentajes de población que habita un distrito y la cantidad de escaños asignados a este. De lo anterior se puede inferir que existe un *malapportionment*

mínimo a nivel regional, dado que el problema se resuelve por región, que es imposible de reparar, ya que los porcentajes tanto de padrón como de diputados no coinciden.

Dicho esto, a continuación, se presenta la estructura distrital de Chile posterior a la reparación de los distritos, sumando un total de 34 con 178 escaños a repartir.

Ilustración 11: Estructura Distrital Problema 3 Contigua



Fuente: elaboración propia

A simple vista es fácil notar como la cantidad de distritos aumentó, en particular entre la región de Coquimbo y la región de la Araucanía, ya que en las zonas extremas la cantidad de habitantes sigue siendo baja, por lo que se continúa con la asignación de tan sólo 3 escaños para reducir el mal aporcionamiento lo más que se pueda, teniendo en cuenta que el mínimo de escaños que se pueden asignar por distrito es 3.

A continuación, se muestra una tabla resumen donde aparecen los valores de mal aporcionamiento para cada uno de los casos anteriormente expuestos utilizando como punto de referencia el valor de distorsionamiento de la representatividad en el escenario actual.

Tabla 15: Tabla Comparativa de Soluciones

	Solución No Contigua	Solución Contigua	Diferencia
Problema 0 (155 Dip-28 Dist)	-	9,90	-
Problema 1 (155 Dip-28 Dist)	3,28	3,41	0,13
Problema 2 (178 Dip-28 Dist)	3,01	3,25	0,24
Problema 3 (178 Dip-34 Dist)	2,07	2,54	0,47

Fuente: elaboración propia

En la columna de diferencias de la Tabla 15, se aprecia como el costo de darle contigüidad y compacidad a la solución inicial va aumentando a medida que se le da holgura o eliminan derechamente algunas restricciones del modelo, pues al hacer esto es posible encontrar mejores soluciones, ya que existen más combinaciones de unidades de población que se pueden realizar, por lo tanto, reparar la solución “cuesta más caro” considerando que las soluciones conexas son muy parecidas entre sí forzadas por las restricciones de adyacencia.

4.5 Análisis de impacto sobre la subrepresentación de la pobreza

Si bien la programación matemáticas para este problema no contempla dentro de la función objetivo ni de las restricciones un modelamiento de los distritos basados en criterios socioeconómicos o demográficos, eso no implica necesariamente que no haya habido un cambio en el panorama de sub y sobre presentaciones de ciertos sectores de la población.

El objetivo de la Tabla 16 es justamente contraponer el *malapportionment* con un indicador sociodemográfico particular que es el porcentaje de población pobre. Esto porque

la pobreza es la causa de otros fenómenos como el nivel de escolaridad, que a su vez impacta directamente en el ingreso promedio de un territorio.

Ahora, si bien es posible calcular la pobreza distrital, que corresponde la penúltima columna de la tabla, no en todos los distritos habita la misma cantidad de población, por lo cual se pondera por el porcentaje del padrón nacional que ocupa ese territorio, obteniendo como resultado la columna de “%Pobreza Ponderada”, que corresponde al porcentaje de personas en condición de pobreza que viven en ese distrito con respecto al total de la población.

Tabla 16: Representatividad de Sectores Pobres Problema 0

DISTRITAJE ACTUAL								
id	Región	Padrón	Diputados	%Padrón	%Diputados	Malappor	%Pobreza	%Pobreza Ponderada
28	Magallanes	158.144	3	1,11%	1,94%	-0,83%	9,95%	0,11%
27	Aysén	95.078	3	0,66%	1,94%	-1,27%	17,93%	0,12%
1	Arica y Parinacota	185.062	3	1,29%	1,94%	-0,64%	20,52%	0,27%
2	Tarapacá	243.343	3	1,70%	1,94%	-0,23%	20,94%	0,36%
4	Atacama	233.470	5	1,63%	3,23%	-1,59%	25,99%	0,42%
25	Los Lagos	306.625	4	2,14%	2,58%	-0,44%	23,05%	0,49%
11	Metropolitana	685.974	6	4,79%	3,87%	0,92%	10,89%	0,52%
16	O'Higgins	315.132	4	2,20%	2,58%	-0,38%	23,74%	0,52%
3	Antofagasta	448.762	5	3,14%	3,23%	-0,09%	17,18%	0,54%
18	Maule	294.428	4	2,06%	2,58%	-0,52%	26,25%	0,54%
24	Los Ríos	336.957	5	2,36%	3,23%	-0,87%	23,67%	0,56%
22	Araucanía	278.416	4	1,95%	2,58%	-0,63%	32,79%	0,64%
26	Los Lagos	399.274	5	2,79%	3,23%	-0,44%	24,45%	0,68%
15	O'Higgins	423.283	5	2,96%	3,23%	-0,27%	23,51%	0,70%
19	Biobío	455.877	5	3,19%	3,23%	-0,04%	22,71%	0,72%
21	Biobío	480.184	5	3,36%	3,23%	0,13%	23,22%	0,78%
17	Maule	554.859	7	3,88%	4,52%	-0,64%	20,95%	0,81%
20	Biobío	772.438	8	5,40%	5,16%	0,24%	15,84%	0,86%
10	Metropolitana	950.563	8	6,64%	5,16%	1,48%	13,36%	0,89%
7	Valparaíso	782.041	8	5,47%	5,16%	0,30%	17,12%	0,94%
5	Coquimbo	577.321	7	4,03%	4,52%	-0,48%	24,50%	0,99%
6	Valparaíso	756.491	8	5,29%	5,16%	0,13%	18,92%	1,00%
13	Metropolitana	594.811	5	4,16%	3,23%	0,93%	24,63%	1,02%
14	Metropolitana	714.398	6	4,99%	3,87%	1,12%	22,55%	1,13%
23	Araucanía	569.616	7	3,98%	4,52%	-0,54%	28,30%	1,13%
8	Metropolitana	1.004.888	8	7,02%	5,16%	1,86%	17,76%	1,25%
9	Metropolitana	832.778	7	5,82%	4,52%	1,30%	24,01%	1,40%
12	Metropolitana	857.938	7	6,00%	4,52%	1,48%	25,52%	1,53%

Fuente: elaboración propia

En la tabla es posible observar que actualmente las mayores subrepresentaciones, que corresponden a los porcentajes en color rojo en la columna de “Malappor”, se encuentran concentradas en la parte inferior del cuadro, es decir, en los distritos que concentran la mayor cantidad de población pobre, de los cuales cinco pertenecen a la región metropolitana. Esto

en parte es consecuencia de la segregación urbana que existe en la región, y entendiendo que los distritos deben ser conexos es casi inevitable juntar comunas ricas con comunas pobres. Pero también este fenómeno se genera porque los nuevos distritos nacen como la unión de los distritos antiguos, cuya conformación fue manipulada justamente para subrepresentar a las comunas donde ganó el “NO” en el plebiscito del año 89’, por lo que al unirlos parte de esa subrepresentación se extiende a la nueva estructura distrital.

Afortunadamente, el modelo matemático tiene la posibilidad de asignar comuna por comuna a un centro distrital, por lo cual no existen distritos predefinidos que se deben unir para conformar los nuevos distritos. Aun así, es importante revisar qué sucede con la subrepresentación en los distritos que concentran la mayor cantidad de población pobre porque a pesar de que los antiguos distritos se desarman, siguen existiendo límites regionales, por ejemplo. Este análisis se realiza con la ayuda de la Tabla 17.

Tabla 17: Representatividad de Sectores Pobres Problema 1

(RE) DISTRITAJE								
id	Región	Padrón	Diputados	%Padrón	%Diputados	Malappor	%Pobreza	%Pobreza Ponderada
28	Magallanes	158.144	3	1,11%	1,94%	-0,83%	9,95%	0,11%
27	Aysén	95.078	3	0,66%	1,94%	-1,27%	17,93%	0,12%
1	Arica y Parinacota	185.062	3	1,29%	1,94%	-0,64%	20,52%	0,27%
2	Tarapacá	243.343	3	1,70%	1,94%	-0,23%	20,94%	0,36%
8	Metropolitana	306.267	3	2,14%	1,94%	0,21%	18,55%	0,40%
14	Metropolitana	557.267	6	3,89%	3,87%	0,02%	10,21%	0,40%
18	Maule	281.745	3	1,97%	1,94%	0,03%	20,97%	0,41%
4	Atacama	233.470	3	1,63%	1,94%	-0,30%	25,99%	0,42%
3	Antofagasta	448.762	4	3,14%	2,58%	0,56%	17,18%	0,54%
25	Los Ríos	336.957	3	2,36%	1,94%	0,42%	23,67%	0,56%
24	Araucanía	288.354	3	2,02%	1,94%	0,08%	28,07%	0,57%
15	Metropolitana	560.291	6	3,92%	3,87%	0,04%	15,11%	0,59%
22	Bío Bío	402.660	4	2,81%	2,58%	0,23%	21,34%	0,60%
21	Bío Bío	658.780	7	4,60%	4,52%	0,09%	16,30%	0,75%
11	Metropolitana	670.695	7	4,69%	4,52%	0,17%	16,27%	0,76%
16	Metropolitana	747.488	8	5,22%	5,16%	0,06%	17,15%	0,90%
6	Valparaíso	782.041	8	5,47%	5,16%	0,30%	17,12%	0,94%
5	Coquimbo	577.321	6	4,03%	3,87%	0,16%	24,50%	0,99%
7	Valparaíso	756.491	8	5,29%	5,16%	0,13%	18,92%	1,00%
20	Bío Bío	647.059	7	4,52%	4,52%	0,01%	22,27%	1,01%
10	Metropolitana	670.215	7	4,68%	4,52%	0,17%	22,02%	1,03%
19	Maule	567.542	6	3,97%	3,87%	0,10%	26,45%	1,05%
9	Metropolitana	720.515	8	5,04%	5,16%	-0,13%	22,30%	1,12%
26	Los Lagos	705.899	7	4,93%	4,52%	0,42%	23,84%	1,18%
17	O'Higgins	738.415	8	5,16%	5,16%	0,00%	23,61%	1,22%
13	Metropolitana	746.142	8	5,21%	5,16%	0,05%	24,07%	1,26%
12	Metropolitana	662.470	7	4,63%	4,52%	0,11%	27,64%	1,28%
23	Araucanía	559.678	6	3,91%	3,87%	0,04%	33,09%	1,29%

Fuente: elaboración propia

La tabla anterior expone claramente como el fenómeno de la subrepresentación de los sectores que concentran la mayor cantidad de personas en condición de pobreza desaparece. Esto se debe, primero que todo a que, si bien el modelo matemático no considera parámetros sociodemográficos para la conformación de distritos, la asignación que realiza es arbitraria, por lo tanto, aunque existiese algún sesgo de cualquier tipo sería involuntario. Por otro lado, como el modelo busca minimizar el *malapportionment* global, y puesto que este corresponde a la suma de las distorsiones locales, el *solver* reduce distrito por distrito las sub y sobrerepresentaciones, dejando como resultados desviaciones pequeñas con una baja dispersión con respecto a la media.

Conclusiones

Refiriéndose al objetivo general, fue posible generar una propuesta más atractiva de distribución distrital en términos de representatividad, que a pesar de no haber sido originada a partir de un indicador de justicia electoral permitió también eliminar el sesgo socioeconómico vinculado principalmente a la pobreza, que se encuentra vinculada además a factores como escolaridad, ingreso promedio, entre otros.

Lo anterior resume en parte el nivel cumplimiento de los objetivos principales. Por ejemplo, se determinó como efectivamente la representatividad mejoró respecto al escenario anterior, pues las distorsiones disminuyeron después de la reforma electoral.

Además, se verificó que la relación entre

Recomendaciones

Para satisfacer el criterio de homogeneidad de la población, es necesario encontrar la forma de generar un indicador de justicia electoral donde converjan diferentes atributos sociodemográficos que permitan reunir electorados que compartan necesidades y demandas para darles la fuerza suficiente como para que lleguen al congreso.

Por otra parte, el modelo se podría complementar agregado un conjunto de restricciones que garantice la contigüidad y compacidad de los distritos sin la necesidad de emplear un segundo algoritmo manual para la reparación de la solución, que si bien es efectivo es menos eficiente.

Finalmente, para cumplir con la máxima de un sistema electoral democrático, “un hombre, un voto”, es importante buscar la forma de generar circunscripciones con tamaños poblaciones similares, para lo que probablemente sea necesario eliminar los límites regionales, sin olvidarse del concepto de homogeneidad.

Bibliografía

Auriol, E., & Gary-Bobo, R. J. (09 de Octubre de 2007). Obtenido de VOX CEPR Policy Portal: <https://voxeu.org/article/optimal-number-representatives-democracy>

Auriol, E., & Gary-Bobo, R. J. (2010). On the optimal number of representatives. *Public Choice*, 419-445.

Congreso Nacional de Chile. (27 de Abril de 2015). *Biblioteca del Congreso Nacional de Chile*. Obtenido de <http://www.leychile.cl/Navegar?idNorma=1077039>

Cosano Simón, P. (2009). La desigualdad y el valor de un voto: el malapportionment de las cámaras bajas en perspectiva comparada. *Revista de Estudios Políticos (nueva época)*, 165-168.

Facultad de Ciencias Jurídicas y Sociales. (2018). *Facultad de Ciencias Jurídicas y Sociales, Universidad de Talca*. Obtenido de <http://www.derecho.otalca.cl>

Gamboa, R., & Morales, M. (2016). *Chile's 2015 Electoral Reform: Changing the Rules of the Game*. Miami: University of Miami.

Garfinkel, R. S., & Nemhauser, G. L. (1970). Optimal Political Districting by Implicit Enumeration Techniques. *Management Science*, B495-B508.

Gascon, V. (Marzo de 2010). The districting problem: applications and solving methods. Vietnam.

Gobierno de Chile. (27 de Abril de 2015). *Gob.cl*. Obtenido de <https://www.gob.cl/noticias/fin-al-binominal-conoce-el-nuevo-sistema-electoral/>

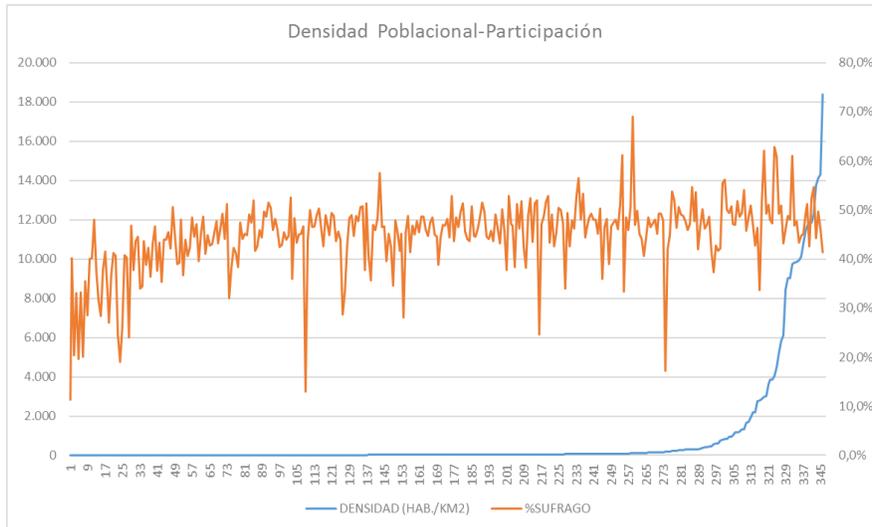
Granados, R. M. (2016). *Modelos de regresión lineal múltiple*. Granada.

- Hess, S. W., Weaver, J. B., Siegfeldt, H. J., Whelan, J. N., & Zitlau, P. A. (1965). Nonpartisan Political Redistricting by Computer. *Operations Research*, 998-1006.
- Hojati, M. (Abril de 1996). Optimal Political Districting. Canadá: Elsevier Science Ltd.
- Huneus, C. (2015). *Reforma Electoral en Chile*. Obtenido de Biblioteca Jurídica Virtual del Instituto de Investigaciones Jurídicas de la UNAM: <https://archivos.juridicas.unam.mx/www/bjv/libros/6/2527/10.pdf>
- Lahura, E. (Enero de 2003). *El Coeficiente de Correlación y Correlaciones Espúreas*. Lima, Perú.
- Mackenzie, J. (2009). Gerrymandering and Legislator Efficiency. *College of Agricultural Sciences*. Newark: University of Delaware.
- Maskalevich, T., & Akred, J. (2014). Gerrymandering and Political Gridlock in the US. California, Estados Unidos.
- Mehrotra, A., Johnson, E. L., & Nemhauser, G. L. (1998). An Optimization Based Heuristic for Political Districting. *Management Science*, 1100-1114.
- Ministerio de Hacienda, D. d. (Diciembre de 2017). *Ley N° 21.053 publicada en el Diario Oficial del 27 de diciembre de 2017*. Valparaíso.
- PNUD. (2010). *OEA*. Obtenido de http://oas.org/es/sap/docs/nuestra_dem_s.pdf
- Proyecto ACE. (2018). www.aceproject.org. Obtenido de Red de Conocimientos Electorales ACE: www.aceproject.org
- Rojas, P., & Navia, P. (2005). Representación y tamaño de los distritos electorales en Chile, 1988-2002. *Revista de Ciencia Política (Santiago)*, 91-116.
- Snyder, D. S. (2001). The Value of a Vote: Malapportionment in Comparative Perspective. *British Journal of Political Science*, 651-671.

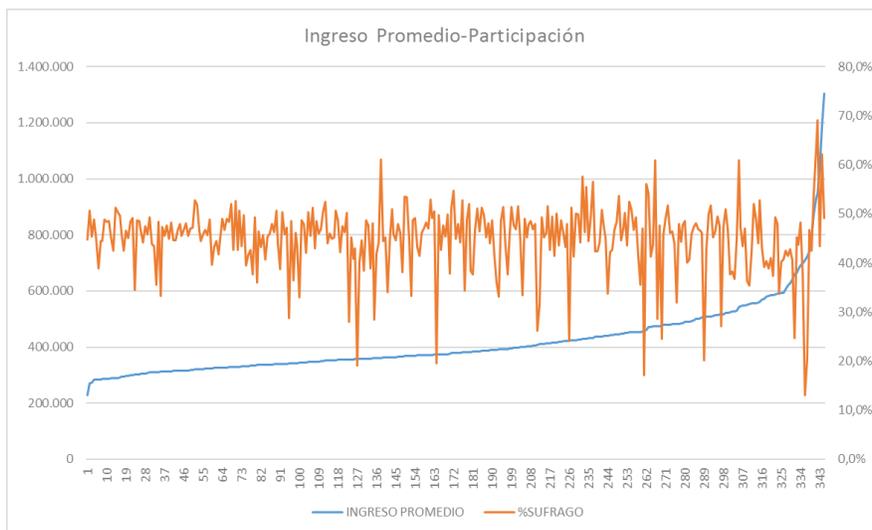
Taagepera, R. (1973). Seats and Votes: A Generalization of the Cubre Law of Elections.
Social Science Research, 257-275.

Anexos

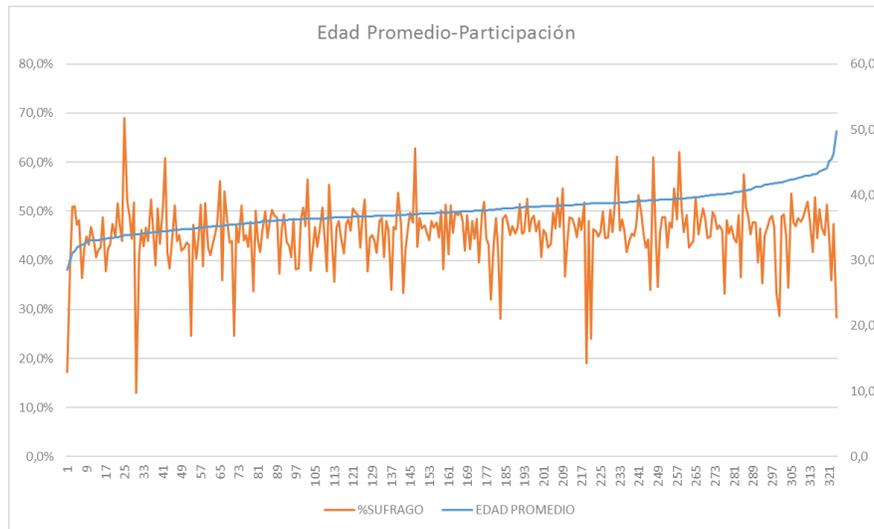
Anexo 1: Densidad Poblacional vs Participación Electoral



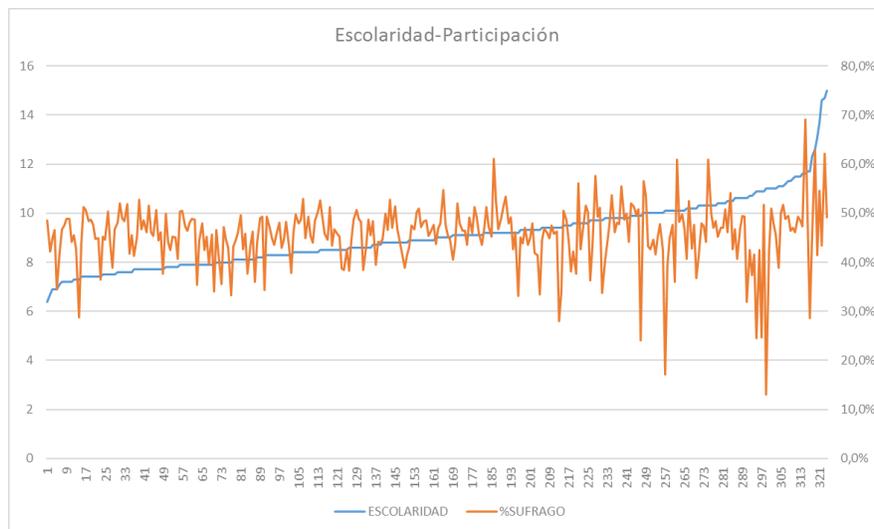
Anexo 2: Ingreso Promedio vs Participación Electoral



Anexo 3: Edad Promedio vs Participación Electoral



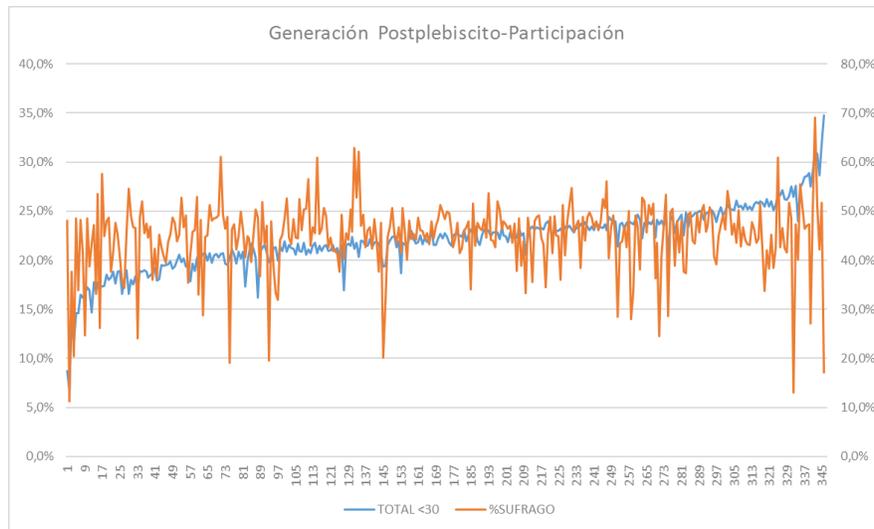
Anexo 4: Escolaridad vs Participación Electoral



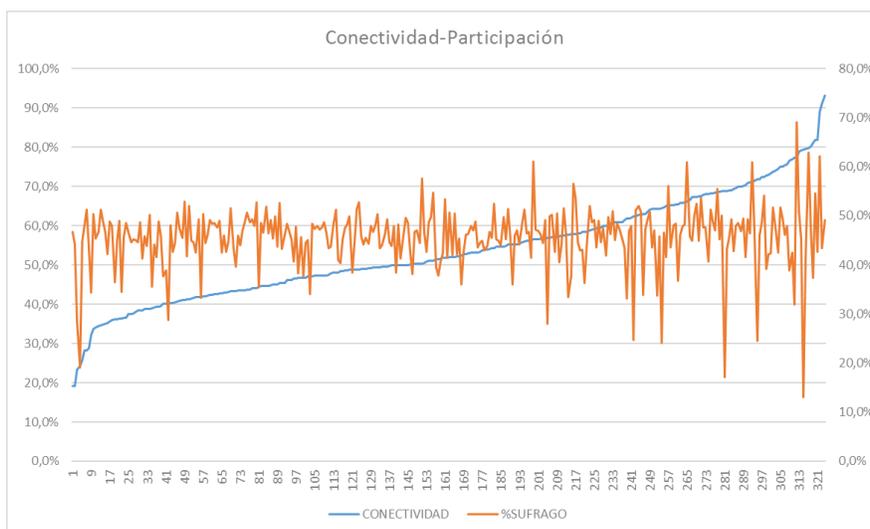
Anexo 5: Organizaciones Voluntarias vs Participación Electoral



Anexo 6: Generación Postplebiscito vs Participación Electoral



Anexo 7: Conectividad vs Participación Electoral



Anexo 8: 3ra Tabla ANOVA

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coeficiente de correlación múltiple	0,566184646
Coeficiente de determinación R ²	0,320565054
R ² ajustado	0,303143645
Error típico	0,046247488
Observaciones	321

ANÁLISIS DE VARIANZA

	<i>Grados de libertad</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	8	18,40063888	1,4734E-22
Residuos	312		
Total	320		

	<i>Coefficientes</i>	<i>Probabilidad</i>
Intercepción	0,04599625	0,577680971
%POBREZA	-0,097911184	0,016707703
RURALIDAD	0,034764184	0,016743025
IM	-0,000626293	1,68397E-10
EDAD PROMEDIO	0,006738691	4,58072E-07
ESCOLARIDAD	0,012244011	0,008157036
NºORGANIZACIONES VOLUNTARIAS	-0,000472632	0,000598433
TOTAL <30	0,468517016	5,45912E-05
CONECTIVIDAD	0,046122134	0,305493271