

# Índice general

<b>Resumen</b>	<b>I</b>
<b>Abstract</b>	<b>II</b>
<b>Nomenclatura</b>	<b>X</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes y motivación . . . . .	2
1.2. Descripción del problema . . . . .	3
1.3. Solución propuesta . . . . .	3
1.4. Objetivo general . . . . .	3
1.5. Objetivos específicos . . . . .	4
1.6. Alcances . . . . .	4
1.7. Metodología y herramientas utilizadas . . . . .	5
1.8. Resultados esperados . . . . .	6
1.9. Organización del documento . . . . .	6
<b>2. Marco teórico</b>	<b>7</b>
2.1. Biomecánica . . . . .	8
2.1.1. Locomoción: ciclo de marcha . . . . .	8
2.1.2. Consideración de carga . . . . .	11
2.1.3. Rigidez de la pierna . . . . .	13
2.2. Amputación transtibial . . . . .	13
2.3. Prótesis deportiva Flex-Foot modelo Cheetah . . . . .	14
2.4. Materiales compuestos . . . . .	16
2.4.1. Materiales compuestos laminados . . . . .	16

2.4.2. Resinas epóxicas reforzadas con fibra de carbono . . . . .	17
2.4.3. Tipos de laminados . . . . .	18
2.4.4. Homogeneización de una lámina . . . . .	20
2.4.5. Relación de comportamiento . . . . .	20
2.4.6. Relación de comportamiento de la matriz . . . . .	21
2.4.7. Relación de comportamiento de la fibra refuerzo . . . . .	22
2.4.8. Homogeneización del material . . . . .	23
2.4.9. Método de Voigt . . . . .	24
2.4.10. Método de Reuss . . . . .	25
2.4.11. Criterios de falla . . . . .	26
2.4.12. Criterio de tensión máxima . . . . .	26
2.4.13. Criterio de deformación máxima . . . . .	27
2.4.14. Criterio de falla Tsai-Hill . . . . .	27
2.4.15. Criterio de falla Tsai-Wu . . . . .	28
2.5. Método de elementos finitos . . . . .	28
2.5.1. ANSYS . . . . .	30
2.6. Resumen de los parámetros de diseño . . . . .	30
<b>3. Diseño mediante Elementos Finitos</b>	<b>31</b>
3.1. Descripción de la metodología . . . . .	32
3.2. Procedimiento en ACP (Pre) . . . . .	32
3.2.1. Definición del material . . . . .	32
3.2.2. Definición de la geometría . . . . .	34
3.2.3. Mallado . . . . .	35
3.2.4. Desarrollo del pre-procesamiento . . . . .	36
3.3. Procedimiento del análisis estático estructural . . . . .	37
3.3.1. Condiciones de borde . . . . .	38
3.3.2. Condiciones de carga . . . . .	38
3.3.3. Resultados del procesamiento . . . . .	39
3.4. Procedimiento en ACP (Post) . . . . .	40
3.5. Resumen de las actividades realizadas en ANSYS . . . . .	41

<b>4. Resultados obtenidos</b>	<b>42</b>
4.1. Descripción de los procedimientos utilizados . . . . .	43
4.1.1. Experiencia 1: Variación de las orientaciones angulares de las láminas . . . . .	43
4.1.2. Experiencia 2: Introducción de las perforaciones en la estructura . . . . .	43
4.1.3. Experiencia 3: Regulación de la rigidez . . . . .	43
4.1.4. Experiencia 4: Modelo final . . . . .	43
4.2. Resultados obtenidos de la experiencia 1 . . . . .	44
4.2.1. Resultados obtenidos para un apilamiento $[0/90^\circ/45^\circ/-45^\circ]_S$ . . . . .	44
4.2.2. Resultados obtenidos para un apilamiento a $90^\circ$ . . . . .	45
4.2.3. Resultados obtenidos para un apilamiento a $45^\circ$ . . . . .	46
4.2.4. Resultados obtenidos para un apilamiento a $0^\circ$ . . . . .	47
4.3. Resultados obtenidos de la experiencia 2 . . . . .	48
4.4. Resultados obtenidos de la experiencia 3 . . . . .	50
4.5. Resultados obtenidos de la experiencia 4 . . . . .	52
4.6. Resumen de los resultados obtenidos . . . . .	53
<b>5. Análisis de resultados</b>	<b>54</b>
5.1. Análisis de la experiencias . . . . .	55
5.1.1. Análisis de la experiencia 1 . . . . .	55
5.1.2. Análisis de la experiencia 2 . . . . .	57
5.1.3. Análisis de la experiencia 3 . . . . .	58
5.1.4. Análisis experiencia 4 . . . . .	59
5.2. Características del modelo seleccionado . . . . .	60
5.3. Resumen de los análisis obtenidos . . . . .	60
<b>6. Estimaciones de los costos en el proceso productivo</b>	<b>61</b>
6.1. Estimaciones de costos . . . . .	62
6.2. Resultados de las estimaciones de costos . . . . .	64
6.3. Resumen de la estimación de costo . . . . .	65
<b>7. Conclusión</b>	<b>66</b>
7.1. Conclusión . . . . .	67

<b>8.</b>	<b>Anexos</b>	<b>71</b>
8.1.	Anexo 1: Anatomía de la pierna . . . . .	72
8.1.1.	Tibia y peroné . . . . .	72
8.1.2.	Huesos del pie . . . . .	73
8.1.3.	Tarso . . . . .	74
8.1.4.	Metatarso . . . . .	74
8.1.5.	Falanges . . . . .	74
8.1.6.	Bipedestación relajada . . . . .	75
8.2.	Metodología de trabajo en ANSYS . . . . .	76
8.3.	Planimetrías . . . . .	94

# Índice de figuras

2.1. Ciclo de marcha [1]. . . . .	8
2.2. Extensión y flexión de la pierna [1]. . . . .	9
2.3. Movimiento de las etapas del ciclo de marcha [2]. . . . .	10
2.4. Dimensiones en metros de una pista de atletismo (elaboración propia). . . . .	11
2.5. Fuerzas involucradas al correr en una curva (elaboración propia). . . . .	11
2.6. Zona de amputación del miembro inferior [4]. . . . .	14
2.7. Montaje de la prótesis [5]. . . . .	15
2.8. Comparación del número de ciclos antes de fallar para distintos materiales [7]. . . . .	18
2.9. Laminado unidireccional [8]. . . . .	19
2.10. Laminado orientado en diferentes direcciones [8]. . . . .	19
2.11. Lámina de tejido. [8]. . . . .	20
2.12. Resultados obtenidos mediante los criterios de Tsai-Hill y Tsai-Wu (elaboración propia). . . . .	28
2.13. Condiciones de contorno de un cuerpo [10]. . . . .	29
3.1. Geometría de la prótesis (elaboración propia). . . . .	34
3.2. Mallado de la prótesis (elaboración propia). . . . .	35
3.3. sensibilidad del mallado (elaboración propia). . . . .	35
3.4. Propiedades mecánicas de una lámina (elaboración propia). . . . .	36
3.5. apilamiento normal a la superficie (elaboración propia). . . . .	37
3.6. Orientación angular de las laminas (elaboración propia). . . . .	37
3.7. Condiciones de borde (elaboración propia). . . . .	38
3.8. Condiciones de carga (elaboración propia). . . . .	39
3.9. Desplazamiento de la estructura [ $mm$ ] (elaboración propia). . . . .	39
3.10. Resultados obtenidos de los criterios Tsai-Hill y Tsai-Wu (elaboración propia). . . . .	40

4.1. Resultados obtenidos para un espesor de 9,6 mm (elaboración propia). . . . .	45
4.2. Resultados obtenidos para un espesor de 17,6 mm (elaboración propia). . . . .	46
4.3. Resultados obtenidos para un espesor de 15,4 mm (elaboración propia). . . . .	47
4.4. Resultados obtenidos para un espesor de 7,2 mm (elaboración propia). . . . .	48
4.5. Resultados obtenidos para un espesor de 7,4 mm (elaboración propia). . . . .	50
4.6. Geometría condicionante del espesor de la estructura (elaboración propia). . . . .	50
4.7. Resultados obtenidos de la edición 8 (elaboración propia). . . . .	51
5.1. Concentración de esfuerzo producto del desplazamiento (elaboración propia). . .	56
5.2. Número de láminas necesarias según su orientación angular (elaboración propia).	57
5.3. Rigidez obtenida en consideración de las perforaciones aplicadas (elaboración pro- pia). . . . .	57
5.4. Ubicación de la zona crítica (elaboración propia). . . . .	58
5.5. Fuerza aplicada y criterio de falla obtenido (elaboración propia). . . . .	59
6.1. Costos por unidad de acuerdo al volumen de producción (elaboración propia). . .	64
6.2. Impacto de cada tipo de costo (elaboración propia). . . . .	65
8.1. Tibia y peroné [1]. . . . .	72
8.2. Huesos del pie [1]. . . . .	73
8.3. Bipedestación relajada [1]. . . . .	76

# Índice de cuadros

2.1. Impacto del ciclo de marcha para una persona de 90 <i>kg</i> de peso [2]. . . . .	10
2.2. Características de la prótesis deportiva [5]. . . . .	15
2.3. Categorías de la prótesis según peso del usuario [5]. . . . .	15
2.4. Comparación de las propiedades entre distintas fibras de refuerzo para plásticos [7].	17
3.1. Propiedades del material seleccionado (elaboración propia). . . . .	33
4.1. Resultados obtenidos de un apilamiento $[0/90^\circ/45^\circ/ - 45^\circ]_S$ (elaboración propia).	44
4.2. Resultados obtenidos de un apilamiento orientado a $90^\circ$ (elaboración propia). . .	45
4.3. Resultados obtenidos de un apilamiento orientado a $45^\circ$ (elaboración propia). . .	46
4.4. Resultados obtenidos de un apilamiento a $0^\circ$ (elaboración propia). . . . .	47
4.5. Resultados obtenidos en la implementación de las perforaciones (elaboración propia).	49
4.6. Resultados obtenidos de las distintas ediciones (elaboración propia). . . . .	51
4.7. Resultados obtenidos estructura final (elaboración propia). . . . .	52
5.1. Resumen comparativo del modelo seleccionado (elaboración propia). . . . .	60
6.1. Variables para el proceso de fabricación (elaboración propia). . . . .	63

# Nomenclatura

$kg$ : kilogramos.

N: Newton.

$K_r$ : Rigidez de la pierna.

$v_c$ : Velocidad que puede llegar alcanzar el individuo.

$m_c$ : Masa corporal de la persona.

$g$ : Aceleración gravitatoria.

$l$ : Longitud de la pierna.

$mm$ : milímetros.

$m$ : metros.

MPa: Mega Pascales.

GPa: Giga Pascales.

$gr$ : gramos.

$cm$ : centímetros.

$\underline{\underline{\sigma}}$ : Tensor de esfuerzo de segundo orden.

$\underline{\underline{\varepsilon}}$ : Tensor de deformación de segundo orden.

$\mathbb{K}$ : Tensor de rigidez de cuarto orden.

$\hat{\sigma}$ : Representación vectorial del tensor de segundo orden  $\underline{\underline{\sigma}}$ .

$\hat{\varepsilon}$ : Representación vectorial del tensor de segundo orden  $\underline{\underline{\varepsilon}}$ .

$\hat{\underline{\underline{K}}}$ : Representación matricial del tensor de cuarto orden  $\mathbb{K}$ .

$\hat{\sigma}^m$ : Representación vectorial del tensor de segundo orden  $\underline{\underline{\sigma}}$  de la matriz.

$\hat{\varepsilon}^m$ : Representación vectorial del tensor de segundo orden  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  de la matriz.

$\hat{\underline{\underline{K}}}^m$ : Representación matricial del tensor de cuarto orden  $\mathbb{K}$  de la matriz.



$\underline{\underline{\hat{S}}}^m$ : Matriz inversa de  $\underline{\underline{\hat{K}}}^m$  de la matriz.

$E^m$ : Módulo de Young de la matriz.

$\nu^m$ : Coeficiente de Poisson de la matriz.

$G^m$ : Módulo de cizalle de la matriz.

$\hat{\sigma}^f$ : Representación vectorial del tensor de segundo orden  $\underline{\underline{\sigma}}$  de la fibra.

$\hat{\varepsilon}^f$ : Representación vectorial del tensor de segundo orden  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  de la fibra.

$\underline{\underline{\hat{K}}}^f$ : Representación matricial del tensor de cuarto orden  $\mathbb{K}$  de la fibra.

$\underline{\underline{\hat{S}}}^f$ : Matriz inversa de  $\underline{\underline{\hat{K}}}^f$  de la fibra.

$E_{11}^f$ : Módulo de Young longitudinal de la fibra.

$E_{22}^f, E_{33}^f$ : Módulos de Young transversales de la fibra.

$\nu_{12}^f, \nu_{13}^f, \nu_{23}^f$ : Coeficientes de Poisson de la fibra.

$G_{12}^f, G_{23}^f$ : Módulos de cizalle de la fibra.

$\hat{\sigma}^H$ : Representación vectorial del tensor de segundo orden  $\underline{\underline{\sigma}}$  homogeneizado.

$\hat{\varepsilon}^H$ : Representación vectorial del tensor de segundo orden  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  homogeneizado.

$\underline{\underline{\hat{K}}}^H$ : Representación matricial del tensor de cuarto orden  $\mathbb{K}$  homogeneizado.

$\underline{\underline{\hat{S}}}^H$ : Matriz inversa de  $\underline{\underline{\hat{K}}}^H$  homogeneizada.

$E_{11}^H$ : Módulo de Young longitudinal homogeneizado.

$E_{22}^H$ : Módulo de Young transversal homogeneizado.

$\nu_{12}^H, \nu_{23}^H$ : Coeficientes de Poisson homogeneizados.

$G_{12}^H, G_{23}^H$ : Módulos de cizalle homogeneizados.

$K^{Voigt}$ : Matriz rigidez homogeneizada según método de Voigt.

$f$  Fracción de volumen de la fibra respecto del volumen total.

$\underline{\underline{\hat{S}}}^{Voigt}$ : Matriz inversa de  $\underline{\underline{\hat{K}}}^{Voigt}$  según método de Voigt.

$E_{11}^{Voigt}$ : Módulo de Young longitudinal según método de Voigt.

$E_{22}^{Voigt}$ : Módulo de Young transversal según método de Voigt.

$\nu_{12}^{Voigt}, \nu_{23}^{Voigt}$ : Coeficientes de Poisson según método de Voigt.

$G_{12}^{Voigt}, G_{23}^{Voigt}$ : Módulos de cizalle según método de Voigt.

$S^{Reuss}$ : Matriz de flexibilidad homogeneizada según método de Reuss.

$E_{11}^{Reuss}$ : Módulo de Young longitudinal según método de Reuss.

$E_{22}^{Reuss}$ : Módulo de Young transversal según método de Reuss.

$\nu_{12}^{Reuss}$ ,  $\nu_{23}^{Reuss}$ : Coeficientes de Poisson según método de Reuss.

$G_{12}^{Reuss}$ ,  $G_{23}^{Reuss}$ : Módulos de cizalle según método de Reuss.

$Xt$ ,  $Yt$ : Resistencia a la tracción del material.

$Xc$ ,  $Yc$ : Resistencia a la compresión del material.

$|\tau_{max}|$ : Resistencia al cizalle del material.

$\sigma_1$ : Esfuerzo longitudinal.

$\sigma_2$ : Esfuerzo transversal.

$S$ : Esfuerzo de corte puro.

$X\epsilon t$ ,  $Y\epsilon t$ : Deformación máxima en tracción del material.

$X\epsilon c$ ,  $Y\epsilon c$ : Deformación máxima en compresión del material.

$|\gamma_{max}|$ : Deformación máxima por cizalle del material.

$\epsilon_1$ : Deformación longitudinal.

$\epsilon_2$ : Deformación transversal.

$S_\epsilon$ : Deformación debida al corte en el interior de la lámina.

MEF: Método de Elementos Finitos.

$a_c$ : Aceleración centrífuga.

$\rho$ : Radio de curvatura de la pista.

$F_R$ : Fuerza resultante.

$F_c$ : Fuerza centrífuga.

$W$ : Fuerza producto del peso.

$\alpha$ : Ángulo entre la fuerza producto del peso y la fuerza centrífuga.

$C_p$ : Costo del producto.

$m_p$ : Masa de la prótesis.

$C_m$ : Costo del material (independiente del tamaño del lote).

$f_{mr}$ : Fracción de material removido.

$C_t$ : Costo de herramientas.

$n$ : Número de productos a fabricar.

$n_t$ : Unidad de producción máxima por molde.

$\dot{n}$ : Tasa de producción.

$C_c$ : Costo de equipos.

$L$ : Fracción de tiempo de producción.

$t_{wo}$ : Tiempo de amortización.

$\dot{C}_{oh}$ : Tasa de gastos generales.

$C_1$ : Costos del material.

$C_2$ : Costos de herramientas.

$C_3$ : Costos de equipos.

$C_4$ : Costos de gastos generales.